

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)



ТРУДЫ

55-й НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ МФТИ

Всероссийской научной конференции
«Проблемы фундаментальных и прикладных естественных
и технических наук в современном информационном
обществе»

Научной конференции
«Современные проблемы фундаментальных и прикладных
наук в области физики и астрономии»

Всероссийской молодежной научной конференции
«Современные проблемы фундаментальных и прикладных
наук»

19–25 ноября 2012 года

УПРАВЛЕНИЕ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Том 1



Москва–Долгопрудный–Жуковский
МФТИ
2012

Министерство образования и науки Российской Федерации

Российская академия наук

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Российский фонд фундаментальных исследований

ТРУДЫ
55-й НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ МФТИ

Всероссийской научной конференции «Проблемы
фундаментальных и прикладных естественных и
технических наук в современном информационном
обществе»

Научной конференции «Современные проблемы
фундаментальных и прикладных наук в области физики и
астрономии»

Всероссийской молодежной научной конференции
«Современные проблемы фундаментальных и прикладных
наук»

19 – 25 ноября 2012 года

УПРАВЛЕНИЕ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
ТОМ 1

Москва–Долгопрудный–Жуковский
МФТИ
2012

УДК 519.6(06)
ББК 22.1
Т78

Т78 **Труды 55-й научной конференции МФТИ: Всероссийской научной конференции «Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе», Научной конференции «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук в области физики и астрономии», Всероссийской молодежной научной конференции «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». Управление и прикладная математика. Том 1. — М.: МФТИ, 2012. — 158 с.**
ISBN 978-5-7417-0485-1

В первом томе представлены материалы по фундаментальной математике и различным направлениям прикладной математики, в частности, математическому моделированию в экономике, интеллектуальному анализу данных, исследованию операций, Computer Science и оптимизации. В конце 2011 году на ФУПМ открылись две лаборатории, созданные в рамках мегагрантов:

Лаборатория структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, грант правительства РФ дог. 11.G34.31.0073 (руководитель проф. В.Г. Спокойный) <http://www.premolab.ru/>.

Лаборатория математического моделирования нелинейных процессов в газовых средах, грант правительства РФ дог. 11.G34.31.0072 (руководитель выпускник ФУПМ проф. С.В. Утюжников) <http://flowmodellium.ru/>.

В.Г. Спокойный и С.В. Утюжников являются пленарными докладчиками.

Каждая лаборатория сделала свою секцию на 55 конференции МФТИ, руководителями которых стали заведующие лабораториями.

В настоящий том вошли тезисы секции В.Г. Спокойного.

УДК 519.6(06)
ББК 22.1

ISBN 978-5-7417-0485-1

© Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)», 2012

Программный комитет конференции

- Н.Н. Кудрявцев*, член-корр. РАН, ректор института — **председатель**
А.А. Муравьев, к.т.н., с.н.с., проректор по научной и инновационной работе — **зам. председателя**
О.А. Горшков, профессор, д.т.н., проректор по учебной работе — **зам. председателя**
М.В. Алфимов, академик РАН — директор Центра фотохимии РАН
А.Ф. Андреев, академик РАН, вице-президент РАН — директор ИФП РАН
С.Т. Беляев, академик РАН — профессор МФТИ
Е.П. Велихов, академик РАН, член Президиума РАН — Президент НИЦ «Курчатовский институт»
В.Ф. Гантмахер, член-корр. РАН — зав. кафедрой МФТИ
Ю.В. Гуляев, академик РАН — директор ИРЭ РАН
В.Г. Дмитриев, член-корр. РАН — зав. кафедрой МФТИ
В.П. Иванников, академик РАН — директор ИСП РАН
А.С. Коротеев, академик РАН — директор Центра Келдыша
Н.А. Кузнецов, академик РАН — зав. кафедрой МФТИ
В.Л. Макаров, академик РАН — директор ЦЭМИ РАН
В.Е. Фортвов, академик РАН — директор ОИВТ РАН
Б.Е. Патон, академик РАН — президент НАН Украины
В.Т. Черепин, член-корр. НАН Украины — директор ФТЦ НАН Украины
С.А. Жданок, академик-секретарь Отделения ФТН НАН Беларуси
С.Н. Гаричев, д.т.н. — декан ФРТК
М.Р. Трунин, д.ф.-м.н. — декан ФОПФ
С.С. Негодяев, к.т.н. — декан ФАКИ
И.Н. Грознов, к.ф.-м.н., доцент — декан ФМБФ
П.А. Тодуа, профессор — декан ФФКЭ
В.В. Вышинский, профессор — декан ФАЛТ
А.А. Шананин, профессор — декан ФУПМ
А.Г. Леонов, профессор — декан ФПФЭ
В.Е. Кривцов, к.ф.-м.н., доцент — декан ФИВТ
М.В. Ковальчук, член-корр. РАН — декан ФНБИК
Л.К. Ужвинская, к.т.н. — декан ФИБС
А.И. Кобзев, профессор — декан ФГН
К.В. Балакин, д.х.н. — зав. кафедрой
Ю.М. Белоусов, профессор — зав. кафедрой
А.С. Бугаев, академик РАН — зав. кафедрой
В.Н. Бондарик, к.т.н. — зав. кафедрой
С.А. Гуз, к.ф.-м.н., доцент — зав. кафедрой
А.П. Иванов, профессор — зав. кафедрой
А.В. Кваченко, к.т.н. — зав. кафедрой
В.А. Никишикин, к.ф.-м.н. — зав. кафедрой
А.В. Максимычев, профессор — зав. кафедрой
И.Б. Петров, член-корр. РАН — зав. кафедрой
Е.С. Половинкин, профессор — зав. кафедрой
Э.Е. Сон, член-корр. РАН — зав. кафедрой
А.А. Тельнова, доцент — зав. кафедрой
Э.М. Трухан, профессор — зав. кафедрой
А.С. Холодов, чл.-корр. РАН — зав. кафедрой
Р.М. Энтов, академик РАН — зав. кафедрой

Содержание

Программный комитет конференции	3
Пленарное заседание	12
<i>В.Г. Спокойный</i>	
Снижение размерности методом негауссовских компонент	12
<i>С.В. Утюжников</i>	
О методе декомпозиции, основанном на поверхностных потенциалах, и некоторых его приложениях	13
Секция высшей математики	14
<i>А.А. Йаажбариев, В.Ж. Сакбаев</i>	
Описание решений функционально-дифференциальных уравнений параболического типа формулами Фейнмана	14
<i>А.С. Фильченков</i>	
Пример топологически транзитивного гладкого косоого произведения в плоскости, не являющегося топологически эргодическим	15
<i>А.И. Гриневич</i>	
Математическая модель погрешностей округления при вычислениях в арифметике с плавающей запятой и переменной длиной мантиисы	15
<i>А.А. Фонарёв</i>	
О некотором проекционном итерационном методе наискорейшего спуска решения уравнений Кармана	17
<i>С.С. Бельмесова</i>	
Эндоморфизмы Морса–Смейла, содержащиеся в однопараметрическом семействе квадратичных отображений плоскости	18
<i>П.Е. Девуреченский</i>	
Алгоритм построения оптимальных стратегий для дифференциальной игры быстрогодействия с целевым множеством	19
<i>К.В. Губаев</i>	
Об одном подходе к проблеме математического моделирования восприятия музыки и автоматизации процесса музыкальной композиции	20
<i>А.Ю. Головки</i>	
Плотность гладких функций в весовых пространствах Соболева с весом, равным непрерывной функции расстояния до границы.	22
<i>О.К. Подлипский</i>	
О методах и алгоритмах построения баз экспертных знаний	23
<i>Г.Е. Иванов, М.С. Лопушански</i>	
Аппроксимативные свойства слабо выпуклых множеств в пространствах с несимметричной полунормой	24
<i>В.Б. Васильев, А.В. Васильев</i>	
Дискретные уравнения и периодические задачи	25

<i>О.В. Коваленко, Н.И. Хочкин</i>	
Решение систем уравнений марковского восстановления с помощью аппроксимации асимптотических рядов	26
Секция квазилинейных уравнений и обратных задач	28
<i>Р.Г. Новиков</i>	
Весовые преобразования Радона и дифференциальные системы первого порядка на плоскости	28
<i>А.В. Казейкина</i>	
Отсутствие солитонов с достаточной алгебраической локализацией для уравнения Веселова–Новикова на ненулевом уровне энергии	28
<i>Б.О. Василевский</i>	
Функция Грина пятиточечной дискретизации двумерного конечнозонного оператора Шрёдингера: случай четырёх особых точек на спектральной кривой	29
<i>В.С. Михайлов</i>	
Восстановление потенциала в одномерном уравнении Шрёдингера по граничным измерениям	30
<i>Д.И. Зотов, В.А. Буров, М.Ф. Каравай, О.Д. Румянцева</i>	
Возможности двухшагового алгоритма реконструкции акустических неоднородностей в ультразвуковом маммографе	31
<i>М.И. Исаев</i>	
Восстановление потенциала по импедансному граничному оператору	32
<i>Е.К. Вдовина, К.А. Волосов</i>	
Нужен ли «blow up» в моделях свертывания крови	33
<i>А.Д. Агальцов</i>	
Исследование обобщённого преобразования Радона и его экономические приложения	34
<i>M. Santacesaria</i>	
Stability estimates for an inverse problem for the Schrödinger equation at negative energy in two dimensions	36
<i>В.А. Буров, Д.И. Зотов, А.С. Шуруп, О.Д. Румянцева</i>	
Решение задачи акустической томографии функционально-аналитическим алгоритмом Новикова по данным от точечных преобразователей	37
Секция анализа систем и решений	38
<i>М.Л. Зайцев</i>	
Упрощение переопределённых систем дифференциальных уравнений	38
<i>Н.И. Клемашев, В.В. Рязанов, А.А. Шананин</i>	
Анализ сегментированности фондовых рынков с помощью обобщённого непараметрического метода	39
<i>Е.К. Волосова</i>	
К одному вопросу тактического портфельного инвестирования	41
<i>И.В. Усик</i>	
Методы визуализации в задачах автоматизированного управления транспортными потоками	42

<i>И.Ф. Гималтдинов</i>	
Необходимые и достаточные условия существования репрезентативного потребителя в одной модели рамсеевского типа	43
<i>В.С. Шайдуров, А.В. Рудева</i>	
Моделирование разведки нефтяного месторождения на основе модели М. Хубберта	45
<i>Н.И. Овсянникова</i>	
Задача оптимального управления в модели бега	45
<i>Т.С. Обидина</i>	
О возможной реорганизации в строительстве перекрестков на примере г. Королёва (МО)	47
<i>Ю.В. Дорн</i>	
Поиск неэффективных ребер в транспортном графе	48
Секция математического моделирования в экономике, экологии и социологии . . .	51
<i>Н.А. Иванов</i>	
Модель оценки параметров предприятия с распределенными акциями (на примере Газпрома)	51
<i>Е.А. Канашевский</i>	
Исследование эффекта голландской болезни в модели с разнородной продукцией	52
<i>И.Г. Поспелов, С.А. Радионов</i>	
Динамика количества фирм в рамках концепции экономики разнообразия . . .	53
<i>Д.С. Мазурин</i>	
Моделирование динамики неоднородных транспортных потоков с индивидуальным поведением водителей	54
<i>Е.В. Гасникова</i>	
О платных дорогах и метаигровом синтезе	55
<i>Г.А. Завадский</i>	
Исследование влияния теневого оборота на экономику Кировской области . .	56
<i>В.П. Вржещ, Н.П. Пильник, А.А. Масютин, И.Г. Поспелов</i>	
Параллельные расчеты по трехпродуктовой модели межвременного равновесия экономики России	58
<i>А.А. Жукова, D. Pugh, V. Vijayaraghavan, X. Jianfeng</i>	
Моделирование механизма возникновения денег в экономике: постановка задачи и эксперименты	59
<i>В.Ю. Арзамасов</i>	
Влияние выбора периода аппроксимации частоты событий операционного риска на итоговое значение VaR	59
<i>Е.Ю. Можжерина</i>	
Исследование проблемы устаревания человеческого капитала с помощью модели пересекающихся поколений	61
<i>В.Ю. Арзамасов</i>	
Модель масштабирования ущербов от «внешних» инцидентов для расчета капитала финансовой организации на покрытие операционного риска	62

Секция экспериментальной экономики	64
<i>М.В. Мурашкин, И.С. Меньшиков</i>	
Размытое равновесие Байеса-Нэша как инструмент анализа лабораторных игр	64
<i>П.А. Шишкин, Е.М. Лукинова, М.Г. Мягков</i>	
Ценность коллективной игры в социально-экономических экспериментах	65
<i>П.А. Шишкин, Е.М. Лукинова, М.Г. Мягков</i>	
Особенности поведения участников экономических экспериментов, проявляющих социальное поведение	66
<i>Д.А. Рукина, И.С. Меньшиков</i>	
Исследование поведения участников эксперимента «Переговоры о разделе двух продуктов»	67
<i>А.В. Шкловер, А.Д. Игнатов, П.А. Шишкин</i>	
Применение компьютерных технологий для исследования функциональных состояний участников лабораторных дискретных игр	68
<i>К.В. Макаров</i>	
Использование алгоритма Хачияна для поиска равновесия Байеса-Нэша в играх с неполной информацией и его модификация для игр, заданных в стратегиях поведения	69
<i>С.А. Скиндрев, И.С. Меньшиков</i>	
Проектные игры как инструмент моделирования экономических ситуаций	70
<i>С.А. Скиндрев</i>	
Анализ различных проектных представлений сетевого газового рынка «TRUE»	72
<i>Е.Л. Кудрявцев</i>	
Рационально-стратегическое поведение людей в играх с унимодальной функцией выигрыша	73
<i>Г.А. Гимранов, О.Р. Меньшикова</i>	
Прогноз реализуемости проекта в эксперименте NET-COOP по психологическому типу участников	74
<i>П.А. Шишкин, О.А. Максакова, И.С. Меньшиков, О.Р. Меньшикова, А.Н. Чабан</i>	
Исследование функционального состояния участников эксперимента «Путешествие во времени»	76
<i>А.О. Глекин</i>	
Моделирование биржевой книги заявок на основе эмпирических данных фьючерса РТС	77
<i>О.С. Гребнёва, О.Р. Меньшикова</i>	
Успеваемость и общественная деятельность первокурсников в зависимости от их психологических типов	78
<i>А.А. Золотарев</i>	
Модель статистического арбитража на основе фильтра Калмана и пороговой регрессии	79
<i>А.Е. Утемов</i>	
Класс модифицированных роботов в динамических играх	80

<i>О.Р. Меньшикова, О.С. Гребнёва</i> Использование цветового теста Люшера для прогнозирования поведения участников экономических экспериментов	81
<i>Р.И. Яминов, П.А. Шишкин</i> Методология выявления взаимосвязей между принятием решений участниками лабораторных рынков, их психологическими характеристиками и динамикой функционального состояния	83
<i>Н.В. Антипова, О.Р. Меньшикова</i> Использование психологического тестирования первокурсников в работе куратора	84
Секция математических основ управления	86
<i>А.Г. Бирюков, А.И. Гриневич</i> Итерационный процесс с переменной длиной мантиссы для решения задач вычислительной математики с заданной точностью	86
<i>Е.В. Гасникова</i> Оценка mixing time для макросистем с единственным равновесием	87
<i>А.С. Тихомиров</i> О переходных функциях оптимального марковского поиска	89
<i>А.Ю. Флёрова, Т.А. Нагапетян</i> Задача о монополистическом рынке неразличимых товаров длительного пользования при выполнении условия интегрируемости	90
<i>Н.О. Седова</i> Прямой метод в анализе цифровых регуляторов нелинейных систем	91
<i>А.О. Олейников, А.В. Колногоров</i> Численная оптимизация групп данных для параллельной обработки в стационарной случайной среде	92
Секция предсказательного моделирования и оптимизации	94
<i>С.А. Королев, В.А. Любецкий</i> Распределение и роль длинных шпилек	94
<i>А.В. Селиверстов</i> Замечание о фасетах многогранников ВQP малой размерности	95
<i>Ю.А. Янович</i> Оценивание ошибки восстановления метода спектрального вложения Грассмана-Штифеля	97
<i>П.Д. Ерофеев, А.В. Бернштейн, Е.В. Бурнаев</i> Экспериментальное сравнение подходов к задаче моделирования многообразий	98
<i>П.В. Приходько, Е.В. Бурнаев</i> Методология построения суррогатных моделей для аппроксимации пространственно неоднородных функций	99
<i>А.А. Зайцев, Е.В. Бурнаев</i> Регрессия на основе гетероскедастичных гауссовских процессов	101

И.И. Панин, П.В. Приходько

Подходы к нахождению дисперсии оценок признаков в задаче глобального анализа чувствительности 102

М.Г. Беляев

Аппроксимация данных, порожденных декартовым произведением 103

М.Е. Панов, В.Г. Спокойный

О семипараметрическом оценивании в байесовской постановке 104

А.В. Тюленев, М.В. Козлов, Ф.В. Костюк, С.В. Сорокин

Нахождение всех оптимальных решений задачи коммивояжера с использованием целочисленного линейного программирования 105

Секция проблем интеллектуального анализа данных, распознавания и прогнозирования 107

Д.А. Юдин, В.З. Магергут

Распознавание изображений процесса обжига с использованием нейросетевых методов 107

А.П. Мотренко

Многоклассовый прогноз вероятности наступления инфаркта 108

М.А. Лепская

Применение алгоритмов классификации в задаче выделения фундаментальных результатов из текстов определенной научной тематики 110

А.М. Романов

Исследование методов упрощения модели, получаемой при градиентном бустинге 112

Д.Г. Зайнуллина

Системно-структурный анализ текстовых данных 113

В.Б. Звонков

Комитеты автоматически конфигурируемых алгоритмов для задач моделирования, оптимизации, прогнозирования 114

Е.В. Чувиллина

Алгоритм обнаружения QRS-комплексов в сигналах электрокардиограмм по фрактальной размерности 116

К.В. Павлов

Метод порождения признаков в задаче классификации функции белка 117

А.А. Токмакова

Оценка ковариационной матрицы распределения параметров регрессионной модели при фильтрации шумовых и мультикоррелирующих признаков 119

Е.В. Бурнаев, А.С. Локоть

Обнаружение разладок во временных рядах с линейным трендом и периодической составляющей 120

К.В. Чувиллин

Оценки качества правил коррекции документов в формате LaTeX при последовательном увеличении обучающей выборки 121

<i>А.В. Зухба</i>	
Оценка вычислительной сложности отбора признаков и объектов в монотонных классификаторах	123
<i>Л.С. Терехов, А.А. Лаврухин</i>	
Минимизация неопределённостей измерения и вычисления при дискретизации непрерывных данных	124
<i>А.А. Лаврухин, Л.С. Терехов, Е.Д. Зачатейский</i>	
Об оптимальных методах квантования сигналов	126
<i>К.В. Павлов, В.В. Стрижов</i>	
Использование метода перевзвешенных наименьших квадратов для построения смеси моделей логистической регрессии	127
<i>А.А. Мафусалов</i>	
Оценивание вероятности успеха в одной серии испытаний Бернулли по другой серии при наличии зависимости между вероятностями успеха	128
<i>С.П. Кульдин</i>	
Сервисная модель организации быстрых тематических консультаций в реальном времени с переменным числом пользователей и динамически изменяющимся информационным окружением системы	130
<i>К.С. Скипор</i>	
Вероятностный подход к построению упругих графов при моделировании топологической структуры данных	131
Секция систем математического обеспечения	133
<i>С.С. Фионов</i>	
Интеграция хранилища прикладных схем в портал геопространственных данных «ГеоМета»	133
<i>В.В. Костин</i>	
К вопросу о разработке методов анализа информации торгов по закупкам	134
<i>Ф.В. Яременко</i>	
Применение дескрипционной логики для верификации детализированных моделей бизнес-процессов	135
<i>А.А. Бездушный</i>	
Автоматизация поиска и публикации OWL-онтологий в рамках семантической сети	137
<i>А.В. Полиев</i>	
Реализация доменной аутентификации по протоколу HTTP в веб-приложении на основе Java	138
<i>Л.А. Алимпиев</i>	
Представление данных с помощью библиотеки ExtJS в веб-приложении на основе JavaServer Pages	139
<i>С.Х. Шайхлисламов</i>	
Реализация комплексного программного решения для оценки психофизиологического состояния оператора	140
<i>О.М. Атаева</i>	
Среда интеграции данных научных библиотек, архивов и музеев	141

К.Б. Теймуразов

Построение прикладных приложений на базе портала «Геомета» на примере приложения по особо охраняемым природным территориям 142

Секция структурных методов статистики и оптимизации 145

П.Е. Двуреченский, Ю.Е. Нестеров

Применение методов выпуклой оптимизации для решения седловых задач оптимального управления 145

А.Л. Суворикова

Использование универсальных компрессоров для обнаружения структурных изменений во временных рядах 146

Е.А. Крымова

Оракульное неравенство для метода экспоненциального взвешивания упорядоченных оценок 147

Н.П. Балдин, В.Г. Спокойный

Теорема Бернштейна–фон Мизеса для гиперпараметров гауссовской модели 149

М.М. Жилова, В.Г. Спокойный

Равномерные свойства локальной оценки максимального правдоподобия . . 150

Н.П. Балдин, В.Г. Спокойный

Теорема Бернштейна–фон Мизеса для гиперпараметров гауссовской модели . 152

Секция теоретической информатики 154

А.А. Рубцов

Исследование автоматных преобразований контекстно-свободных языков . . 154

М.И. Исаев

Задача перечисления эйлеровых циклов в графах 155

И.М. Хузиев

Исследование квантового блуждания в графах Кэли 156

И.В. Козлов

Снижение оценки трудоемкости приближенного решения задачи минимального k -разреза 157

Е.Г. Молчанов

О классах вложимых в $(-1, 1)$ куб конусов в задаче об оценке эластичности замещения производственных факторов 158

Пленарное заседание

УДК 519.254

Снижение размерности методом негауссовских компонент

В.Г. Спокойный^{1,2,3}

¹Гумбольтовский Университет, Германия, ²Институт Веерштрасса, Германия,

³Московский физико-технический институт (государственный университет)

`spokoiny@wias-berlin.de`

Снижение размерности является важным шагом в обработке данных высокой размерности. Метод главных компонент (РСА) применим, если рассматривается выборка из нормального распределения. Напротив, метод независимых компонент (ИСА) применим только в ситуациях с чисто негауссовским распределением. В данной работе обсуждается новый метод негауссовских (NGСА) компонент, который включает в себя РСА и ИСА как частные случаи. Базовое предположение о модели состоит в том, что неизвестное распределение данных содержит полномерную гауссовскую компоненту (шум) и информативную негауссовскую компоненту низкой размерности. Задачей является идентификация негауссовской компоненты. В докладе приводятся ряд мотивирующих примеров, предлагается метод решения (NGСА), основанный на семидефинитной релаксации. Обсуждаются теоретические свойства метода и его поведение на численных и практических примерах.

Литература

1. *Diederichs E., Juditsky A., Spokoiny V., Schütte Ch.*, Sparse non-Gaussian component analysis // IEEE Trans. Inform. Theory. – 2010. – V. 56. – P. 3033–3047.
2. *Dalalyan Arnak, Juditsky Anatoly, Spokoiny Vladimir.* A new algorithm for estimating the effective dimension-reduction subspace // J. of Machine Learning Research. – 2008. – V. 9. – P. 1647–1678.
3. *Blanchard G., Kawanabe M., Sugiyama M., Spokoiny V., Muller K.-R.* In search of non-Gaussian components of a high-dimensional distribution // J. of Machine Learning Research. – 2006. – V. 7. – P. 247–282.
4. *Samarov A., Spokoiny V., Vial C.* Component identification and estimation in nonlinear high-dimensional regression models by structural adaptation // J. Amer. Statist. Assoc. – 2005. – V. 100(470). – P. 429–445.
5. *Hristache M., Juditsky A., Polzehl J., Spokoiny V.* Structure adaptive approach for dimension reduction // Ann. Statist. – 2001. – V. 29(6). – P. 1537–1566.
6. *Hristache M., Juditsky A., Spokoiny V.* Direct estimation of the index coefficient in a single-index model // Ann. Statist. – 2001. – V. 29(3). – P. 595–623.

УДК 519.63

О методе декомпозиции, основанном на поверхностных потенциалах, и некоторых его приложениях

С.В. Утюжников

Университет Манчестера (Великобритания)

Московский физико-технический институт (государственный университет)

S.Utyuzhnikov@manchester.ac.uk

Рассматриваемый в докладе метод декомпозиции областей основан на обобщенных поверхностных потенциалах Кальдерона–Рябенского, которые являются проекторами [1, 2]. Дается краткое введение в потенциалы Кальдерона–Рябенского в приложении к линейным и нелинейным краевым задачам. В отличие от многих других методов декомпозиции, подход не предполагает пересечение подобластей. Связь между подобластями осуществляется через псевдодифференциальное граничное уравнение. Рассматриваются три области применения метода: построение граничных условий на искусственной границе, пристенные граничные условия для моделирования турбулентных течений [3, 4] и задача об активном управлении звуком [5–8].

Литература

1. *Ryaben'kii V.S.* Method of Difference Potentials and Its Applications, Springer-Verlag, 2002.
2. *Utyuzhnikov S.V.* Generalized Calderon-Ryaben'kii Potentials // IMA J. Appl. Math. – 2009. – V. 74 (1).
3. *Utyuzhnikov S.V.* Domain decomposition for near-wall turbulent flows // Int. J. Computers & Fluids. – 2009. – V. 38 (9).
4. *Utyuzhnikov S.V.* Robin-type wall functions and their numerical implementation // J. Applied Numerical Mathematics. – 2008. – V. 58.
5. *Lim H., Utyuzhnikov S.V., Lam Y.W., Turan A.* Multi-domain active sound control and noise shielding // JASA. – 2011. – V. 129 (2).
6. *Utyuzhnikov S.V.* Nonlinear Problem of Active Sound Control // J. of Computational and Applied Mathematics. – 2010. – V. 234 (1).
7. *Utyuzhnikov S.V.* Non-stationary problem of active sound control in bounded domains // J. of Computational and Applied Mathematics. – 2010. – V. 234 (6).

Секция высшей математики

УДК 517.972

Описание решений функционально-дифференциальных уравнений параболического типа формулами Фейнмана

А.А.Йаакбариех^{1,2}, В.Ж. Сакбаев¹

¹Российский университет дружбы народов, ²Московский физико-технический институт
(государственный университет)
amirmath20@yahoo.com

В докладе будет исследована корректная разрешимость задачи Коши для модельного параболического дифференциально-разностного уравнения следующего вида (см. [1]):

$$u_x(x, t) = \Delta u(x, t) + \sum_{k=1}^n a_k (u(x - h_k, t) + u(x + h_k, t)) + \int_R k(x - y) u(y, t) dy, \quad (x, t) \in R \times R_+ \quad (1)$$

с начальными условиями:

$$u(x, 0) = u_0(x), x \in R. \quad (2)$$

Обобщенное решение задачи Коши (1), (2) определятся как функция $u \in C([0, +\infty], H)$ которая удовлетворяет уравнению (1) и начальному условию (2) в смысле интегрального тождества.

Теорема 1. *Существует сжимающая полугруппа $U(t), t > 0$, такая, что задача Коши (1), (2) имеет единственное решение $u(x, t) = U(t)u_0(x)$.*

Чтобы определить аппроксимации полугруппы U с помощью интегральных операторов с аналитическими ядрами мы определим такую операторно-значную функцию F , что справедливо следующее утверждение:

Теорема 2. *Операторно-значная функция $F(t), t \geq 0$ эквивалентна по Чернову (см. [2], [3]) полугруппе $U(t), t \geq 0$ в следующем смысле: $U(t)u = \lim_{n \rightarrow \infty} [F(t/n)]^n u$ для любого $t > 0$, и любого $u \in L_2(R)$.*

Литература

1. Мышкис А.Д. Смешанные функционально-дифференциальные уравнения // Современная Математика. Фундаментальные направления. – 2005. – Т. 129:5, С. 4111–4226.
2. Chernoff R.P, *Funct J.* // *Anal.* – 1968. – V. 2. – P. 238–242.
3. Сакбаев В.Ж., Смолянов О.Г. // Доклады РАН. – 2012. – Т. 445:1. – С. 20–24.

УДК 517.987.5

Пример топологически транзитивного гладкого косоого произведения в плоскости, не являющегося топологически эргодическим

А.С. Фильченков

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

a_s_filchenkov@mail.ru

Построен пример C^3 -гладкого топологически транзитивного косоого произведения $F^*(x, y)$, заданного на единичном квадрате $[0, 1]^2$, такого, что граница отрезка $[0, 1]$ не инвариантна относительно каждого отображения в слое. При этом любая нечетная итерация отображения F^* топологически транзитивна (т.е. имеет всюду плотную траекторию в квадрате $[0, 1]^2$), а любая чётная итерация F^* не является топологически транзитивной [1].

Литература

1. *Фильченков А. С.* Пример топологически транзитивного, но не топологически эргодического гладкого косоого произведения на плоскости. – Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. – 2012. – № 4 (1) – С. 193–201.

УДК 519.677

Математическая модель погрешностей округления при вычислениях в арифметике с плавающей запятой и переменной длиной мантииссы

А.И. Гриневич^{1,2}

¹Московский физико-технический институт (государственный университет),

²ООО «ГринМарк»

alexeygrinevich@gmail.com

В настоящее время в бесплатном доступе получила распространение библиотека программ GNU GMP [1, 2], реализующая стандарт IEEE 754 [3, 4], в которой длина мантииссы в арифметике с плавающей запятой варьируется в диапазоне от $m_{\min} = 24$ вплоть до $m_{\max} = 2^{31} = 2\,147\,483\,648$ двоичных знаков. В нашем сообщении рассматривается вопрос о структуре погрешностей округления решений задач вычислительной математики (ВМ) в зависимости от длины мантииссы машинного числа m . Решение задачи ВМ представляется как значение некоторой функции $f(x) \in R^k$, $x \in R^n$, определяемой методом решения задачи и её машинным алгоритмом.

Определение 1: Алгоритм вычисления функции $f \in R^k$ в точке $x \in R^n$ при длине мантииссы m будет называться *нормальным алгоритмом* для решения задач *вычислительной математики (НАВМ)*, если вычисленное значение функции в точной арифметике по этому алгоритму, в котором логические операции не выполняются, дает точное значение функции $f(x)$, т.е. имеет место:

$$ALG(f(x)) = \varphi^1(a_1) \vee \dots \vee \varphi^N(a_N). \quad \square \quad (1)$$

Алгоритм нахождения значения $f(x)$ имеет вид (1), где $\varphi^i(a_i)$, $i \in [1, N]$ — значения базовых (стандартных) функций, входящих в математическую библиотеку программ ЭВМ, « \vee » — знак объединения операций, N — число базовых операций [5].

Теорема 1. Пусть функция $f(x) \in R^k$, $x \in G \subset R^n$; базовые функции $\varphi^i(a_i)$ (кроме логических) либо являются функциями округления числа, либо непрерывны по Липшицу, т.е. в некоторой окрестности $\Omega_i(a_i)$ точки $a_i \in R^s$ удовлетворяют условию:

$\varphi^i(a_i) - \varphi^i(b_i) \leq L_i |a_i - b_i|$, $i \in [1, N]$, а алгоритм вычисления функции $f(x)$ является нормальным для $x \in G$. Тогда существует такой вектор $\tilde{C} \in R^k$, что

$$f_m(x) - f(x) = \tilde{C}\delta_1, \text{ где } \delta_1 = \frac{1}{2}b^{1-m},$$

$$f_m(x) - \text{машинное представление } f(x). \quad \square \quad (2)$$

Покажем, что для задач ВМ, в которых значение параметра погрешности $\|\tilde{C}\|$ ограничено, существует длина мантиссы, гарантирующая достижение требуемой точности решения.

Определение 2: Будем говорить, что метод (алгоритм) вычисления значения функции $f \in R^k$ называется **корректным** (КМ), если для любого $\varepsilon > 0$ найдется такой размер мантиссы m , что

$$\Delta = \|f(x) - f_m(x)\| \leq \varepsilon,$$

или

$$\frac{\Delta}{\|f(x)\|} \leq \varepsilon, \text{ при } \|f(x)\| \neq 0, \text{ где } \varepsilon - \text{требуемая точность решения.} \quad \square \quad (3)$$

Определение 3: Будем говорить, что значение функции $f_m(x)$ имеет **погрешность порядка** α , $0 < \alpha \leq 1$ относительно погрешности мантиссы δ_μ , если существуют константы C и C_0 такие, что $\forall x \in G, \forall m \geq m_{\min}$:

$$\Delta = \|f(x) - f_m(x)\| \leq C\delta_\mu^\alpha \quad \text{для абсолютной погрешности;}$$

$$\frac{\|f(x) - f_m(x)\|}{\|f(x)\|} = \frac{\Delta}{\|f(x)\|} \leq C_0\delta_\mu^\alpha \quad \text{при } \|f(x)\| \neq 0 \quad (4)$$

для относительной погрешности, где $\delta_\mu = b^{-m}$, m_{\min} — некоторая минимальная длина мантиссы, при которой могут проводиться вычисления. \square

Теорема 2. Пусть погрешности Δ значения функции $f_m(x)$ или $\frac{\Delta}{\|f(x)\|}$ имеют порядок α . Тогда для любого $\varepsilon > 0$ данный метод вычисления функции будет корректным при $m \geq \left\lceil 1 - \frac{1}{\alpha} \log_b \frac{\varepsilon}{C} \right\rceil$ или $m \geq \left\lceil 1 - \frac{1}{\alpha} \log_b \frac{\varepsilon}{C_0} \right\rceil$, где $\lceil A \rceil$ — целая часть числа A . \square

Ввиду особой важности теоремы 3 для прикладных исследований переформулируем её в следующем виде.

Теорема 3. (правило гарантированной точности решений задач ВМ). Пусть погрешность (абсолютная или относительная) вычисленного значения функции f имеет порядок α , $0 < \alpha \leq 1$. Тогда для любой требуемой точности $\varepsilon > 0$ существует такой размер мантиссы m , при котором достигается заданная точность ε решения задачи. \square

На практике теоремы 2, 3 применимы до максимального значения мантиссы m_{\max} , которую обеспечивает данная библиотека программ. В частности, для библиотеки GNU GMP $m_{\max} = 646456993$ десятичных знаков.

Литература

1. GNU GMP: Multiple precision arithmetic library [Электронный ресурс] // URL:<http://gmplib.org/>
2. GNU MPFR [Электронный ресурс] // URL:<http://www.mpfr.org/>
3. IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic // IEEE. — 2008. — N 754. — ISBN: 978-0-7381-5753-5

4. IEEE standard for radix-independent floating-point arithmetic [Электронный ресурс] // ANSI/IEEE Std. – 1987. – N 854.
URL: <http://grouper.ieee.org/groups/754/>
5. Бирюков А.Г., Гриневич А.И. О гарантированной точности решений задач вычислительной математики в арифметике с плавающей запятой и переменной длиной мантиссы // Труды МФТИ. – 2012. – Т. 4, № 3. – С. 171–180.

УДК 517.988.8

О некотором проекционном итерационном методе наискорейшего спуска решения уравнений Кармана

А.А. Фонарёв

Московский физико-технический институт (государственный университет)
fonanat@akado.ru

В [1] уравнения Кармана изгиба пластинки сводятся к уравнению, называемому канонической формой уравнений Кармана изгиба пластинки ([1], с. 93),

$$(I - \Lambda)u + C(u) - F = 0 \quad (u \in V) \quad (1)$$

в гильбертовом пространстве С.Л. Соболева $V = H_0^2(\Omega)$ со скалярным произведением $\langle v, w \rangle = \int_{\Omega} \Delta v \Delta w$ и нормой $\|v\| = (\int_{\Omega} (\Delta v)^2)^{1/2}$ для $v, w \in V$, где u — вертикальный прогиб срединной поверхности Ω пластинки, I — тождественный оператор в V , $\Lambda : V \rightarrow V$ — линейный, непрерывный, компактный, самосопряженный и положительно определённый оператор ([1], с. 92), $C : V \rightarrow V$ — такой непрерывный «кубический» компактный оператор, что $C(v) = B(B(v, v), v)$ для $v \in V$, $B : V^2 \rightarrow V$ — билинейный, симметричный и вполне непрерывный оператор ([1], с. 89, 91).

Для градиента $J'(u)$ функционала $J(u) = \frac{1}{2} \langle (I - \Lambda)u, u \rangle + j(u) + \langle F, u \rangle$ ($u \in V$), где $j(u) = \frac{1}{4} \|B(u, u)\|^2$ для $u \in V$, имеем $J'(u) = (I - \Lambda)u + C(u) - F$ ($u \in V$), ибо $j'(u)w = \langle C(u), w \rangle$ для $\forall u, w \in V$ [1].

В [1] доказано, что $J(u) \rightarrow +\infty$ при $\|u\| \rightarrow \infty$.

Пусть $\{V_i\}_{i=1}^{\infty}$ и $\{P_i\}_{i=1}^{\infty}$ — такие последовательности подпространств (замкнутых) пространства V и операторов ортогонального проектирования $P_i : V \rightarrow V_i$, что $V_i \subseteq V_{i+1}$ для каждого $i \geq 1$ и $P_i u \rightarrow u$ при $i \rightarrow \infty$ для $\forall u \in V$.

Зафиксируем произвольные числа $q \in (0, 1]$, $q_0 \in (0, q)$ и рассмотрим последовательность $\{u_i\}_{i=1}^{\infty}$ ПИМ (проекционного итерационного метода) наискорейшего спуска

$$u_{i+1} = u_i - t_i h_i \quad (i \geq 1) \quad (2)$$

с произвольным начальным элементом $u_1 \in V_1$ и $h_i = P_{i+1} J'(u_i)$, где $t_i = 0$ при $\|h_i\| = 0$, а при $\|h_i\| > 0$ параметр $t_i \in [q\tau_i, \tau_i]$, τ_i — наибольшее из таких чисел $\tau > 0$, что $J(u_i) - J(u_i - th_i) \geq q_0 t \|h_i\|^2$ для $\forall t \in (0, \tau]$.

При $\|h_i\| > 0$ и $t \geq 0$ имеем равенство $J(u_i) - J(u_i - th_i) = t \|h_i\|^2 \varphi(t)$, где

$$\begin{aligned} \varphi(t) = 1 - & \left[\frac{1}{2} t \langle (I - \Lambda)h_i, h_i \rangle + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} t \langle B(u_i, u_i), B(h_i, h_i) \rangle - \right. \\ & \left. - t^2 \langle C(h_i), u_i \rangle + \frac{1}{2} t^3 \langle C(h_i), h_i \rangle \right] / \|h_i\|^2. \end{aligned}$$

Так как $\varphi(0) = 1$ и $\varphi(t) \rightarrow -\infty$ при $t \rightarrow +\infty$, ибо $\langle C(h_i), h_i \rangle > 0$ [1], то существует число $\tau_i > 0$, используемое при определении параметра t_i в ПИМ (2), что обеспечивает осуществимость ПИМ (2). Конкретно, τ_i является наименьшим положительным корнем кубического уравнения $\varphi(t) = q_0$.

Справедлива следующая лемма.

Лемма. Для последовательности $\{u_i\}_{i=1}^{\infty}$ ПИМ (2) имеем: 1) последовательность $\{u_i\}_{i=1}^{\infty}$ ограниченная; 2) $J(u_i) \geq J(u_{i+1})$ ($i \geq 1$); 3) $t_i \geq t_0$ для $\forall i \geq 1$; 4) $\|h_i\| \rightarrow 0$ ($i \rightarrow \infty$).

С использованием леммы доказывается следующая теорема.

Теорема. Последовательность $\{u_i\}_{i=1}^{\infty}$ ПИМ (2) компактная, любая сходящаяся подпоследовательность последовательности $\{u_i\}_{i=1}^{\infty}$ сходится в V к решению уравнения (1) и $\lim_{i \rightarrow \infty} [\inf_{x \in T} \|x_i - x\|] = 0$, где T — множество решений уравнения (1).

Литература

1. Съярле Ф., Рабье П. Уравнения Кармана. — М.: Мир, 1983. — 172 с.

УДК 517.987.5

Эндоморфизмы Морса–Смейла, содержащиеся в однопараметрическом семействе квадратичных отображений плоскости

С.С. Бельмесова

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

belmesovass@mail.ru

Рассмотрено однопараметрическое семейство квадратичных отображений

$$F_{\mu} = (xy, (x - \mu)^2), \quad (1)$$

где x, y — произвольная точка плоскости R^2 , $\mu \in (0, 1]$.

Установлено, что при любом $\mu \in (0, 1]$ отображение F_{μ} представляет собой эндоморфизм Морса–Смейла.

Теорема. Отображение F_{μ} при каждом $\mu \in (0, 1]$ представляет собой эндоморфизм Морса–Смейла, обладающий следующими свойствами:

– при всех $\mu \in (0, 1)$ неблуждающее множество $\Omega(F_{\mu})$ состоит из трех неподвижных точек (стока $A_1(0, \mu^2)$, источника $A_2(\mu + 1, 1)$, седла $A_3(\mu - 1, 1)$) и периодической орбиты B периода два, образованной источниками

$$B_1 \left(\frac{\mu^2 + 1 - \sqrt{\mu^2 + 1}}{\mu}; \frac{\mu^2}{(1 - \sqrt{\mu^2 + 1})^2} \right) \text{ и } B_2 \left(\frac{\mu^2 + 1 + \sqrt{\mu^2 + 1}}{\mu}; \frac{\mu^2}{(1 + \sqrt{\mu^2 + 1})^2} \right);$$

– при $\mu = 1$ множество $\Omega(F_1)$ состоит из двух неподвижных точек (негиперболической точки $A_1(0, 1)$, источника $A_2(2, 1)$) и периодической орбиты B периода два, образованной источниками $B_1 \left(2 - \sqrt{2}; \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} \right)$ и $B_2 \left(2 + \sqrt{2}; \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} \right)$;

– при всех $\mu \in (0, 1)$ локальное устойчивое многообразие $W_{loc}^s(A_1)$ совпадает с глобальным устойчивым многообразием $W^s(A_1)$ неподвижной точки $A_1(0, \mu^2)$ и пересекается нетрансверсально с глобальным неустойчивым многообразием $W^u(A_3)$ неподвижной точки $A_3(\mu - 1, 1)$ по сепаратрисе, идущей из седла A_3 в сток A_1 .

Приведены результаты совместной работы автора с Л.С. Ефремовой.

Работа выполнена при частичной поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России (2009–2013 гг.)» Министерства образования и науки России (грант № 14.В37.21.0361).

Литература

1. Бельмесова С.С., Ефремова Л.С. О квадратичных отображениях некоторого однопараметрического семейства, близких к невозмущенному // Труды МФТИ. – 2010. – Т. 2, № 2. – С. 46–57.
2. Бельмесова С.С., Ефремова Л.С. Об инвариантных множествах некоторых квадратичных отображений плоскости // Вестник ННГУ. – 2012. – № 2. – С. 152–158.
3. Brin M., Pesin Ya. On Morse-Smale endomorphisms // American Math. Soc. Transl. – 1996. – V. 171. – P. 35–45.

УДК 517.977.8

Алгоритм построения оптимальных стратегий для дифференциальной игры быстрогодействия с целевым множеством

П.Е. Двуреченский

Московский физико-технический институт (государственный университет)

pavel.dvurechensky@gmail.com

Основы теории дифференциальных игр с нулевой суммой заложены в работах Р. Айзекса [1], Л.С. Понтрягина [2], Н.Н. Красовского [3] и др. В настоящее время разработаны различные алгоритмы, вычисляющие цену игры и оптимальные стратегии управления [4]–[6]. Для линейных дифференциальных игр с выпуклым целевым множеством современные методы используют алгоритмы вычисления игровых множеств достижимости через опорные функции этих множеств. Если дифференциальная игра нелинейна, то игровые множества достижимости становятся невыпуклыми и аппарат опорных функций становится неприменимым. В настоящей работе предлагается алгоритм построения квазиоптимальной (или ε -оптимальной) стратегии управления для нелинейной дифференциальной игры на нефиксированном отрезке времени с целевым множеством. Алгоритм использует конструкцию игровых множеств достижимости, похожую на конструкцию, используемую в [7]. В двумерном случае эти множества могут быть построены с помощью алгоритма, близкого к алгоритму построения суммы Минковского двух многоугольников с использованием конволюты [8]–[10]. Настоящая работа продолжает работу [11], в которой этот подход применяется для построения ε -оптимальной стратегии управления для игры на фиксированном интервале времени. Чрезвычайно высокая вычислительная сложность алгоритмов, используемых в теории дифференциальных игр, делает актуальной задачу анализа эффективности этих алгоритмов. Для анализа эффективности алгоритмов важно оценить их погрешности. В настоящей работе получены оценки параметра ε , определяющего близость ε -оптимальной стратегии к оптимальной, в зависимости от параметров дискретизации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 10-01-00139 и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России».

Литература

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры. – М.: Мир, 1967. – 480 с.
2. Понтрягин Л.С. Линейные дифференциальные игры преследования // Матем. сборник. – 1980. – Т. 112, № 3. – С. 307–330.
3. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. – М.: Наука, 1985. – 518 с.
4. Алгоритмы и программы решения линейных дифференциальных игр / под ред. А.И. Субботин, В.С. Пацко. – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1984. – 295 с.
5. Patsko V.S., Botkin N.D., Kein V.M., Turova V.L., Zarkh M.A. Control of an aircraft landing in windshear // Journal of Optimization Theory and Applications. – 1994. – V. 83, N 2. – P. 237–267.
6. Patsko V.S., Turova V.L. Numerical solution of two-dimensional differential games. Preprint. – Ekaterinburg: IMM UrO RAN, 1995. – 78 p.
7. Иванов Г.Е. Алгоритм решения нелинейной игровой задачи быстрого действия // Фундаментальные и задачи проблемы современной математики: Сб. науч. трудов. – 2011. – С. 49–76.
8. Guibas L. J., Ramshaw L., Stolfi J. A kinetic framework for computational geometry // Proc. of the 24th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS'83). – Tucson, Arizona. – 1983. – P. 100–111.
9. Wein R. Exact and efficient construction of planar Minkowski sums using the convolution method // Proc. 14th European Symposium on Algorithms (ESA), LNCS. – 2006. – V. 4186. – P. 829–840.
10. Flato E. Robust and efficient construction of planar Minkowski sums // Master's thesis. School of Computer Science. Tel-Aviv University. – 2000.
11. Дзуреченский П.Е., Иванов Г.Е. Алгоритм построения оптимальной стратегии в нелинейной дифференциальной игре с использованием конволюты // Труды МФТИ. – 2011. – Т. 3, № 1. – С. 61–67.

УДК 621.397.534

Об одном подходе к проблеме математического моделирования восприятия музыки и автоматизации процесса музыкальной композиции

К.В. Губаев

Московский физико-технический институт (государственный университет)
yamir4eg@yandex.ru

Поскольку музыка однозначно выделяется человеком среди всего многообразия звуков, например речи, шумов и т.п., то формализованный анализ элементов процесса этого выделения может содействовать выявлению и исследованию особенностей слухового (не только слухового) восприятия музыкальных произведений, которые должны быть учтены при изучении связанных понятий, например инкапсуляции эмоций в музыке.

В работе рассматривается задача построения математической модели восприятия музыки путем формализации критериев, на основании которых человек идентифицирует ее во множестве всего разнообразия звуков. Предлагается подход, альтернативный традиционным методам математического анализа структуры музыкальных произведений, к проблеме автоматизации процесса музыкальной композиции.

Большинство известных на данный момент методов компьютерной генерации музыки основываются лишь на анализе структуры музыкальных произведений, что

приводит к необходимости качественного выборочного контроля получаемого материала на промежуточных стадиях. Кроме того, многие из используемых схем являются итерационными, что часто приводит к необходимости значительных затрат как временных, так и вычислительных ресурсов.

Рассматриваемый в работе подход в значительной степени лишен этих недостатков. Он основан на априорной формализации и включении в математическую модель известных (и статистически обоснованных) критериев, на основании которых человек идентифицирует массив звуков как немusикальный, что позволяет предельно сузить множество этих массивов перед процедурой субъективного анализа качества композиции.

Для этой цели композиция (как музыкальное произведение) моделируется при помощи конечного набора числовых параметров, полностью и однозначно ее определяющих. Формально задача построения композиции сводится к решению системы целочисленных неравенств, определяющих необходимые условия ее приемлемости, и последующему качественному выбору пользователем ее итогового варианта. При этом некоторые условия в системе могут рассматриваться как желательные, но не обязательные для выполнения. Степень нарушения этих ограничений может оцениваться в некоторой метрике, подлежащей минимизации, при условии выполнения обязательных условий.

Данный подход был практически реализован в виде компьютерной программы, находящей решения системы неравенств на дискретном множестве чисел и генерирующей на ее основе доступную для прослушивания музыку.

В рамках этого подхода отпадает необходимость человеческого контроля на каких-либо промежуточных этапах процесса генерации музыкальной композиции, поскольку в программу заранее заложены принципы этого контроля, и она автоматически обеспечивает их выполнение. При этом, как показывает практика, для получения конечного результата на стандартном ПК требуется время порядка нескольких секунд.

Еще одно преимущество этого подхода заключается в том, что он позволяет пользователю учитывать собственные субъективные предпочтения. При оценке музыкальных произведений он оперирует близкими ему интуитивными понятиями, которые могут быть легко интерпретированы в терминах модельных параметров композиции. Иначе говоря, выполняя функцию «звена обратной связи» пользователь выражает субъективные оценки путем изменения допустимых диапазонов значений для определенных параметров математической модели.

Направление дальнейших исследований предполагает расширение возможностей подхода путем моделирования восприятия тембра, а также более сложных, связанных с музыкой, понятий, таких как эмоции или ассоциации слуховых ощущений с визуальными или тактильными. На основании рассматриваемого подхода представляется также перспективным построение математических моделей анализа речи и связанных с ней понятий.

Литература

1. *Gerhard Nierhaus* Algorithmic Composition – Paradigms of Automated Music Generation. – Springer: Mörenbach, 2009. – 287 p.

УДК 517.518.2

Плотность гладких функций в весовых пространствах Соболева с весом, равным непрерывной функции расстояния до границы.

А.Ю. Головки

Московский физико-технический институт

andrewgolovko@yandex.ru

В работе [1] была доказана плотность гладких функций в пространствах Соболева W_p^s с нормой, включающей нормы всех несмешанных обобщенных частных производных порядка не выше s . В. И. Буренков в работе [2] доказал плотность гладких функций в пространствах Соболева для произвольного открытого множества. Плотность гладких функций в весовых пространствах Соболева с весами, равными определенным функциям расстояния до границы, для полупространства в работе [3] доказал Л. Д. Кудрявцев, для области с липшецевой границе в работе [4] доказал О. В. Бесов. Следует отметить, что даже в случае $s = 1, p = 2$ для двумерного шара, плотность гладких функций имеет место не для произвольных весов (см., например, [5]). Мы обобщаем эти результаты на случай пространств Соболева, содержащих нормы не всех обобщенных частных производных соответствующего порядка и на случай произвольного открытого множества.

Обозначим $\rho(x, G) = \text{dist}(x, R^n \setminus G)$, где $G \subset R^n$ – открытое множество. Пусть на множестве G задана неотрицательная функция $v(x)$. Введем обозначение $\|f\|_{L_{p,v}(G)} = (\int_G |f(x)|^p v(x) dx)^{\frac{1}{p}}$ при $1 \leq p < \infty$. Через $C^\infty(G)$ обозначим множество функций, бесконечно дифференцируемых в G .

Пусть N – множество натуральных чисел; $n \in N, n \geq 2$. Пусть $1 \leq m \leq n$. Пусть введены $i_0 = 0, 1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_m = n$, обозначим через $n_j = i_j - i_{j-1}$. Пусть $\chi_j(i) = 1$ при $i_{j-1} + 1 \leq i \leq i_j, \chi_j(i) = 0$ при $1 \leq i \leq i_{j-1}$ и $i_j + 1 \leq i \leq n$. При $\alpha \in N^n$ положим $\alpha^j = \chi_j \alpha = (0, \dots, \alpha_{i_{j-1}+1}, \dots, \alpha_{i_j}, 0, \dots, 0)$, так что $\alpha = \sum_{j=1}^m \alpha^j$.

Теорема. Пусть $G \subset R^n, n \geq 2$ – открытое множество, $v_\alpha(x) : (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$ – непрерывные функции. Тогда множество $C^\infty(G)$ плотно в весовом пространстве Соболева с нормой $\|f\|_{W_{p, v_\alpha(\rho), m}^s} = A + B$, где $A = \sum_{j=1}^m \sum_{|\alpha=\alpha^j, |\alpha|=s} \|D^\alpha f\|_{L_{p, v_\alpha(\rho)}(G)}, a B = \|f\|_{L_{p, v_0(\rho)}(G)}$ при $1 \leq p < \infty, m, s \in N, 1 \leq m \leq n$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 11-01-00744, 12-01-31206).

Литература

1. Deny J., Lions J.L. Les espaces du type de Veppo // Ann. Inst. Fourier. – 1953/1954. – V. 5. – P. 305–370.
2. Буренков В.И. О плотности бесконечно дифференцируемых функций в пространствах Соболева для произвольного открытого множества. – Тр. МИАН СССР. – 1974. – Т. 131. – С. 39–50.
3. Кудрявцев Л.Д. О построении последовательности финитных функций, аппроксимирующих функции весовых классов // Тр. МИАН. – 1980. – Т. 156. – С. 121–129.
4. Бесов О.В. О плотности финитных функций в весовом пространстве С.Л. Соболева // Тр. МИАН. – 1983. – Т. 161. – С. 29–47.

5. *Жиков В.В.* О весовых соболевских пространствах // Математический сборник. – 1998. – Т. 189:8. – С. 27–58.

УДК 519.8

О методах и алгоритмах построения баз экспертных знаний

О.К. Подлипский

Московский физико-технический институт (государственный университет)

ok_podlipsky@yahoo.com

Во многих важных областях человеческой деятельности отсутствуют объективные модели принятия решений, и эталоном качества решения задачи является опытный человек-эксперт. Однако путь развития новичка до опытного специалиста практически всегда занимает значительное время и часто требует существенных материальных и других затрат. Длительность формирования экспертных навыков определяет актуальность задачи сокращения этого времени.

Одним из основных направлений в искусственном интеллекте является создание компьютерных систем, имитирующих искусство эксперта. Подобные системы позволяют сохранить знание опытного профессионала, сделать его бессмертным и применимым одновременно во многих местах.

Для построения таких систем необходимо решить задачу экспертной классификации и, как следствие, задачу выявления подсознательных экспертных решающих правил.

Задача построения полных классификаций на основе использования свойств монотонности имеет известные алгоритмические решения, оптимальные по Шеннону. Однако известные оптимальные алгоритмы являются оптимальными лишь для самого наихудшего случая, который никогда не встречается на практике. В реальных задачах эти алгоритмы ведут себя неоптимально. Для решения практических задач в Институте системного анализа РАН под руководством О.И. Ларичева было разработано целое семейство эвристических алгоритмов классификации [1].

Рассматриваются алгоритмы КЛАСС, ОРКЛАСС, ДИФКЛАСС, STEPCLASS, КЛАРА, ЦИКЛ, которые, как показала практика, ведут себя в реальных задачах во много раз эффективнее своих предшественников, оптимальных по Шеннону.

Для класса практических задач построения баз экспертных знаний, число объектов в которых достаточно велико, рассматривается разработанный метод, состоящий в выделении из исходной задачи упрощенных задач [2].

Описывается применение некоторых из рассмотренных алгоритмов для решения практических задач [3, 4]. Совместно с экспертами Первого Московского государственного медицинского университета им. И.М. Сеченова строится модель эксперта по быстро прогрессирующему гломерулонефриту и модель эксперта по нефропатии беременных.

Литература

1. *Ларичев О.И.* Структура экспертных знаний в задачах классификации // Доклады Академии Наук. – 1994. – Т. 336, № 6. – С. 750–752.
2. *Асанов А.А., Подлипский О.К.* Опыт построения большой базы экспертных знаний // Методы поддержки принятия решений: сборник трудов Института системного анализа Российской академии наук. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – С. 42–50.
3. *Подлипский О.К.* Построение баз знаний группой экспертов // Компьютерные исследования и моделирование. – 2010. – Т. 2, № 1. – С. 3–11.

4. Подлипский О.К. О методах выявления экспертного знания для создания прикладных консультационных и обучающих систем // Труды МФТИ. – 2011. – Т. 3, № 1. – С. 112–116.

УДК 517.982.252

Аппроксимативные свойства слабо выпуклых множеств в пространствах с несимметричной полунормой

Г.Е. Иванов, М.С. Лопушански

Московский физико-технический институт (государственный университет)

masha.alexandra@gmail.com

Исследованию различных классов сильно и слабо выпуклых множеств посвящены работы [1, 3–5], в которых сильная и слабая выпуклость множества определяется через норму банахова пространства. В работе [2] показано, что методы параметрически выпуклого анализа можно развить и для так называемой несимметричной нормы, при этом роль шара играет несимметричный квазишар. В настоящей работе мы отказываемся не только от симметричности, но и от ограниченности квазишара, что позволяет применять развиваемые здесь методы к надграфикам функций, которые являются неограниченными множествами. Здесь под квазишаром понимается выпуклое замкнутое (вообще говоря — неограниченное) множество M , для которого ноль является внутренней точкой. Функция Минковского $\mu_M(y) = \inf\{t > 0 : y \in tM\}$ такого квазишара представляет собой несимметричную полунорму и используется в определениях опорных условий сильной и слабой выпуклости.

Пусть E — банахово пространство. M -расстоянием от множества $X \subset E$ до множества $Y \subset E$ называется величина $\rho_M(X, Y) = \inf_{x \in X, y \in Y} \mu_M(x - y)$. M -проекцией точки $x \in E$ на множество $Y \subset E$ называется множество $P_M(x, Y) = Y \cap (x - \rho_M(x, Y)M)$. Множество M называется параболическим, если для любого вектора $b \in E$ множество $(b + M) \setminus 2M$ ограничено. Множество M называется ограниченно равномерно выпуклым, если $\delta_M^d(\varepsilon) > 0 \quad \forall d > 0, \forall \varepsilon > 0$, где $\delta_M^d(\varepsilon)$ — это супремум чисел $\delta \in [0, \frac{\varepsilon}{2}]$ таких, что $B_\delta(\frac{x+y}{2}) \subset M$ для любых $x, y \in M \cap B_d(0)$, удовлетворяющих неравенству $\|x - y\| \geq \varepsilon$, где $B_R(a) = \{x \in E \mid \|x - a\| \leq R\}$.

Множество $X \subset E$ удовлетворяет опорному условию сильной выпуклости относительно квазишара M , если $X - x \subset M - \frac{y-x}{\rho_M(y, X)} \quad \forall y \in E \setminus X, \forall x \in P_M(y, X)$. Множество $Y \subset E$ удовлетворяет опорному условию слабой выпуклости относительно квазишара M , если $Y \cap \left(y + \frac{x-y}{\rho_M(x, Y)} - \text{int}M\right) = \emptyset \quad \forall x \in E \setminus Y, \forall y \in P_M(x, Y)$.

Следующие результаты получены в предположении, что квазишар M является параболическим и ограниченно равномерно выпуклым.

Теорема 1. (О чебышевском слое.) Пусть множество $Y \subset E$ замкнуто и удовлетворяет опорному условию слабой выпуклости относительно квазишара RM . Тогда для любой точки $x \in E$ такой, что $0 < \rho_M(x, Y) < R$, множество $P_M(x, Y)$ одноэлементно.

Теорема 2. (О ближайших точках.) Пусть множество $X \subset E$ замкнуто, выпукло и удовлетворяет опорному условию сильной выпуклости относительно квазишара $-rM$, множество $Y \subset E$ замкнуто и удовлетворяет опорному условию слабой выпуклости относительно квазишара RM , где $0 < r < R$. Пусть $0 < \rho_M(X, Y) < R - r$. Тогда $\min_{x \in X, y \in Y} \mu_M(x - y)$ достигается в единственной паре точек.

Литература

1. *Иванов Г.Е.* Слабо выпуклые множества и функции: теория и приложения. – М.: Физматлит, 2006. – С. 352.
2. *Иванов Г.Е.* Перестановочность операций суммы и разности Минковского для множеств в равномерно выпуклом банаховом пространстве // Современные проблемы фундаментальной и прикладной математики. – М.: МФТИ. – 2008. – С. 32–55.
3. *Половинкин Е.С., Балашов М.В.* Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. – М.: Физматлит, 2007. – С. 440.
4. *Clarke F.H., Stern R.J., Wolenski P.R.* Proximal Smoothness and Lower- C^2 Property // J. Convex Anal. – 1995. – V. 2, N 1, 2. – P. 117–144.
5. *Vial J.-P.* Strong and weak convexity of sets and functions // Math. Ops. Res. – 1983. – V. 8, N 2. – P. 231–259.

УДК 517.968+517.983

Дискретные уравнения и периодические задачи

В.Б. Васильев¹, А.В. Васильев²

¹Липецкий государственный технический университет, ²Белгородский государственный университет
 vbv57@inbox.ru

При изучении разрешимости (псевдо) дифференциальных уравнений на многообразии M ключевую роль играет локальный принцип, или принцип замораживания коэффициентов. Согласно этому принципу для фредгольмовости исходного уравнения требуется обратимость модельного оператора в канонической области. Модельный оператор – это оператор A с символом $A(\xi)$, не зависящим от пространственной переменной x , а каноническая область представляет собой часть пространства R^m , причем тип этого куска R^m определяется структурой многообразия. Так, если M – гладкое многообразие с гладким краем ∂M , то для точек ∂M канонической областью служит полупространство $R_+^m = \{x \in R^m : x = (x_1, x_2, \dots, x_m), x_m > 0\}$. Условия обратимости такого оператора формулируются в терминах индекса краевой задачи Римана [1], которая возникает естественно при переходе к образам Фурье [2].

Мы рассматриваем дискретное уравнение в полупространстве $Z_{h,+}^m$ вида

$$au_h(\tilde{x}) + \sum_{\tilde{y} \in Z_{h,+}^m} K(\tilde{x} - \tilde{y})h^m = v^h(\tilde{x}), x \in Z_{h,+}^m, \quad (1)$$

где введены следующие обозначения: Z_h^m – целочисленная ($mod h$) решетка в R^m , $Z_{h,+}^m$ – дискретное полупространство $\{\tilde{x} \in Z_h^m, \tilde{x}^m > 0\}$, u_h, v_h – функции дискретного аргумента, определенные на $Z_{h,+}^m$, $K(\tilde{x})$ – специальное ядро Кальдерона–Зигмунда [3]. Если применить дискретное преобразование Фурье [4] к уравнению (1), оно редуцируется к некоторому периодическому аналогу краевой задачи Римана с параметром в верхней и нижней полуполосе комплексной плоскости. Условия разрешимости такой задачи также определяются некоторым топологическим индексом.

Показано, что если правая часть континуального уравнения удовлетворяет условию Гёльдера с показателем α , то в любой точке $\tilde{x} \in Z_{h,+}^m$ близость точных решений континуального уравнения и дискретного уравнения (1) оценивается величиной $ch^{\alpha'}$, где c – постоянная, не зависящая от h , $0 < \alpha' < \alpha \leq 1$.

Литература

1. *Газов Ф.Д.* Краевые задачи. – М.: Наука, 1977. – 640 с.
2. *Эскин Г.И.* Краевые задачи для эллиптических псевдодифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1973. – 232 с.
3. Selected papers of Alberto P. Calderon/ Eds. A. Bellow, C. Kenig, P. Malliavin. – AMS, Providence, 2009. – P. 639.
4. *Соболев С.Л.* Введение в теорию кубатурных формул. – М.: Наука, 1974. – 808 с.

УДК 517.984.54:517.968.28

Решение систем уравнений марковского восстановления с помощью аппроксимации асимптотических рядов

О.В. Коваленко, Н.И. Хочкин

Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики

N.I.Khochkin@itmf.vniief.ru

Рассматривается численный метод решения систем уравнений марковского восстановления. Данные уравнения описывают различные характеристики полумарковского процесса с дискретными состояниями на непрерывном времени.

Приближенные решения, построенные по данному методу, сохраняют важные характеристики случайного процесса: заданное число первых моментов (математических ожиданий) и производных в нуле точного решения. Моменты и производные соответствуют коэффициентам асимптотического разложения точного решения в пространстве образов Лапласа в нуле и на бесконечности.

Метод состоит в построении аппроксимации Паде образа Лапласа искомого решения по двум асимптотическим рядам. Первый ряд соответствует разложению образа Лапласа аппроксимируемой функции в ряд Тейлора в точке ноль. Второй ряд – разложению в ряд Лорана на бесконечности. Для контроля построенного приближения вводятся параметры, используемые при построении звеньев цепной М-дроби. Введенные таким образом параметры не изменяют заданное заранее число членов двух разложений. Варьируя их значение, можно добиться ограниченности и неотрицательности построенного приближения. Такие приближения соответствуют плотностям функций распределения.

Литература

1. *Тихонов В.Т., Миронов М.А.* Марковские процессы. – М.: Советское радио. – 1977.
2. *Королюк В.С., Турбин А.Ф.* Полумарковские процессы и их приложения. – Киев: Наукова думка, 1976.
3. *Королюк В.С., Турбин А.Ф.* Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. – Киев: Наукова думка, 1982.
4. *Коваленко О.В., Хочкин Н.И.* Алгоритм решения уравнений полумарковского восстановления в k -моментном приближении. – РФЯЦ-ВНИИЭФ. – Саров: ИТМФ, 2010. – НИР. Инв. 01/4746 нс.
5. *Диткин В.А., Прудников А.П.* Интегральные преобразования и операционное исчисление. – М.: Физматлит, 1961.
6. *Коваленко О.В., Хочкин Н.И.* Алгоритм восстановления функций распределения и других вероятностных функций по известным формальным рядам разложения

- этих функций и их образов Лапласа в ряды Тейлора в точке 0 на классе функций, образы Лапласа которых являются рациональными функциями. – РФЯЦ-ВНИИЭФ. – Саров: ИТМФ, 2011. – НИР. Инв. № 01/4852 нс.
7. Коваленко О.В., Хочкин Н.И. Вывод рекуррентных соотношений для определения моментов и производных в точке для функций, являющихся решением системы уравнений марковского восстановления. – РФЯЦ-ВНИИЭФ. – Саров: ИТМФ, 2011. – НИР. Инв. № 01/4833 нс.
 8. Коваленко О.В., Хочкин Н.И. Развитие и обобщение методов и алгоритмов решения задач полумарковского восстановления. – Саров: б.н., 2011. НИР. Инв. № 01/4947 н/с от 15.12.2011.
 9. Baker G.A., Graves-Morris Jr. and P. Pade Approximants. Second Edition. s.l.: Cambridge University Press, 1996. – P. 746.
 10. Бейкер Дж. мл., Грейвс-Моррис П. Аппроксимации Паде. Основы теории. Обобщения и приложения. – М.: Мир, 1986.
 11. Джоунс У., Трон В. Непрерывные дроби. Аналитическая теория и приложения под ред. И.Д. Софронова. – М.: Мир, 1985.
 12. Jones W.B., Thron W.J. Continued fractions. Analytic theory and applications // Encyclopedia of mathematics and its applications. – 1980. – V. 11.
 13. Jones W.B., Thron W.J., Waadeland H. Analytic Theory of Continued Fractions. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1982 // Proceedings of a Seminar-Workshop. 0-387-11567-6.
 14. Thron W.J. Analytic Theory of Continued Fractions II, 1985: Springer-Verlag Berlin Heidelberg // Proceedings of a Seminar-Workshop.
 15. Коваленко О.В., Хочкин Н.И. Особые случаи восстановления функций распределения в пространстве образов Лапласа по их асимптотическим рядам. – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2012. – НИР. 01/4997 нс.
 16. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. 5-е. – М.: Физматлит, 2004.

Секция квазилинейных уравнений и обратных задач

УДК 517.9

Весовые преобразования Радона и дифференциальные системы первого порядка на плоскости

Р.Г. Новиков

Ecole Polytechnique, France

Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики, РАН

`novikov@smar.polytechnique.fr`

Мы рассматриваем весовые преобразования Радона на плоскости, где веса задаются конечными рядами Фурье по угловой переменной. Используя технику аддитивной задачи Римана—Гильберта, мы сводим обращение этих преобразований к решению дифференциальных систем первого порядка на плоскости с условием убывания на бесконечности. В простейшем нетривиальном частном случае это сведение приводит к скалярному неоднородному уравнению типа Бельтрами. В качестве следствий мы получаем новые результаты по обращению и единственности для весовых преобразований Радона на плоскости. Возможные приложения включают в себя одно-фотонную эмиссионную томографию, флуоресценционную томографию, позитронную томографию и оптическую томографию. Этот доклад основан на работах [1–2].

Литература

1. *Новиков Р.Г.* Весовые преобразования Радона, для которых приближенная формула обращения Чанга является точной // Успехи математических наук. – 2011. – Т. 66, № 2. – С. 237–238.
2. *Novikov R.G.* Weighted Radon transforms and first order differential systems on the plane // e-print: <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00714524>.

УДК 517.95

Отсутствие солитонов с достаточной алгебраической локализацией для уравнения Веселова–Новикова на ненулевом уровне энергии

А.В. Казейкина^{1,2}

¹Ecole Polytechnique

²Московский физико-технический институт (государственный университет)

`kazanna@bk.ru`

Уравнение Веселова–Новикова является математически наиболее естественным $(2 + 1)$ -мерным аналогом уравнения Кортевега–де Фриза, интегрируемым при помощи метода обратной задачи рассеяния для двумерного стационарного уравнения Шредингера при фиксированной энергии [1].

Для уравнения Кортевега–де Фриза хорошо известны экспоненциально локализованные солитонные решения. Для уравнения Веселова–Новикова на положительном уровне энергии в [2] было показано, что гладкие экспоненциально локализованные солитоны отсутствуют. Первые алгебраически локализованные солитоны были построены и указаны в [3]. Данные солитоны являются рациональными функциями, локализованными как $O(|x|^{-2})$, $x \rightarrow \infty$, в пространстве.

Данный доклад основан на работе [4], в которой был усилен результат [2] и продемонстрировано, что локализация солитонов Гриневича–Захарова является почти наилучшей возможной локализацией для солитонов уравнения Веселова–Новикова на ненулевом уровне энергии. Более точно, в [4] показано, что не существует достаточно регулярных солитонов уравнения Веселова–Новикова на ненулевом уровне энергии, локализованных сильнее, чем $O(|x|^{-3})$, $x \rightarrow \infty$, в пространстве. Доказательство утверждения основано на технике теории обратной задачи рассеяния для двумерного стационарного уравнения Шрёдингера, в частности, на рассмотрении классических данных рассеяния для данного уравнения, данных Фаддеева и специальных данных рассеяния, введенных в [5].

Литература

1. *Веселов А.П., Новиков С.П.* Конечнозонные двумерные потенциальные операторы Шрёдингера. Явные формулы и эволюционные уравнения // Докл. Акад. наук СССР. – 1984. – Т. 279, № 1. – С. 20–24.
2. *Novikov R.G.* Absence of exponentially localized solitons for the Novikov–Veselov equation at positive energy // Physics Letters A. – 2011. – V. 375. – P. 1233–1235.
3. *Гриневич П.Г.* Рациональные солитоны уравнений Веселова–Новикова – безотражательные при фиксированной энергии двумерные потенциалы // ТМФ. – 1986. – Т. 69, № 2. – С. 307–310.
4. *Казейкина А.В.* Отсутствие солитонов с достаточной алгебраической локализацией для уравнения Веселова–Новикова на ненулевом уровне энергии // Функции, анализ и прил. (в печати). – 2012. – arXiv:1201.2758v2.
5. *Boiti M., Leon J.J.P., Manna M., Pempinelli F.* On a spectral transform of a KdV-like equation related to the Schrodinger operator in the plane // Inverse Problems. – 1987. – V. 3. – P. 25–36.

УДК 514.84

Функция Грина пятиточечной дискретизации двумерного конечнозонного оператора Шрёдингера: случай четырёх особых точек на спектральной кривой

Б.О. Василевский

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
vasilevskiy.boris@gmail.com

В настоящее время одной из активно исследуемых задач математической физики является построение интегрируемых дискретных аналогов непрерывных интегрируемых систем. Отдельный интерес (не только чисто теоретический) вызывала задача рассеяния для двумерного оператора Шрёдингера при одной энергии. Интегрируемая (построено прямое и обратное спектральное преобразование в периодическом случае) гиперболическая дискретизация была найдена Кричевером И.М. [1]. Далее, в статье Doliwa A., Grinevich P., Nieszporski M., Santini P.M. [2] из гиперболической

дискретизации была выведена эллиптическая на пяти точках. Проведённая редукция на чётную подрешётку в терминах спектральных данных оказалась очень похожа на редукцию в работе Веселова и Новикова [3].

Наиболее общие потенциалы отвечают римановой поверхности, на которой особенности находятся в четырёх сериях выделенных точек. Однако наиболее интересен случай, когда все точки серий совпадают, или, что эквивалентно, имеется ровно 4 особых точки. Именно этот случай мы и будем рассматривать. При этом мы будем предполагать, что голоморфная инволюция на спектральной кривой имеет ровно две неподвижные точки, как и в работе [2]. Следует отметить, что, как показали Кричевер и Грушевский [4], решения, построенные в [2], являются решениями специального вида, а решения общего положения отвечают кривым, у которых инволюция не имеет неподвижных точек.

Рассмотрим оператор L , соответствующий упомянутой эллиптической дискретизации. Главная цель данного доклада – явная формула для функции Грина G этого оператора, выражающая ее в терминах интеграла по специальному контуру на спектральной кривой от дифференциала, построенного по волновой функции оператора L . Более того, полученная формула позволяет почти по каждой точке спектральной кривой построить функцию Грина с соответствующей асимптотикой на бесконечности.

Литература

1. Кричевер И.М. Двумерные периодические разностные операторы и алгебраическая геометрия // ДАН СССР. – 1985. – Т. 285:1. – С. 31–36.
2. Doliwa A., Grinevich P., Nieszporski M., Santini P.M. Integrable lattices and their sub-lattices: from the discrete Moutard (discrete Cauchy-Riemann) 4-point equation to the self-adjoint 5-point scheme // Journal of Mathematical Physics. – 2007. – V. 48, N 1. – P. 28.
3. Веселов А.П., Новиков С.П. Конечнозонные двумерные операторы Шредингера. Явные формулы и эволюционные уравнения // Доклады АН СССР. – 1984. – Т. 279:1. – С. 20–24.
4. Grushevsky S., Krichever I. Integrable discrete Schrodinger equations and a characterization of Prym varieties by a pair of quadrisecants // Duke Math. J. – 2010. – V. 152, N 2. – P. 317–371.

УДК 517.9

Восстановление потенциала в одномерном уравнении Шредингера по граничным измерениям

В.С. Михайлов

Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А. Стеклова РАН,
Лаборатория Чебышева (математико-механический факультет СПбГУ)
ftvsm78@gmail.com

Мы рассмотрим обратную задачу об определении потенциала в одномерном динамическом уравнении Шредингера на интервале по измерениям на границе. В случае, когда источник из специального (генерирующего) класса, используя метод Граничного Управления, мы восстанавливаем спектр задачи по измерениям на левой или правой границе интервала. Используя специфику одномерной задачи, мы восстановим спектральную функцию соответствующего оператора по измерениям на всей

границе таким образом, сведя задачу к классической, которая может быть исследована известными методами. Также мы обсудим сходимост метода.

Работа поддержана Лабораторией Чебышева, грант Правительства РФ дог. 11.G34.31.0026 и Российским фондом фундаментальных исследований (РФФИ), грант N. 11-01-00407-а.

УДК 534.2:517.9

Возможности двухшагового алгоритма реконструкции акустических неоднородностей в ультразвуковом маммографе

Д.И. Зотов¹, В.А. Буров¹, М.Ф. Каравай², О.Д. Румянцева¹

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, ²Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
zotovdi@mail.ru

Представлен метод акустической томографии, позволяющий восстановить с высоким разрешением распределение скорости звука и коэффициента поглощения в исследуемом объекте. Знание этих характеристик актуально для целей ранней диагностики доброкачественных и злокачественных новообразований, и прежде всего – в молочной железе. Многолучевое облучение и прием данных осуществляются ультразвуковыми пьезокерамическими преобразователями, расположенными на кольцевой антенной решетке вокруг томографируемого объекта [1]. В итоге восстанавливаются двумерные картины распределения скорости звука и поглощения, которые обладают высоким пространственным разрешением, позволяющим врачу-диагносту сделать заключение о наличии и характере патологии.

Для обработки экспериментальных данных предлагается двухшаговый алгоритм восстановления [2]. На первом шаге восстанавливается неизвестное распределение по рассеивателю крупномасштабных неоднородностей скорости звука и поглощения. Характерное разрешение этого шага определяется диаметром лучевой трубки $\cong \sqrt{L \lambda_0}$ (λ_0 – средняя длина волны; L – линейный размер рассеивателя) и составляет не менее нескольких длин волн, т.е. 5–7 мм при работе в мегагерцовом диапазоне частот (рис. 1). Первый шаг необходим, поскольку значения скорости звука и коэффициента поглощения могут изменяться в широких пределах не только для биотканей различного типа, но и для однотипных биотканей различных пациентов. На втором шаге за счет учета уже оцененных крупномасштабных неоднородностей достигается высокая точность восстановления тонкой структуры рассеивателя (т.е. деталей с размером от нескольких десятых долей длины волны до нескольких длин волн) на уже оцененном неоднородном крупномасштабном фоне.

Для обработки экспериментальных данных в настоящее время используются в качестве математических сопроцессоров две видеокарты NVidia GeForce GTX 590 и GTX 560, обладающие в сумме примерно 1400 параллельно работающих ядрами. Привлечение технологии CUDA позволяет получать из измеренных экспериментальных данных итоговое изображение форматом 1024×1024 отсчетов (это полный формат, предполагающийся использовать для задач медицинской диагностики) всего за десять минут. Для сравнения, аналогичный расчет на двухъядерной ЭВМ с помощью программы на языке C++ с привнесением элементов программирования на Ассемблере занимает около 20 часов. При обработке томографических данных для обеспечения высокого разрешения восстановленного изображения необходимо учитывать и компенсировать все факторы, которые могут нарушать точную фазировку антенной решетки, – геометрические и фазовые поправки для приемоизлучающих преобразователей, а также отклонение геометрического центра антенной решетки от

центра ее вращения. Кроме того, встает важная проблема компенсации на этапе обработки произвольных движений пациента во время измерений, и эта проблема частично решена.

Работа выполнена при поддержке грантов Президента РФ № НШ- 2631.2012.2, № МК-2041.2011.5, гранта РФФИ № 10-02-00636, а также при частичной поддержке Правительства РФ (грант № 2010-220-01-077, договор № 11.G 34.31.0005).

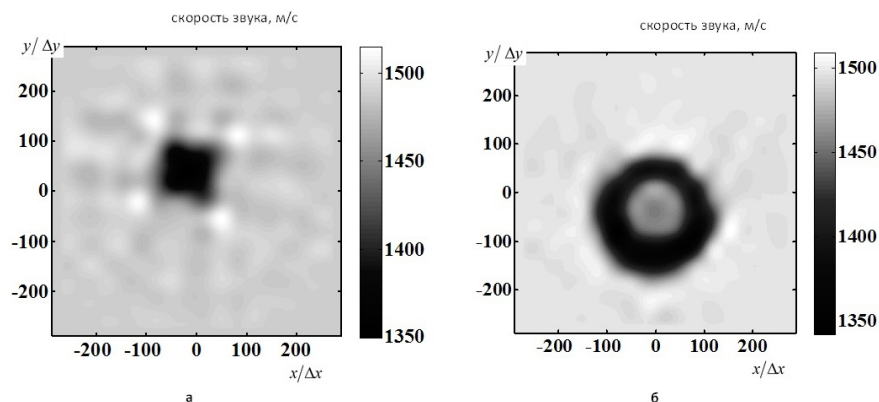


Рис. 1. Двумерные томограммы пространственного распределения скорости звука, восстановленные с грубым разрешением на первом шаге по реальным экспериментальным данным; один пространственный отсчет составляет $\Delta x = \Delta y = 0.25$ мм. В качестве имитатора биологической ткани взяты кубик из пластилола с поперечным сечением 38×38 мм (а) и цилиндр из пластилола диаметра 70 мм, имеющим смещенную от центра полость диаметра 35 мм (б)

Литература

1. Пархоменко П.П., Каравай М.Ф., Сухов Е.Г., Фалеев Б.А. [и др.]. Патент на изобретение № 2145797. Приоритет от 23.06.1999. – М., 2000.
2. Буров В.А., Гришина И.М., Лапшенкина О.И., Морозов С.А. [и др.]. Восстановление тонкой структуры акустического рассеивателя на фоне искажающего влияния его крупномасштабных составляющих // Акуст. журн. – 2003. – Т. 49. – С. 738–750.

УДК 517.9

Восстановление потенциала по импедансному граничному оператору

М.И. Исаев

Ecole polytechnique, France,

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Isaev.M.I@gmail.com

Рассматривается импедансный граничный оператор (или Робин-Робин оператор) для уравнения Шредингера в открытой ограниченной области при фиксированной энергии в многомерном случае. В докладе представлены оценки глобальной устойчивости и методы восстановления потенциала по этим граничным данным и, как следствие, по данным Коши. Кроме того, обсуждаются основные свойства импедансного граничного оператора, в частности, обобщение тождества Алессандрини на случай рассматриваемых граничных данных. Этот доклад основан на работах [1] и [2].

Литература

1. *Исаев М.И., Новиков Р.Г.* Оценки устойчивости для восстановления потенциала по импедансному граничному оператору // Алгебра и анализ (принято к публикации) – e-print arXiv:1112.3728.
2. *Isaev M.I., Novikov R.G.* Reconstruction of a potential from the impedance boundary map // e-print arXiv:1204.0076.

УДК 519.6

Нужен ли «blow up» в моделях свертывания крови*Е.К. Вдовина, К.А. Волосов*

Московский государственный университет путей сообщения

konstantinvolosov@yandex.ru

Исследование поведения интегральных кривых ОДУ на фазовой плоскости в модели гомогенной кинетики свертывания крови проведено в [1] численными методами. В данной работе изучена данная модель с диффузией [2], составленная из двух нелинейных параболических уравнений для активатора процесса свертываемости $Q(t, x, y)$ (тромбина) и ингибитора $S(t, x, y)$. Модель записана в системе координат χ, θ , связанной с медленно вращающейся полярной системой координат:

$$Q(t, x, y) = U(\chi, \theta), \quad S(t, x, y) = V(\chi, \theta),$$

где $\chi = \ln(\sqrt{x^2 + y^2})$, $\theta = \arctan(y/x) - \omega t$ (параграф 1.4, [2]).

$$\begin{aligned} Q'_t - K_1 (1 + K_2 Q / (1 + K_3 S)) [K_4 Q (1 + K_5 Q / (1 + K_3 S)) + A] (1 + Q/u_0) - \\ - d \Delta Q + K_6 Q = 0, \quad S'_t - d \Delta S - K_7 Q + K_8 S = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Для построения точного решения используется метод нефиксированной конструктивной замены переменных, развитый в [3–4]:

$$Q(t, x, y) = U(\chi, \theta)_{\chi=\ln(\sqrt{x^2+y^2}), \theta=\arctan(y/x)-\omega t} = P(\xi, \delta)_{\xi=\xi(\chi, \theta), \delta=\delta(\chi, \theta)},$$

$$S(t, x, y) = V(\chi, \theta)_{\chi=\ln(\sqrt{x^2+y^2}), \theta=\arctan(y/x)-\omega t} = W(\xi, \delta)_{\xi=\xi(\chi, \theta), \delta=\delta(\chi, \theta)}.$$

Данный способ позволяет найти точное решение в неявной, параметрической форме: $Z(P(\xi, \delta), \xi) = 0$, $W = G(P(\xi, \delta), \xi)$. В [2] эти функции однозначно и явно вычислены и определены. Феноменологическая модель свертывания крови (более простая, чем (1)) была предложена в [1, 5]. Новое решение для неё построено в [2] (глава 2) и имеет вид спиральных волн с особенностями в односвязной области. Наиболее сильная нелинейность присутствует в распределенной модели гомогенной кинетики (1), которая обладает «сверх жесткими» свойствами. В распределенной модели гомогенной кинетики (1) структура распадается на две не связанные области, в одной части которой функция принимает малые значения (эта область может трактоваться как жидкая кровь), а в другой, меньшей части области она принимает большие, но ограниченные значения (эта область может трактоваться как твердый тромб).

Можно поставить вопрос: «Какой амплитуды может достигнуть импульс конечной амплитуды?» Оказывается, что природе не нужен «blow up», для свертывания крови достаточно иметь импульс, в которой функция увеличивается на несколько порядков. В рассматриваемой модели, изменяя константы, можно получить импульс очень большой амплитуды (десятки порядков), но конечный.

Это **новый!** пример решений для уравнений с частными производными. Гиперплоскость резко изгибается под почти прямым углом. Верхняя её часть соответствует импульсу большой амплитуды (возможно изменение на много порядков). Из истории математики известно, что одно решение порождало целый большой поток других работ. Так было с теорией солитонов, обратной задачей рассеяния, теорией обостряющихся решений. Одной из целей данной работы является привлечение внимания специалистов к нелинейным моделям (1).

Литература

1. Атауллаханов Ф.И., Зарницина В.И., А.Ю. Кондратович, Лобанов Е.С., Сарбаш В.И. Особый класс автоволн – автоволны с остановкой – определяет пространственную динамику свертывания крови // Успехи физических наук. – 2002. – Т. 172, № 6 – С. 671–690.
2. Волосов К.А., Вдовина Е.К. Точные решения нелинейных уравнений третьего и четвертого порядка в частных производных. – М.: МИИТ, 2012.
3. Волосов К.А. Методика анализа эволюционных систем с распределенными параметрами: дис. д-ра физ-матем. наук. – М.: МИЭМ, 2007.
4. Volosova A.K., Volosov K.A. Construction solution of PDE in Parametric Form // International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences. – 2009, Article ID. – V. 319268. – 17 p.
<http://www.hindawi.com/journals/ijmms/2009/319269.html>.doi:10.1155/2009/319269
5. Крутикова М.П., Куриленко И.А., Лобанов А.И., Старожилова Т.К. Двумерные стационарные структуры в математической модели свертывания крови с учетом гипотезы о переключении активности тромбина // Математическое моделирование. – 2004. – Т. 16, № 12. – С. 85–95.

УДК 519.865.3

Исследование обобщённого преобразования Радона и его экономические приложения

А.Д. Агальцов¹

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
agalets@gmail.com

При обработке российской экономической статистики возникает проблема учета взаимного замещения отечественных и импортных товаров. В периоды, когда ЦБ РФ поддерживает постоянный курс иностранной валюты в условиях инфляции на внутреннем рынке, иностранные товары замещают отечественные аналоги. В периоды, следующие за девальвацией рубля, отечественная продукция вытесняет импортную. Для учета указанного эффекта А. А. Шананиным была предложена модель [1] производства, являющаяся обобщением модели Хаутеккера–Иохансена. Функция прибыли отрасли в этой модели имеет вид

$$\Pi_q[\mu](p, p_0) = \int_{\mathbb{R}_+^n} (p_0 - q(p \circ x))_+ \mu(dx),$$

где μ — распределение мощностей по технологиям, $p \in \mathbb{R}_+^n$ — вектор цен на производственные факторы текущего пользования (ПФТП), $p_0 > 0$ — цена выпускаемой

продукции, $x \in \mathbb{R}_+^n$ — вектор затрат ПФТП, характеризующий используемую технологию производства, $p \circ x$ — покомпонентное произведение векторов p и x , $q(\cdot)$ — преобразование Янга производственной функции. Для производной функции прибыли имеет место выражение

$$\frac{\partial}{\partial p_0} \Pi_q[\mu](p, p_0) = \mu(x \in \mathbb{R}_+^n q(p \circ x) \} p_0).$$

В работе производится исследование этого отображения. Обозначим через \mathcal{Q} класс вогнутых, положительно однородных первой степени функций из $C^1(\mathbb{R}_+^n, \mathbb{R}_+)$.

Определение. Пусть $q \in \mathcal{Q}$. Обобщенным преобразованием Радона борелевской сигма-аддитивной меры μ с носителем в \mathbb{R}_+^n называется функция $\mathcal{R}_q[\mu] : \mathbb{R}_+^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, действующая по правилу

$$\mathcal{R}_q[\mu](p, p_0) = \frac{\partial}{\partial p_0} \mu(x \in \mathbb{R}_+^n q(p \circ x) \} p_0).$$

Если мера μ имеет непрерывную плотность $a(x)$ и Ω — форма Гельфанда–Лере, то

$$\mathcal{R}_q[\mu](p, p_0) = \int_{q(p \circ x) = p_0} a(x) \Omega.$$

Положим по определению $\mathcal{R}_q[a] = \mathcal{R}_q[\mu]$.

Теорема 1 (формула обращения). Пусть $q \in \mathcal{Q}$ и преобразование Меллина $\mathcal{M}[e^{-q(x)}](z)$ определено при некотором z . Пусть $a(x) \in C(\mathbb{R}_+^n, \mathbb{R})$ и при некотором $s \in \mathbb{R}$ существует интеграл

$$J = \frac{1}{(2\pi i)^n} \int_{c+i\mathbb{R}^n} x^{-z} \frac{\mathcal{M}[\mathcal{R}_q[a](p, 1)](I-z)}{\mathcal{R}_q[x^{-z}](I, 1)} dz,$$

где $I = (1, \dots, 1)$. Тогда $a(x) = J$.

Пусть $C_0(\mathbb{R}_+^n, \mathbb{C})$ обозначает класс обнуляющихся на бесконечности функций из $C(\mathbb{R}_+^n, \mathbb{C})$.

Теорема 2 (единственности). Пусть $q \in \mathcal{Q}$ и $q(x) > 0$ при $x > 0$. Пусть борелевские меры μ_1, μ_2 с носителями в \mathbb{R}_+^n удовлетворяют условиям $\text{dist}(\text{supp} \mu_i, \partial \mathbb{R}_+^n) > 0$, $i = 1, 2$ и функционалы

$$\mu_i(f) = \int_{\mathbb{R}_+^n} f(x) \mu_i(dx), \quad i = 1, 2$$

ограничены на $C_0(\mathbb{R}_+^n, \mathbb{C})$. Тогда из $\mathcal{R}_q[\mu_1] = \mathcal{R}_q[\mu_2]$ следует, что $\mu_1 = \mu_2$.

В общем случае производная от $\mathcal{R}_q[\mu](p, p_0)$ по p_0 является распределением. Определим

$$\Phi[\mu](p) = \left\langle \frac{\partial}{\partial p_0} \mathcal{R}_q[\mu](p, p_0), e^{-p_0} \right\rangle.$$

Непосредственно проверяется, что

$$\Phi[\mu](p) = \int_{\mathbb{R}_+^n} e^{-q(p \circ x)} \mu(dx).$$

Теорема 3 (характеризации). Пусть $q \in \mathcal{Q}$ положительна и бесконечно дифференцируема при $x \neq 0$. Тогда крайними лучами конуса функций $\{p \mapsto \Phi[\mu](p) \mid \mu \in M\}$, где

M — множество конечных неотрицательных сигма-аддитивных борелевских мер на \mathbb{R}_+^n , являются функции $\{p \mapsto \lambda e^{-q(p \circ x)} x \in \overline{\mathbb{R}_+^n}, \lambda > 0\}$ и только они.

Эта теорема обобщает известный результат о крайних лучах образа преобразования Лапласа борелевских неотрицательных мер.

Литература

1. Шананин А.А. Обобщенная модель чистой отрасли производства // Математическое моделирование. — 1997. — Т. 9, № 9. — С. 117–127.

УДК 517.95

Stability estimates for an inverse problem for the Schrödinger equation at negative energy in two dimensions

M. Santacesaria

Ecole polytechnique, France

santacesaria@cmap.polytechnique.fr

In this talk we present recent progress for the inverse problem of determining a real-valued potential in the two-dimensional Schrödinger equation at negative energy from the Dirichlet-to-Neumann map. It is known that the problem is ill-posedness and a stability estimate of logarithmic type holds. In this talk we show three new stability estimates. The main feature of the first one is that the stability increases exponentially with respect to the smoothness of the potential, in a sense to be made precise. The others show how the first estimate depends on the energy. In particular it is found that for high energies the stability estimate changes, in some sense, from logarithmic type to Lipschitz type: in this sense the ill-posedness of the problem decreases when increasing the energy (in modulus).

The talk is based on [M. Santacesaria, 2012].

References

1. Calderön A.P. On an inverse boundary problem // Seminar on Numerical Analysis and its Applications to Continuum Physics, Soc. Brasileira de Matematica. — Rio de Janeiro, 1980. 61–73.
2. Faddeev L.D. Growing solutions of the Schrödinger equation // Dokl. Akad. Nauk SSSR. — 1965. — V. 165, N 3. — P. 14–517.
3. Gel'fand I.M. Some aspects of functional analysis and algebra // Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Amsterdam, 1954. 1. 253–276. Erven P. Noordhoff N.V., Groningen; North-Holland Publishing Co., Amsterdam.
4. Novikov R.G. Multidimensional inverse spectral problem for the equation $-\Delta\psi + (v(x) + Eu(x))\psi = 0$ // Funkt. Anal. i Pril. 1988. 22, N 4. — P. 11–22. (in Russian); English Transl., Funct. Anal. and Appl. 1988. 22, N 4. — P. 263–272.
5. Santacesaria M. New global stability estimates for the Calderyn problem in two dimensions // Journal of the Institute of Mathematics of Jussieu, Available on CJO doi:10.1017/S147474801200076X.
6. Santacesaria M. Stability estimates for an inverse problem for the Schrödinger equation at negative energy in two dimensions // Applicable Analysis, 2012. doi:10.1080/00036811.2012.698006.

УДК 534.2:517.9

Решение задачи акустической томографии функционально-аналитическим алгоритмом Новикова по данным от точечных преобразователей

В.А. Буров, Д.И. Зотов, А.С. Шуруп, О.Д. Румянцева

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

andrey.shurup@gmail.com

В работе иллюстрируется возможность применения и численной реализации функционально-аналитического алгоритма Р.Г. Новикова [1] для целей акустической томографии. В работе [2], посвященной применению предыдущих вариантов этого алгоритма в акустических приложениях, в качестве исходных данных выступала амплитуда рассеяния, которая является характеристикой результата рассеяния на исследуемом объекте плоской волны и регистрации рассеянного поля плоскими приемниками. Рассматриваемый в настоящей работе алгоритм Новикова [1] использует в качестве исходных данных акустические поля, излученные и принятые на границе исследуемой области квазиточечными преобразователями, что более соответствует условиям натурального эксперимента.

Рассматривается достаточно гладкая двумерная область с границей, содержащая рассеиватель $v(r, \omega) = \omega^2 \left(\frac{1}{c_0^2} - \frac{1}{c^2(r)} \right) - 2i \omega \frac{\alpha(r, \omega)}{c(r)}$, действительная часть которого характеризует неоднородность скорости звука $c(r)$, а мнимая часть – неоднородность амплитудного коэффициента поглощения $\alpha(r, \omega)$, c_0 – фоновое значение скорости звука, r – радиус-вектор в горизонтальной плоскости, ω – циклическая частота. На границе области располагаются приемо-передающие устройства. Ставится задача восстановления $v(r, \omega)$ на основе полей, измеренных на границе. Данная задача решается в три этапа. На первом этапе строится оператор $\hat{F}(\omega)$, переводящий произвольное акустическое поле (в присутствии рассеивателя) на границе в значения нормальной производной (внешней по отношению к контуру) этого поля. Аналогично определяется оператор $\hat{F}_0(\omega)$ для полей в отсутствие рассеивателя. На втором этапе знание $\hat{F}(\omega) - \hat{F}_0(\omega)$ позволяет определить значения классической амплитуды рассеяния на основе [1]. Наконец, на третьем этапе найденные значения амплитуды рассеяния позволяют восстановить искомую неоднородность $v(r, \omega)$, используя уже исследованный функционально-аналитический алгоритм в монохроматическом или многочастотном варианте [2]. На рис. 1 приведен пример результатов численного восстановления рефракционно-поглощающего рассеивателя при использовании 64 преобразователей. Как видно, амплитудные значения и структура неоднородности восстанавливаются с высокой точностью.

Настоящая работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ № МК-2041.2011.5 и гранта Правительства Российской Федерации № 2010-220-01-077, договор № 11.G34.31.0005.

Литература

1. Novikov R.G., Santacesaria M. Monochromatic reconstruction algorithms for two-dimensional multi-channel inverse problems // International Mathematics Research Notices. – 2012. – doi:10.1093/imrn/rns025.
2. Буров В.А., Алексеенко Н.В., Румянцева О.Д. Многочастотное обобщение алгоритма Новикова для решения обратной двумерной задачи рассеяния // Акустич. журнал. – 2009. – Т. 55, № 6. – С. 784–798.

Секция анализа систем и решений

УДК 517.957

Упрощение переопределенных систем дифференциальных уравнений

М.Л. Зайцев

Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН

mlzaytsev@gmail.com

Рассмотрим систему из p дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка в пространстве, переопределенную одним независимым уравнением:

$$H_k \left(S_v, \frac{\partial S_v}{\partial r}, \frac{\partial S_v}{\partial t} \dots \right) = 0, v, k = 1 \dots p, \quad (1)$$

$$G \left(S_v, \frac{\partial S_v}{\partial r}, \frac{\partial S_v}{\partial t} \dots \right) = 0. \quad (2)$$

Перейдем в точке M в систему координат (τ_1, τ_2, n) на некоторой неподвижной поверхности (см. рис. 1). Тогда уравнения (1), (2) запишутся в виде

$$H_k \left(S_v, \frac{\partial S_v}{\partial \tau_1}, \frac{\partial S_v}{\partial \tau_2}, \frac{\partial S_v}{\partial n}, \frac{\partial S_v}{\partial t} \dots \right) = 0, v, k = 1 \dots p, \quad (3)$$

$$G \left(S_v, \frac{\partial S_v}{\partial \tau_1}, \frac{\partial S_v}{\partial \tau_2}, \frac{\partial S_v}{\partial n}, \frac{\partial S_v}{\partial t} \dots \right) = 0. \quad (4)$$

Выразим из уравнений (3) нормальные производные $\partial S_k / \partial n$ в явном виде

$$\frac{\partial S_k}{\partial n} = F_k \left(S_v, \frac{\partial S_v}{\partial \tau_1}, \frac{\partial S_v}{\partial \tau_2}, \frac{\partial S_v}{\partial t} \dots \right), v, k = 1 \dots p. \quad (5)$$

Подставим их выражения (5) в формулу (4).

Тогда

$$G^{(1)} \left(S_v, \frac{\partial S_v}{\partial \tau_1}, \frac{\partial S_v}{\partial \tau_2}, \frac{\partial S_v}{\partial t} \dots \right) = 0. \quad (6)$$

Продифференцируем уравнение (6) в направлении n и подставим вместо $\partial S_k / \partial n$ их выражения из (5). Тогда находим, что

$$G^{(2)} \left(S_v, \frac{\partial^2 S_v}{\partial \tau_1 \partial t}, \frac{\partial^2 S_v}{\partial \tau_2 \partial t}, \frac{\partial^2 S_v}{\partial t^2} \dots \right) = 0.$$

Проделаем аналогичную процедуру p раз. Получим p уравнений на поверхности вида

$$G^{(1)} \left(S_v, \frac{\partial S_v}{\partial \tau_1}, \frac{\partial S_v}{\partial \tau_2}, \frac{\partial S_v}{\partial t} \dots \right) = 0, \dots \dots$$

$$G^{(p)} \left(S_v, \frac{\partial^p S_v}{\partial \tau_1 \partial t^{p-1}}, \frac{\partial^p S_v}{\partial \tau_2 \partial t^{p-1}}, \frac{\partial^p S_v}{\partial t^p} \dots \right) = 0. \quad (7)$$

Мы нашли замкнутую систему из p поверхностных дифференциальных уравнений (7) строго вдоль границы рассматриваемой поверхности (см. рис. 1) и такого же количества переменных S_k , $k = 1 \dots p$, эволюционирующих во времени. Формально ничего не мешает подобной процедурой получать больше, чем p уравнений на поверхности (7), т.е. найти переопределенную систему уравнений уже на ней. Следовательно, сократить размерность на поверхности и т.д. вплоть до аналитического решения.

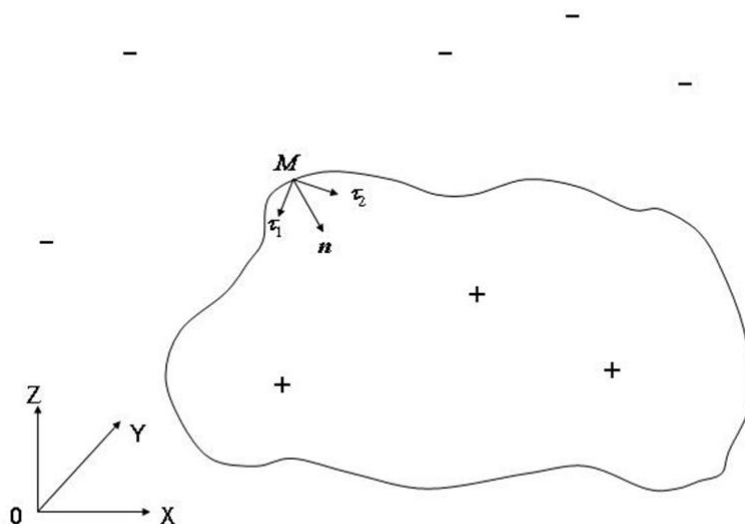


Рис. 1.

УДК 519.865.3

Анализ сегментированности фондовых рынков с помощью обобщённого непараметрического метода

Н.И. Клемашев¹, В.В. Рязанов², А.А. Шананин^{1,2,3}

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, ²Московский физико-технический институт (государственный университет), ³Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
vasyarv@mail.ru

Для построения экономических индексов, позволяющих оценивать состояние и выделять тренды мирового фондового рынка, требуется выделить сегменты, для которых они будут вычисляться. При этом нужно учитывать взаимозаменяемость и возможные структурные изменения.

Для решения этой проблемы можно использовать обобщенный непараметрический метод (ОНМ) [1, 2]. Основным набором данных для ОНМ является торговая статистика некоторой группы товаров – совокупность объемов потребления X_t и цен P_t для этих товаров за T периодов времени. Метод сводится к решению следующей

задачи минимизации показателя нерациональности w :

$$\begin{aligned} w &\longrightarrow \min, \\ (w - 1)\lambda_\tau P^\tau X^t &\geq \lambda_t P^t X^t, \quad (\tau, t = 1, \dots, T), \\ \lambda_1 &> 0, \dots, \lambda_T > 0. \end{aligned}$$

Будем обозначать это минимальное значение через ω^0 . Если для некоторой группы товаров $\omega^0 \leq 0$, то можно утверждать о существовании рационального репрезентативного потребителя, выбирающего потребление товаров группы путем максимизации положительно-однородной функции полезности при бюджетном ограничении. Группа товаров, для которой такой репрезентативный потребитель существует, образует отдельный сегмент рынка, состоящий из взаимозаменяемых товаров.

Непосредственно применить ОНМ для исследования сегментированности фондовых рынков нельзя, т.к. все акции являются взаимозаменяемыми, и показатель нерациональности почти всегда превосходит ноль. На бирже также присутствуют спекулянты, поведение которых не описывается гипотезой о рационализированности. Для устранения влияния спекулянтов статистика агрегируется по месяцам или неделям.

В данной работе предлагается сравнивать две гипотезы. Гипотезу о том, что существует репрезентативный потребитель на данном сегменте изучаемого рынка, и гипотезу о том, что зависимость между товарами и ценами отсутствует, и цены меняются случайным образом. Для этого используется следующий подход. Объемы продаж акций фиксируются, а вместо реальных цен подставляется случайный вектор, имеющий равномерное распределение на неотрицательной части единичной сферы. В результате показатель нерациональности становится случайной величиной (обозначим ее $\tilde{\omega}$). Если $E(\tilde{\omega}) \gg \omega^0$, то можно считать группу отделимой. Для вычисления оценки математического ожидания можно использовать метод Монте-Карло. Обозначим полученную таким образом оценку математического ожидания через ω_{MC}^0 .

В работе был произведен анализ сегментации дневной статистики основных мировых бирж в период с 2004 по 2011 гг. Изучалась сегментация по отраслям и по биржам. Исследование сегментации бирж показало наилучшую отделимость при делении на биржи развитых и развивающихся стран. Статистика была агрегирована по месяцам. Расчеты по развитым странам дали значения $\omega_{MC}^0 = 0.398$, $\omega^0 = 0.029$. Для развивающихся – $\omega_{MC}^0 = 0.472$ и $\omega^0 = 0.035$. Данные расчеты показывают хорошую отделимость обеих групп. Аналогичные расчеты произведены по другим вариантам разбиения на биржи.

В работе исследовалось также разбиение по отраслям. Например, для сектора коммуникаций для рынка развитых стран $\omega^0 = 0.029$, $\omega_{MC}^0 = 0.458$, а для рынка развивающихся – $\omega^0 = 0.05$, $\omega_{MC}^0 = 0.982$. В обоих случаях ω^0 и ω_{MC}^0 отличаются на порядок, что позволяет говорить об отделимости сектора коммуникаций как на рынке развитых, так и на рынке развивающихся стран.

Литература

1. *Поспелова Л.Я., Шананин А.А.* Показатели нерациональности потребительского поведения и обобщенный непараметрический метод // Математическое моделирование. – 1998. – № 4. – С. 105–116.
2. *Шананин А.А.* Проблема интегрируемости и обобщенный непараметрический метод анализа потребительского спроса // Труды МФТИ. – 2009. – № 4. – С. 84–98.

УДК 51-77

К одному вопросу тактического портфельного инвестирования

Е.К. Волосова

Московский государственный университет путей сообщения
konstantinvolosov@yandex.ru

В [1–3] определяют максимум функционала темпа роста капитала портфеля. В [1–4] рассмотрена конкретная система стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) для двух случайных величин F и X . Два члена разложения функционала в ряд Тейлора: $\tilde{Q}_\gamma(t, x, h) = \tilde{f}(t, x, h) - \gamma \tilde{v}(t, x, h)$, $\gamma < 1$ – коэффициент неприятия риска. Здесь $\tilde{f}(t, x, h)$ – условное математическое ожидание, а $\tilde{v}(t, x, h)$ – условная дисперсия величины $F(t)$ при фиксированных значениях факторов $X(t) = (x_1, x_2, \dots)$. В [5] обнаружено, что функционал в исследуемой модели при $\gamma \leq 0$ имеет особенность. Доказано, что свойства функции оптимальной стратегии в данной модели зависят от вида решения уравнения Колмогорова–Фоккера–Планка (КФП) на базе которого она вычислена. Выявлено существование точки перегиба в функции предельной условной дисперсии, что позволяет провести вычисление пессимистической оценки момента времени обновления параметров модели. Если лицо, принимающее решение, уверено, что оно знает значение параметров рынка с достаточной точностью, то оптимистическая оценка момента времени принятия инвестиционных решений может быть вычислено по функции оптимальной стратегии.

Исследуются два решения задачи Коши для уравнения КФП с двумя различными начальными условиями: задано гауссовское начальное распределение с дисперсией s и равномерное начальное распределение на отрезке. В [4] утверждается, что обнаружен эффект: предельная условная дисперсия $\tilde{v}_{gauss}(t, x, h)$ с начальным гауссовским распределением с некоторого момента времени становится отрицательной (с. 61, рис. 3.1). Нами доказано, что это вызвано ошибкой в решении системы ОДУ и вычислении обратного преобразования Фурье. Вместо компактных и обозримых формул [5] и [4], приведены огромные не проверяемые формулы. В [4] забыли сделать проверку! В данной работе доказано

Утверждение

Пусть даны две задачи для уравнения КФП, с двумя распределениями начальных данных: гауссовским и равномерным распределением на отрезке, которые рассмотрены в [4] (с. 58) и в [5]. Тогда

1. *предельное $s \rightarrow \infty$ условное математическое ожидание для гауссовского распределения начальных данных совпадает с условным математическим ожиданием для равномерного распределения начальных данных;*
2. *предельная $s \rightarrow \infty$ условная дисперсия вычисленная для гауссовского распределения начальных данных совпадает с условной дисперсией для равномерного распределения начальных данных; Эти кривые имеют точку перегиба, за которой дисперсия резко возрастает. \diamond*

Вычисление пессимистической оценки времени принятия инвестиционных решений. Координата точки перегиба условной дисперсии \tilde{v}_{gauss} : $t_r = (-1/\beta) \ln[1 - \beta \Sigma_3 / (\alpha \Sigma_2)]$.

Вычисление оптимистической оценки момента времени. Менеджер может с оптимизмом предполагать, что ему известны значения всех коэффициентов, которые с достаточной точностью отражают состояние рынка в данный момент времени.

Заметим, что лицо, принимающее решение, находится в условиях неопределенности, так как в модели только с двумя активами число коэффициентов, которые надо задать, равно шестнадцати! Реально речь может идти только о том, что менеджер, основываясь на знании результатов расчета по данной модели и опираясь на результаты расчета по другим моделям, может принять на себя имеющиеся риски и принять некоторое оптимистическое решение, опираясь в основном еще и на свой опыт. Здесь большое значение имеет характер менеджера и его приверженность в более осторожной или более рискованной тактике, его мера отвращения к богатству.

Для упрощения задачи в [4] без всяких комментариев положили равными нулю девять коэффициентов.

Литература

1. *Bielecki T., Pliska S.* // J. Appl. Math. and Optimiz. – 1999. – N 39. – P. 337–360.
2. *Bielecki T., Pliska S.* // J. Econ. Dynamics and Contr. – 2000. – N 24. – P. 1145–1177.
3. *Vasicek O.* // J. of Financial Economics. – 1977. – V. 5. – N 2. – P. 177–188.
4. *Камбарбаева Г.С.* Математ. моделир. оптимальных стратегий инвестирования в линейной модели рынка: дис. на соис. ученой ст. к.ф.-м.н. – М.: МГУПС, 2011. РГД ОД 9 11-05.1741.
www.lib.ua-ru.net/diss/cont/485579.html,
www.dslib.net/mat-modelirovanie/kambarbaeva.html
5. *Волосова Е.К.* Об одном вопросе портфельного инвестирования в теории линейного стохастического рынка // Математическое моделирование в управлении рисками: матер. конференции. Саратов. – 3–5 сен. 2012. – С. 15–23. URL: risk2012.sgu.ru

УДК 519.688

Методы визуализации в задачах автоматизированного управления транспортными потоками

И.В. Усик

Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта

lavinija@mail.ru

Одной из важнейших отраслей экономики любой страны является дорожная отрасль. Транспортные сети сообщения играют огромную социально-экономическую роль в жизни современного общества, именно поэтому важно как правильное планирование, так и реализация постройки и анализа дорог. Современные методы компьютерной визуализации транспортных сетей помогают решить многие проблемы создания карт и облегчают сам процесс создания графического представления автомобильных дорог на картографической основе. В то же время моделирование транспортных потоков и сетей, в основе которого лежат математические задачи, позволяет решить многие проблемы современных городов.

Не секрет, что темпы роста количества автомобилей на дорогах как в России, так и в мире, в значительной степени опережают темпы дорожного строительства. В связи с этим всё больше и больше учёных всего мира занимаются проблемой создания автоматизированных систем управления транспортной инфраструктурой. В мировой практике такие системы принято называть интеллектуальными транспортными системами (англ. Intelligent Transport System). Под данным термином, как правило, понимают общее понятие интегрированных приложений для технологий коммуникаций, контроля и обработки информации транспортных систем.

Автоматизированная система управления транспортным потоком является подсистемой ИТС. Знания о закономерностях поведения ТП на улично-дорожной сети (УДС) города способствуют разработке эффективных методов управления ТП. Доступность текущей информации о динамическом состоянии функционирующей системы способствует организации оптимального управления и принятию своевременных решений в случае возникновения внештатных ситуаций. Для системы управления ТП можно выделить следующие классы ситуаций:

1. нормальное состояние – *свободный поток*;
2. ситуация критического управления – *насыщенный поток*;
3. аварийная ситуация – *состояние затора*.

Классификация ситуаций выполняется по идентифицированным динамическим характеристикам. Одной из особенностей модели управления является то, что ее объект активный, т.е. состояние Y' объекта зависит не только от характеристик X' среды и воздействий U , но и от параметров Ω , которые изменяются в зависимости от имманентных целей Z_0^* объекта, как правило, отличающихся от целей управления Z^* системы. Таким образом, состояние Y' объекта является функцией характеристик окружающей среды X' , воздействий U , параметров Ω : $Y' = F(X', Y', U, \Omega)$ [1].

Таким образом, моделирование с использованием технологий визуализации ситуаций на дорогах способно помочь в создании и реализации автоматизированной системы управления ТП.

Литература

1. *Михеева Т.И.* Структурно-параметрический синтез систем управления дорожно-транспортной инфраструктурой»: автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора технических наук. – Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет им. ак. С.П. Королева» (СГАУ), 2007.

УДК 519.865

Необходимые и достаточные условия существования репрезентативного потребителя в одной модели рамсеевского типа

И. Ф. Гималтдинов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

ilgiz.gimaltdinov@gmail.com

Рассмотрим модифицированную модель Рамсея [1]. Домашнее хозяйство обладает активами двух типов – наличными деньгами $M(t)$ и сбережениями $D(t)$. Доходы домашнего хозяйства состоят из заработной платы $S(t)$, дивидендов по депозитам $r_D D(t)$, расходы – из потребления $C(t)$ и процентных выплат $r_L L(t)$ по кредитам $L(t)$. Величины r_D и r_L обозначают процентную ставку по депозитам и кредитам соответственно. Для обеспечения непрерывности потребительских расходов $C(t)$ домашнее хозяйство оставляет необходимый запас наличных денег: $M(t) \geq \theta C(t)$.

Домашнее хозяйство максимизирует дисконтированную с коэффициентом Δ полезность будущего потребления. В качестве функции полезности потребления используется функция с постоянным коэффициентом отвращения к риску.

Таким образом, поведение домашних хозяйств описывается как решение задачи

$$J = \int_0^{+\infty} C^\alpha e^{-\Delta t} dt \rightarrow \max,$$

$$\begin{aligned}\dot{x} &= S(t) + r_D D - r_D L - C, \\ x &= D + M - L, \quad M \geq \theta C, \quad x(0) = x_0.\end{aligned}$$

В работе [1] построен синтез оптимального управления при предположении, что $S(t) = S \exp(\gamma t)$, где γ – темп роста заработной платы. Обозначим синтез управления при единичной заработной плате как $m(x, \Delta)$.

Рассмотрим группу домашних хозяйств. Пусть известно начальное распределение заработной платы $S_0(x, \Delta)$. Тогда распределение домашних хозяйств по заработной плате $S(x, \Delta, t)$ меняется со временем согласно закону

$$\frac{\partial S(x, \Delta, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(S(x, \Delta, t) \frac{dx}{dt} \right) = 0.$$

Тогда совокупный объем благосостояния, заработной платы и наличных денег группы домашних хозяйств определяется формулами $X_r(t) = \int_{\Omega} x S(x, \Delta, t) dx d\Delta$, $S_r(t) = \int_{\Omega} S(x, \Delta, t) dx d\Delta$, $M_r(t) = \int_{\Omega} m(x, \Delta) S(x, \Delta, t) dx d\Delta$. Здесь $\Omega = \{r_D - \gamma(1 - \alpha) \leq \Delta \leq r_L - \gamma(1 - \alpha), m(x, \Delta) \leq x\}$. Аналитический вид множества Ω может быть получен из решения [1], однако в силу громоздкости решения в данной работе не приводится.

Теорема. Пусть домашние хозяйства имеют коэффициенты дисконтирования из интервала $r_D - (1 - \alpha)\gamma < \Delta < r_L - (1 - \alpha)\gamma$ и выполнены условия:

1. $\text{supp}(S_0(x, \Delta)) \subset \subset \Omega$, где – некоторое подмножество Ω .
2. $S_0(x, \Delta)$ – гладкая функция на Ω .
3. $\alpha(\Delta)$ непрерывна на $r_D - (1 - \alpha)\gamma < \Delta < r_L - (1 - \alpha)\gamma$.

Тогда репрезентативное домашнее хозяйство с постоянным коэффициентом дисконтирования существует в некоторой окрестности 0 тогда и только тогда, когда коэффициенты дисконтирования и отвращения к риску домашних хозяйств удовлетворяют соотношению $(r_D - \Delta)/(1 - \alpha(\Delta)) = \beta$, где β – константа в интервале $1/\theta \leq \beta \leq \gamma$.

Таким образом, данная теорема говорит об условиях, при которых существует репрезентативный потребитель. Выполнение условия $r_D - \Delta = (1 - \alpha(\Delta))\beta$ говорит о наличии связи между коэффициентом межвременного предпочтения Δ и коэффициентом отвращения к риску α .

Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ (грант 12-02-00127) и РФФИ (гранты 11-07-00162-а, 11-01-12084-офи-м-2011).

Литература

1. Гималтдинов И.Ф. Синтез управления в модифицированной модели Рамсея с учетом ограничения ликвидности и потребительского кредитования // Труды 53-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». – 2010. – Ч. 7. – Т.1. – С. 91–93.

УДК 517.977.52

Моделирование разведки нефтяного месторождения на основе модели М. Хубберта

В.С. Шайдуров¹, А.В. Рудева^{1,2}

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, ²Московский физико-технический институт (государственный университет)

vitaly@1nsk.ru

В работе рассматривается подход американского геофизика и геолога М. Хубберта к оценке будущей динамики добычи нефти. Кривые добычи, получаемые с помощью данного подхода, неточно описывают процесс добычи нефти на месторождениях с ограниченной инфраструктурой. В работе представлена модифицированная модель Хубберта, которая позволяет получить более точную кривую добычи на месторождениях данного типа.

Модель представляет собой задачу оптимального управления с фазовыми ограничениями.

$$\begin{cases} \dot{x} = bx(1-x), \\ \dot{b} = u, \quad u \geq 0. \end{cases}$$

Здесь x – накопленная добыча, b – темп роста накопленной добычи, u – управление. В качестве функционала взята дисконтированная прибыль от добычи нефти.

$$J(u) = \int_0^{+\infty} e^{-\gamma t} [bx(1-x) - c_1 u^2] dt \rightarrow \max_{u(\cdot)}$$

В качестве фазового ограничения – пропускная способность трубопровода.

$$bx(1-x) \leq \mu.$$

Начальные условия:

$$\begin{cases} x(0) = x_0, \\ b(0) = 0. \end{cases}$$

В работе доказана теорема существования решения, исследованы его свойства, а также представлен алгоритм его поиска.

Литература

1. Арутюнов А.В. [и др.]. Принцип максимума Понтрягина. Доказательство и приложения. – М.: Факториал Пресс, 2006. – 144 с.
2. Маркус Л., Ли Э.Б. Основы теории оптимального управления. – М.: Наука, 1972. – 576 с.
3. Самарский А.А. Введение в численные методы. – Спб.: Лань, 2009. – 288 с.

УДК 519.6

Задача оптимального управления в модели бега

Н.И. Овсянникова

Северный арктический федеральный университет им. М.В. Ломоносова

natmat68@mail.ru

Рассматривается задача оптимального управления в модели бега на среднюю дистанцию с целью минимизации затраченного времени. Управлением является сила,

прилагаемая спортсменом на единицу массы, а точнее – ускорение. Заданы начальные условия и ограничения на управление. Задача быстрогодействия сводится к задаче с фиксированным временем за счет введения коэффициента сжатия времени, который является вторым управляющим фактором. Математическая постановка задачи имеет вид

$$J(u) = T \rightarrow \inf, \quad (1)$$

$$\begin{cases} x'(t) = v(t), \\ v'(t) = u(t) - r(v), \\ E'(t) = -\frac{u(t)v(t)}{\eta(v)} + d(E), \end{cases} \quad (2)$$

$$0 \leq t \leq T,$$

$$0 \leq E(t) \leq E_0, \quad (3)$$

$$x(0) = 0, v(0) = v_0, E(0) = E_0, \quad (4)$$

$$x(T) = D, \quad (5)$$

$$0 \leq u(t) \leq U, \quad (6)$$

где $t \in [0; T]$ – время, $x(t)$ – координата, $v(t)$ – скорость, D – заданная дистанция, $E(t)$ – запас энергии в мускулах, $u(t)v(t)\eta^{-1}(v)$ – расход энергии вследствие механической работы [1], $\eta^{-1}(v)$ характеризует эффективность перехода химической энергии в механическую, $u(t)$ – функция управления (сила, развиваемая спортсменом на 1 кг его массы, или ускорение), U – максимальное значение ускорения, $d(E) = \gamma(E_1 - E)$ – увеличение энергии вследствие удаления кровью молочной кислоты и перевод ее к другим мышцам, где она окисляется, $\gamma^{-1} = 900$ с, $E_1 = 0,65E_0$, E_0 – начальная энергия, $r(v)$ – сопротивление движению на 1 кг массы бегуна, зависит от скорости следующим образом [2]:

$$r(v) = \begin{cases} 0,0037v^2, & v \leq 6 < /c, \\ 0,6(v - 6) + 0,0037v^2, & v \geq 6 < /c. \end{cases} \quad (7)$$

Положим $t = \xi\tau$, $dt = \xi d\tau$, где новая независимая переменная τ изменяется на фиксированном отрезке $[0, T_0]$. Здесь $\xi > 0$ – масштабирующее число, которое можно рассматривать как управление и с помощью которого будем менять интервал интегрирования; T_0 – выбранное допустимое значение времени. Включим ограничения (5) и (3) в функционал с помощью штрафных слагаемых и перейдем к дискретной задаче, которую реализуем методом штрафных функций. Численное решение при входных данных: дистанция – 1500 м, энергия – $2000 \text{ м}^2/\text{с}^2$, экспериментальное время – 212 с, начальная скорость спортсмена – 3 м/с, представлено на рис. 1. Дистанция пройдена спортсменом за 191,879 с, что на 20 с быстрее экспериментального времени, коэффициент $\xi = 0,905$.

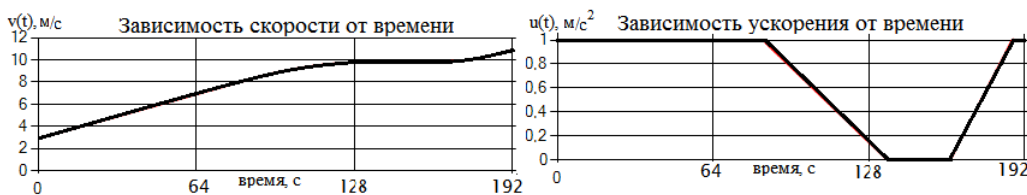


Рис. 1. Зависимость скорости и ускорения от времени

Литература

1. Андреева Е.А., Цирулева В.М. Вариационное исчисление и методы оптимизации: учебное пособие. – М.: Высшая школа, 2006. – 584 с.
2. Behncke H. A mathematical model for the force and energetics in competitive running // J. Math. Biol. – 1993. – V. 31. – P. 978.

УДК 519.688

О возможной реорганизации в строительстве перекрестков на примере г. Королёва (МО)

Т.С. Обидина

Московский физико-технический институт (государственный университет)

eriright@gmail.com

При въезде в город Королёв (Мос. обл.) с Ярославского шоссе (на ул. Пионерская) каждый вечер буднего дня наблюдается серьезная пробка. Пробка обусловлена работой светофора на площади Мозжорина, расположенного в двух километрах от въезда в город по улице Пионерской. Пробка возникает из-за того, что работа светофора на этом перекрестке организована так, что во время горения зеленого света по направлению продолжения движения по улице Пионерская водители, которые хотят свернуть налево (на ул. Терешковой), не могут этого сделать по правилам работы светофора. Как следствие, они занимают левую полосу (из двух), снижая тем самым эффективное число полос в режиме прямого движения по ул. Пионерской во время зеленого сигнала светофора (см. рис. 1). Поясним понятие эффективного числа полос. Пусть поток автомобилей движется по 6-полосной дороге и наталкивается на Т-образный перекресток. Пусть треть автомобилистов хотят повернуть налево, а остальные – двигаться прямо. Но одновременно поворачивать и двигаться прямо нельзя по правилам работы светофора. Тогда две левые полосы будут занимать автомобилистами, желающими повернуть налево. Собственно вопрос, на который дает ответ модель, – почему и при каких не оговоренных здесь условиях будет именно две полосы? Таким образом, в момент включения зеленого сигнала светофора для прямого движения поток через светофор будет не максимально возможным для заданного числа полос, как говорит теория, а на треть меньше. Эффективное число полос = 4. Важно заметить, что при моделировании далеко не всегда эффективное число полос является целым (задержки на перестраивание, движение по двум полосам, нецелые пропорции и т.п.). Отметим, что подобные ситуации довольно часто возникают и в других местах. Например, также в городе Королёве имеется нерегулируемый Т-образный перекресток, образованный пересечением улицы Станционной и Московской, который также работает очень неэффективно. Аналогичные ситуации имеют место и со съездами с крупных магистралей (МКАД, шоссе), когда пробка на дороге, на которую ведет съезд, приводит к пробке на рассматриваемой дороге.

Хорошо известно, что локальное расширение может быть не только бесполезным, но даже вредным. В рассматриваемом же нами примере наблюдается обратный эффект. В данном перекрестке г. Королёва потоки распределены как 2:5, из-за чего при потоках достаточно высокой интенсивности эффективных полос остаётся только одна. Возможным выходом из сложившейся ситуации является локальное увеличение числа полос на ул. Пионерская в окрестности этого перекрестка (см. рис. 2). Используя модель, описанную в [2], проводятся расчеты того, как именно стоит сделать это расширение (на сколько полос, какой длины должно быть расширение). Результаты

работы зависят, в частности, от того, какая типичная матрица перемешивания потоков (в наиболее заторное время) в этом перекрестке, от режима работы светофора. Оптимально, если можно заодно управлять и светофором.

Важно заметить, что упомянутая выше задача организации работы светофора не может быть в общем случае правильно решена, если не учитывать окружающие факторы.

Работа поддержана грантом РФФИ 12-01-33007.

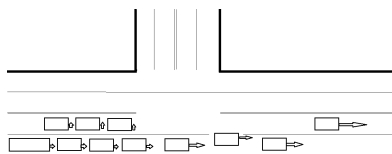


Рис. 1. Схема движения автомобилей на рассматриваемом перекрестке



Рис. 2. Локальное расширение дороги на рассматриваемом перекрестке

Литература

1. Введение в математическое моделирование транспортных потоков. / под ред. А.В. Гасникова, с предисл. рук. департамента транспорта г. Москвы М.С. Ликсутова. – М.: МЦНМО, 2012.
2. Обидина Т.С., Обидин М.В., Бабичев С.Л. Решение задачи об оптимизации светофорных режимов на регулируемых перекрестках с помощью методов микроскопического моделирования транспортных потоков // Труды 52-й научной конференции МФТИ. «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». Часть VII. Управление и прикладная математика – Долгопрудный, 2012.

УДК 519.833.2; 519.854.2

Поиск неэффективных ребер в транспортном графе

Ю.В. Дорн

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Московский физико-технический институт (государственный университет)

dorn@pisem.net

В работе мы исследуем вопрос поиска неэффективных, брайессовских ребер в транспортной сети ([1]). Для BMW-модели, введенной в [2] и наиболее часто используемой для моделирования транспортных систем, было показано [3], что поиск таких ребер является NP -трудной задачей.

В нашей работе мы показали, что в рамках модели стабильной динамики, введенной в [4] (и более ранних работах авторов), при сравнительно слабых предположениях, для модели с одним источником и одним стоком корреспонденции возможен эффективный поиск брайессовских ребер.

Пусть в графе $\Gamma(V, E, \bar{\tau}, \bar{f})$ V – множество вершин графа, а $E = V \times V$ – множество ребер графа, вектор пропускных способностей \bar{f} и вектор времени свободного движения $\bar{\tau}$. В модели стабильной динамики предполагается, что каждому ребру e соответствует заданная пропускная способность \bar{f}_e и время свободного движения $\bar{\tau}_e$. Причем если $f_e < \bar{f}_e$, то $\tau_e = \bar{\tau}_e$. Если же $f_e = \bar{f}_e$, то $\tau_e \geq \bar{\tau}_e$. Пусть при загрузке d реализовалось некоторое равновесие $(\vec{\tau}^{eq}, \vec{f}^{eq})$, при котором используется множество ребер E' , а $\Xi(V^{res}, E^{res}, \bar{\tau}^{res}, \bar{f}^{res})$ является остаточной сетью для $\Gamma(V, E', \bar{\tau}, \bar{f})$ при распределении загрузки \vec{f}^{eq} , G – дополняющий путь в Ξ .

Обозначим через $C_p(\vec{f}) = \sum_{e \in E} \delta_{ep} \tau_e(\vec{f})$ издержки, связанные с проездом по маршруту p при заданном уровне загрузки \vec{f} . Условие эгоистичности поведения водителей соответствует в нашей модели требованию, что водители выбирают маршрут с минимальной стоимостью из всех возможных. В данной системе можно определить равновесие как такое распределение потоков по маршрутам, при котором все используемые маршруты имеют одинаковую, минимальную из возможных при данной загрузке, стоимость, т.е. ни один из водителей не может увеличить свой выигрыш путем смены маршрута. Обозначим издержки водителей в равновесии через $C(\vec{f}^{eq})$. Назовем ребро графа e «локально» неэффективным, если бесконечно малое увеличение стоимости проезда $\bar{\tau}_e \rightarrow \bar{\tau}_e + o(\bar{\tau}_e)$ по ребру ведет к уменьшению суммарных издержек пользователей $C(\vec{f}^{eq})$.

Зададим на каждом маршруте направление из истока в сток. Заметим, маршруты задают на ребрах согласованные направления. Эти направления мы назовем «маршрутными». Зададим направление, которое мы назовем «естественным», из истока в сток на дополняющем пути G . Это направление задает направление на входящих в дополняющий путь ребрах. «Естественное» и «маршрутное» направление на ребре не обязательно согласованы.

Введем функцию $sign(\bar{\tau}_e)$, которая равна 1, если «естественное» и «маршрутное» направления на ребре e согласованы, -1 , если они не согласованы и 0, если ребро e не принадлежит дополняющему пути.

Теорема 1. Пусть G – дополняющий путь в $\Gamma(V, E, \bar{\tau}, \bar{f})$ при загрузке d . Тогда $C(\vec{f}^{eq}) = \sum_{e \in E} \bar{\tau}_e \cdot sign(\bar{\tau}_e)$.

Следствие 1. $C(\vec{f}^{eq})$ «локально» зависит только от издержек на ребрах, принадлежащих дополняющему пути.

Теорема 2. Пусть задан ориентированный транспортный граф $\Gamma(V, E, \bar{\tau}, \bar{f})$, уровень загрузки d . Пусть также в данном графе при заданном уровне загрузки существует, притом единственный, дополняющий путь G . Тогда ребро e «локально» неэффективно если и только если выполнено $e \in G$, $sign(\bar{\tau}_e) = -1$.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 11-01-00494-а, 12-01-33007 мол-а-вед, Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, ФУПМ МФТИ, грант правительства РФ дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. Braess D. Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung // Unternehmensforschung. – 1969. – N 12. – С. 258–268.
2. Beckmann M., McGuire C.B., Winsten C.B. Studies in the economics of transportation. RM-1488. – Santa Monica: RAND Corporation, 1955.

3. *Roughgarden T.* Designing Networks for Selfish Users is Hard. FOCS '01/JCSS '06.
4. *Nesterov Yu., de Palma A.* Stationary dynamic solutions in congested transportation networks: summary and perspectives // *Networks and Spatial Economics*. – 2003. – N 3. – С. 371–395.

Секция математического моделирования в экономике, экологии и социологии

УДК 519.86

Модель оценки параметров предприятия с распределенными акциями (на примере Газпрома)

Н.А. Иванов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

nicholas-fizteh@rambler.ru

В данной работе представлена имитационная модель для прогнозирования основных экономических показателей предприятия (на примере Газпрома), а также анализа роста или падения прибыли с акции на основе изменения этих показателей для оценки целесообразности продажи или покупки акций. Динамика состояния предприятия выражается через изменение его основных макропоказателей (труд, капитал, инвестиции, экспорт). Модель была разработана для анализа возможных сценариев развития предприятия без вмешательства в его деятельность в реальном времени.

Предприятие рассматривается как экономический агент, взаимодействующий с другими агентами, – кредиты банков, экспорт, налоги государству (налог на прибыль n_1 , налог на добавленную стоимость n_2 и акцизы n_3 , единый социальный налог n_4 , таможенные пошлины на экспорт n_5 , таможенные пошлины на импорт n_6 , подоходный налог n_7). Цены на продукцию приведены к 2004 году.

Выпуск в каждый момент времени задается степенной функцией от используемых факторов производства: труда и капитала. Запас продукта увеличивается за счет производства и уменьшается за счет экспорта и инвестиций в себя. Запас труда прирастает за счет покупки труда по официальной ставке заработной платы. Капитал прирастает за счет инвестиций и уменьшается из-за амортизации капитала и использования капитала в производстве. Агент-предприятие берет весь предлагаемый ему банковской системой кредит, но объем этого кредита ограничен ликвидационной стоимостью производственных фондов, которая считается пропорциональной запасу капитала. Задолженность предприятия банковской системе прирастает за счет выдачи новых кредитов и начисления текущего процента по кредитам на имеющуюся задолженность, а уменьшается в силу платежей погашения. Запас денег прирастает при поступлении кредитов, при продаже товара. Уменьшается при оплате труда, погашении кредитов и уплате налогов в консолидированный бюджет, инвестировании.

Для идентификации параметров модели были использованы критерии близости расчетного и статистического рядов: коэффициент корреляции Пирсона и индекс несовпадения Тейла.

Коэффициент корреляции Пирсона $R(X,Y)$ является мерой силы и направленности связи между сравниваемыми временными рядами и, чем он ближе к +1, тем более схоже поведение этих рядов. Индекс Тейла $U(X,Y)$ измеряет несовпадение временных рядов, и чем ближе он к нулю, тем ближе сравниваемые ряды.

Литература

1. *Оленев Н.Н., Петров А.А., Шатров А.В.* Технология высокопроизводительных вычислений в исследовании влияния сектора биотехнологий на макропоказатели развития экономики Кировской области // Сборник докладов международной конференции «Международное сотрудничество и развитие биотехнологий в Кировской области». – Киров: ВятГУ, 2008.
2. *Оленев Н.Н.* Балансовая динамическая нормативная модель оценки инновационного потенциала Кировской области // Методология современной науки. Моделирование сложных систем: сборник трудов международной научной конференции. – Киров: ВятГУ, 2007.
3. *Павловский Ю.Н.* Имитационные модели и системы. – М.: ФАЗИС: ВЦ РАН, 2000.
4. *Поспелов И.Г.* Экономические агенты и системы балансов: препринт / WP2/2001/03. – М.: ГУ-ВШЭ, 2001.

УДК 339.5

Исследование эффекта голландской болезни в модели с разнородной продукцией

Е.А. Канашевский

Московский физико-технический институт (государственный университет)

`evgen.kanashevsky@gmail.com`

С тех пор как Корден и Нири [1] указали на возможность негативного влияния роста в одном из секторов экономики на другие секторы, ведётся дискуссия о существовании такого эффекта – голландской болезни. Существуют эмпирические свидетельства как в пользу, так и против этого эффекта. Данная работа является попыткой исследовать феномен голландской болезни в модели с разнородной продукцией. С этой целью мы строим модель малой открытой экономики. Сектор, испытывающий негативное влияние в исходной постановке, в нашем рассмотрении неоднороден: фирмы различаются по производительности и производят разнородные товары, как в работе Мелица [2]. Средняя производительность в отрасли определяется в рыночном равновесии. Исходно негативное влияние на производительность каждой фирмы в отрасли имеет и вторичный эффект. Менее производительные фирмы покидают производство, а более производительные в свою очередь получают большие прибыли и доли рынка. При некоторых условиях эндогенная средняя производительность в отрасли растёт. В этом смысле эффект голландской болезни может оказаться положительным.

Литература

1. *Corden W.M., Neary J.P.* Booming sector and de-industrialization in a small open economy // *The Economic Journal*. – 1982. – V. 92. – P. 825–848.
2. *Melitz M.J.* The impact of trade on aggregate industry productivity and intraindustry reallocations // *Econometrica*. – 2003. – V. 71, N. 6. – P. 1695–1725.

УДК 519.86

Динамика количества фирм в рамках концепции экономики разнообразия

И.Г. Поспелов¹, С.А. Радионов²

¹Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, ²Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

stradionov@gmail.com

На основе известной модели монополистической конкуренции Мелица с конечным числом фирм строится ряд моделей, призванных прояснить динамическое поведение оригинальной конструкции. Рассмотрены два варианта формальной динамической модели Мелица, в одном из них найдено квазистационарное состояние. Также построены модели с созданием новых фирм за счет затрат труда и продукта. Обнаружено, что в последней при некоторых условиях на параметры экономики наблюдается сверхэкспоненциальный рост. Вычислены равновесные состояния моделей, проведено их сравнение.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов №№ 11-01-00644, 11-01-12136-офи-м-2011, 12-01-00916-а (2011-2012).

Литература

1. *Acemoglu D.* Introduction to Modern Economic Growth. – Cambridge, MA: MIT Press, 2007.
2. *Bilbiie, F., Ghironi, F., Melitz M.* Endogenous Entry, Product Variety and Business Cycles // *Journal of Political Economy.* – 2012. – V. 120. – С. 304–345.
3. *Dixit A., Stiglitz J.* Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity // *American Economic Review.* – 1977. – V. 67. – С. 297–308.
4. *Egger H., Kreickemeier U.* Firm Heterogeneity and the Labor Market Effects of Trade Liberalization // *International Economic Review.* – 2009. – V. 50. – С. 187–216.
5. *Garcia-Vega M., Guariglia A., Spaliara M.* Volatility, Financial Constraints and Trade // *International Review of Economics and Finance.* – 2012. – V. 21. – С. 57–76.
6. *Grossman G., Helpman E.* Innovation and Growth in the Global Economy. – Cambridge, MA: MIT Press, 1993.
7. *Krugman P.* Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade // *Journal of International Economics.* – 1979. – V. 9. – С. 469–479.
8. *Krugman P.* Scale Economies, Product Differentiation, and the Pattern of Trade // *American Economic Review.* – 1980. – V. 70. – С. 950–959.
9. *Melitz M.* The Impact of Trade on Intra-Industry Reallocations and Aggregate Industry Productivity // *Econometrica.* – 2003. – V. 71. – С. 1695–1725.
10. *Romer P.* Endogenous Technological Change // *Journal of Political Economy.* – 1990. – V. 98. – С. 71–102.
11. *Schmidt G.* Technology Choice and International Trade // *Kiel Working Papers.* – 2010.
12. *Tondel F.* International Trade and Industrial Geography. Ph. D. Thesis // *University of Kentucky.* – 2010.

УДК 004.942+519.6

Моделирование динамики неоднородных транспортных потоков с индивидуальным поведением водителей

Д.С. Мазурин

Московский физико-технический институт (государственный университет)
mazurin.dm@gmail.com

Микроскопические модели транспортного потока широко используются при оценке эффективности различных воздействий на транспортную систему, будь то геометрические изменения транспортной сети (строительство новой дороги или добавление полосы к уже существующей магистрали) или введение элементов интеллектуальных транспортных систем. Успешность таких оценок зависит от качества используемой микромоделей, ее способности реалистично воспроизводить поведение каждого водителя.

Особое место среди микромоделей занимают модели клеточных автоматов, позволяющие в режиме реального времени рассчитывать крупные транспортные сети. Первой моделью этого класса, способной воспроизводить основные свойства транспортного потока, стала модель Нагеля и Шрекенберга [1]. Впоследствии она получила дальнейшее развитие в сторону более детального поведения водителей и была обобщена на случай двухполосных магистралей. Однако большинство имеющихся моделей допускают возможность торможения с максимальной скорости до полной остановки за 1 секунду. Такие существенные упрощения модели ставят под сомнение надежность полученных с ее помощью результатов.

В данной работе представлена реалистичная модель движения транспортных средств на многополосной магистрали на основе клеточного автомата, учитывающая индивидуальные различия в поведении водителей. За ее основу была взята дискретная стохастическая трехфазная модель Кернера [2]. Поведение водителя в предлагаемой модели определяется желаемой скоростью передвижения, комфортным ускорением разгона и торможения и рядом других поведенческих констант, определяющих безопасную дистанцию до впереди идущего транспортного средства и склонность к перестроениям.

Данные о траекториях транспортных средств, полученные в рамках проекта NGSIM (Next Generation Simulation) в США, позволяют детально исследовать поведение водителя и калибровать микроскопические модели транспортного потока [3]. Данные включают в себя информацию о положении, скорости и ускорении всех транспортных средств в наблюдаемой области с шагом 0,1 секунды. В настоящее время в свободном доступе имеется 5 наборов данных, 3 из которых получены на автострадах и еще 2 на городских улицах. На основе этих данных были оценены параметры предлагаемой модели.

С помощью откалиброванной модели исследуется влияние отклоняющегося поведения (как чрезмерно агрессивного, так и слишком осторожного) на пропускную способность магистралей и устойчивость транспортного потока. Результаты показывают, что агрессивное поведение позволяет существенно увеличить пропускную способность магистрали, но вместе с этим снижает устойчивость потока к малым возмущениям при плотностях, близких к критической. Слишком осторожное поведение напротив снижает пропускную способность, и в смешанном потоке своим необоснованным торможением такой водитель может вызвать возмущение за собой.

Литература

1. Nagel K., Schreckenberg M. A cellular automaton model for freeway traffic // Journal de Physique I. – 1992. – V. 2. – P. 2221–2229.
2. Kerner B.S., Klenov S.L. Phase transitions in traffic flow on multi-lane roads // Phys. Rev. E. – 2009. – V. 80. – P. 056101.
3. Thiemann C., Treiber M., Kesting A. Estimating acceleration and lane-changing dynamics from Next Generation Simulation trajectory data // Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board. – 2008. – V. 2088. – P. 90–101.

УДК 519.688

О платных дорогах и метаигровом синтезе

Е.В. Гасникова

Московский физико-технический институт (государственный университет)

egasnikova@yandex.ru

Рассмотрим игру о распределении потоков на графе транспортной сети (основанную на модели Бэкмана и др., 1956), в которой каждому элементу $w \in W$ соответствует свой, достаточно большой ($d_w \gg 1$), набор однотипных «игроков», «сидящих на корреспонденции w ». Множеством чистых стратегий каждого такого игрока является P_w , а выигрыш (потери со знаком минус) определяются формулой $-G_p(\vec{x})$. Игрок «выбирает» путь следования $p \in P_w$, при этом он пренебрегает тем, что от его выбора также «немного» зависят $|P_w|$ компонент вектора \vec{x} и, следовательно, сам выигрыш $-G_p(\vec{x})$. Можно показать, что отыскание равновесия Нэша–Вардропы $\vec{x}^* \in X$ (макро описание равновесия) равносильно решению задачи нелинейной комплементарности (принцип Вардропы, 1952):

$$\text{для любых } w \in W, p \in P_w \text{ выполняется } x_p^* \cdot \left(G_p(\vec{x}^*) - \min_{q \in P_w} G_q(\vec{x}^*) \right) = 0.$$

Рассматриваемая нами игра (ввиду сепарабельности $G_p(\vec{x})$) принадлежит к классу так называемых потенциальных игр. В нашем случае это означает, что существует такая функция $\Psi(\vec{x}) = \sum_{e \in E} \int_0^{y_e(\vec{x})} \tau_e(z) dz$, $y_e(\vec{x}) = \sum_{p \in P} \delta_{ep} x_p$, что $\partial \Psi(\vec{x}) / \partial x_p = G_p(\vec{x})$ для любого $p \in P$. Оказывается, что $\vec{x}^* \in X$ – равновесие Нэша–Вардропы тогда и только тогда, когда оно доставляет минимум $\Psi(\vec{x})$ на множестве X .

Введем теперь платные дороги, которые, на наш взгляд, могут частично решить проблему пробок в Москве, подобно Сингапуру. Введем Центр (государство). Обозначим через τ_e^c плату (штраф), взимаемую с каждого водителя за проезд по ребру e . Положим $\vec{\tau}^c = \{\tau_e^c : e \in E\}$. После того как игрок Центр выбирает ту или иную допустимую стратегию $\vec{\tau}^c$, издержки на маршрутах, вообще говоря, возрастают: $G_p(\vec{x}; \vec{\tau}^c) = \sum_{e \in E} \delta_{ep} \cdot (\tau_e(y_e(\vec{x})) + \tau_e^c)$, что приводит к перераспределению потоков по маршрутам: изменению рядом игроков-водителей своих стратегий (маршрутов). Это перераспределение потоков происходит до тех пор, пока не будет достигнуто новое равновесное распределение по путям $\vec{x}^*(\vec{\tau}^c)$. Этому равновесию соответствуют свои суммарные издержки всех пользователей сети в единицу времени: $L(\vec{\tau}^c) = \sum_{p \in P} G_p(\vec{x}^*(\vec{\tau}^c); \vec{0}) x_p^*(\vec{\tau}^c)$. Задача Центра – так подобрать $\vec{\tau}^c$, чтобы $L(\vec{\tau}^c) = \max_{\vec{x} \in X} \sum_{p \in P} G_p(\vec{x}; \vec{0}) x_p = \sum_{p \in P} G_p(\vec{x}^{\text{opt}}; \vec{0}) x_p^{\text{opt}}$. Вектор \vec{x}^{opt} – называют си-

стемным оптимумом. Естественно, что в системном оптимуме системе «не хуже», чем в равновесии.

Можно заметить (Сэндхолм, 2002), что решить задачу Центра с единственным ограничением $\vec{\tau}^c \geq \vec{0}$ всегда можно, например: $\tau_e^c = y_e^{\text{opt}} \tau'_e(y_e^{\text{opt}})$. Однако здесь не учитывается, что, назначая непомерно большие платы за проезд, мы вынуждаем пользователей вообще отказаться от перемещений на данном виде транспорта (личных автомобилях). В принципе, это тоже один из способов побороть пробки (оптимально расщеплять потоки по типам перемещений), но тогда нужно предложить альтернативу в виде общественного транспорта или велосипедных дорожек. Примечательно во всем этом то, что платы достаточно (можно) взимать с дуг (дорог), а не с путей. Это крайне важно для практики и, вообще говоря, сразу может быть и не очевидно!

В докладе будет рассказано о попытках перенести эти известные результаты на более общие (приближенные к реальности) модели, в частности, в которых явно описывается составляющая, связанная с расщеплением потоков, а также будут описаны численные методы поиска оптимальных штрафов в таких моделях.

Автор выражает благодарность Ю.В. Дорну за ценные указания.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 10-07-00620-а, 11-01-00494-а, 12-01-33007 мол-а-вед, Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, ФУПМ МФТИ, грант правительства РФ дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. Гасников А.В., Кленов С.Л., Нурминский Е.А., Холодов Я.А., Шамрай Н.Б. Введение в математическое моделирование транспортных потоков / под ред. А.В. Гасникова с приложениями М.Л. Бланка, К.В. Воронцова и Ю.В. Чеховича, Е.В. Гасниковой, А.А. Замятина и В.А. Малышева, А.В. Колесникова, Ю.Е. Нестерова, С.В. Шпирко, А.М. Райгородского, PTV VISSION, с предисловием руководителя департамента транспорта г. Москвы М.С. Ликсутова. – М.: МЦНМО, 2012.

УДК 519.86

Исследование влияния теневого оборота на экономику Кировской области

Г.А. Завадский

Московский физико-технический институт (государственный университет)

zavgleb@gmail.com

В данной работе используется трёхсекторная балансовая математическая модель, которая учитывает оборот теневого продукта и налогообложение. Цель данной работы – провести сценарные численные эксперименты с имитационной моделью экономики Кировской области для исследования возможности развития экономики области без теневого оборота и с теневым оборотом. Динамика материальных и финансовых балансов выражена через изменение запасов продуктов, денег и факторов производства. Данная модель была разработана для проведения имитационных экспериментов по анализу инновационного потенциала и инфраструктуры Кировской области. Три сектора в модели представлены отраслью добывающей промышленности, отраслью обрабатывающей промышленности и объединением оставшихся отраслей.

Экономику Кировской области можно охарактеризовать тремя основными секторами экономики: лесопромышленный комплекс, отрасли биотехнологий и примыкающие к ним прочие отрасли (в основном сфера услуг). Поэтому естественно взять трёхсекторную модель с учетом теневого оборота. В качестве экономических агентов выделим три производственных сектора (добывающая промышленность X , обрабатывающая промышленность Y , сектор услуг, включающий все оставшиеся отрасли народного хозяйства области, Z), домашние хозяйства L , торгового посредника T , региональную банковскую систему B и Правительство региона G . Производители (сектора региональной экономики) используют в производстве труд, капитал и промежуточную продукцию. Производители поставляют продукцию на внутренний рынок, внешний рынок, а также на рынок промежуточной продукции. Домашние хозяйства предлагают труд и потребляют конечную продукцию. Торговый посредник занят перераспределением материальных и финансовых потоков. Банковская система выпускает денежные средства, выдает кредиты производителям с целью извлечения банковской прибыли. Правительство региона собирает налоги с производителей (налог на прибыль n_1 , налог на добавленную стоимость n_2 и акцизы n_3 , единый социальный налог n_4 , таможенные пошлины на экспорт n_5) и домашних хозяйств (таможенные пошлины на импорт n_6 , подоходный налог n_7). Считаем, что свои цены формируются на каждом рынке каждой продукции и изменение цен обратно пропорционально изменению запасов соответствующих продуктов. Цены на продукцию приведены к 2000 году.

В работе сначала решается задача анализа статистических данных, затем верифицируется модель. После чего прогнозируются с помощью этой модели три сценария развития экономики и сравниваются полученные результаты.

Для идентификации параметров модели были использованы критерии близости расчетного и статистического рядов: коэффициент корреляции Пирсона и индекс несовпадения Тейла.

Коэффициент корреляции Пирсона $R(X,Y)$ является мерой силы и направленности связи между сравниваемыми временными рядами, и чем он ближе к $+1$, тем более схоже поведение этих рядов. Индекс Тейла $U(X,Y)$ измеряет несовпадение временных рядов, и чем ближе он к нулю, тем ближе сравниваемые ряды.

Литература

1. Петров А.А., Поспелов И.Г., Оленев Н.Н. Модель оценки инновационного потенциала Кировской области // Методология современной науки. Тезисы докл. – Киров: изд. ВятГУ, 2006.
2. Оленев Н.Н. Балансовая динамическая нормативная модель оценки инновационного потенциала Кировской области // Методология современной науки. Моделирование сложных систем: сборник трудов международной научной конференции, г. Киров /под ред. А.В. Шатрова. – Киров: Изд-во ВятГУ, 2007. – С. 125–132.
3. Оленев Н.Н. Проблемы моделирования региональной экономики при наличии теневого сектора //Формирование научной картины мира человека XXI века. Материалы международной научно-практической конференции, 12–16 августа 2007 г. Бийск, Горно-Алтайск (к 80-летию профессора Ю.И. Кулакова): Сборник /под ред. д-ра пед. наук А.В. Петрова. – Горно-Алтайск: ПАНИ, 2007. – С. 303–306.
4. Гергель В.П., Горбачев В.А., Оленев Н.Н., Рябов В.В., Сидоров С.В. Параллельные методы глобальной оптимизации в идентификации динамической балансовой нормативной модели региональной экономики // Вестник ЮУрГУ. – № 25. –

2011. – С. 4–15. (Сер. «Математическое моделирование и программирование», вып. 9.).

УДК 519.86

Параллельные расчеты по трехпродуктовой модели межвременного равновесия экономики России

В.П. Вржещ¹, А.А. Масютин², И.Г. Поспелов³, Н.П. Пильник²

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, ²Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», ³Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
valensio@inbox.ru

В работе представлена трехпродуктовая модель межвременного равновесия экономики России [2]. Целью работы является построение и исследование среднесрочной модели межвременного равновесия экономики России на основе нелинейного дезагрегирования основного макроэкономического баланса по использованию, способной к качественному воспроизведению статистических показателей и проведению численных экспериментов и прогнозов. Так как в последние годы однопродуктовые модели перестали описывать различия в динамике индексов цен основного макроэкономического баланса по использованию, было решено для построения трехпродуктовой модели вместо привычного агрегирования отраслевой статистики использовать оригинальную процедуру дезагрегирования макроэкономической статистики [1].

Научная новизна исследования состоит в разработке, реализации и проверке методики нелинейного дезагрегирования основного макроэкономического баланса по использованию, основанной на гипотезе о рациональном поведении экономических макроагентов. Также построены эконометрическая модель налогообложения в России и новая трехпродуктовая модель межвременного равновесия с управлением капиталом для Российской экономики, основанная на нелинейном дезагрегировании макроэкономического баланса. Разработана технология применения суперкомпьютеров для расчетов моделей межвременного равновесия и с её помощью проведена идентификация и верификация модели российской экономики. Расчеты демонстрируют наличие сильного магистрального эффекта. Проведены численные эксперименты и прогнозы.

Всего в системе имеется 30 настроечных параметров, значения которых не могут быть напрямую получены из статистики. По этим настроечным параметрам проводится оптимизация решения, т.е. попытка найти такие параметры, при которых решение системы как можно больше соответствует статистике. Для поиска оптимальных значений настроечных параметров применяются оптимизационные алгоритмы на суперкомпьютере Межведомственного суперкомпьютерного центра МВС100К (140.16 TFlops).

Литература

1. *Вржещ В.П., Поспелов И.Г., Хохлов М.А.* Модельное дезагрегирование макроэкономической статистики // Экономический журнал Высшей школы экономики. – 2010. – Т. 14, № 1. – С. 88–104.
2. *Pospelov I.G.* Equilibrium models of economics in the period of a global financial crisis // Phys. – Usp. – 2011. – V. 54, N 738. – P. 10–14.

УДК 330.42

Моделирование механизма возникновения денег в экономике: постановка задачи и эксперименты

А.А. Жукова¹, D. Pugh², V. Vijayaraghavan³, X. Jianfeng⁴

¹Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, ²University of Edinburgh, Великобритания, ³University of California – Davis, США, ⁴University of Toledo, США
sasha.mymail@gmail.com

При исследовании причин возникновения денег одними из наиболее популярных теорий являются теория денег как средства, ускоряющего обмен [1], и теория денег как кредитных обязательств, которые можно передавать третьим лицам [2, 3]. В данной работе предпринята попытка моделирования возникновения частных денег в рамках второго подхода. Однако помимо обязательств выплаты кредита, которые можно передавать третьим лицам, также учитывается возможность двустороннего кредитования, и условия таких кредитов различаются. За основу взят агентно-ориентированный подход к моделированию. Модель состоит из трех частей – теоретического описания модели одного агента, взаимодействия агентов и описания окружающей среды. Агенты рациональным образом выбирают свои действия по потреблению, сбережению, производству благ, перемещению в среде и взаимодействию с другими агентами в пределах доступной им информации. Основой описания внешней среды служит *sugarscape* [4] – двумерное пространственное распределение возможностей потребления (сахара) и случайное распределение расположения агентов в двумерном пространстве. Представлены некоторые идеи по моделированию кредитования и вычислительные эксперименты.

Литература

1. *Kiyotaki N., Wright R.* A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics // *American Economic Review.* – 1993. – March. – С. 63–77.
2. *Kiyotaki N., Moore J.* Evil is the Root of All Money // *American Economic Review: Papers and Proceedings.* – 2002. – N 85. – P. 62–66.
3. *Kiyotaki N., Moore J.* Financial Deepening. – *Journal of European Economic Association: Papers and Proceedings.* – 2005. – N 3. – P. 701–713.
4. *Epstein J.M., Axtell R.* Growing artificial societies: social science from the bottom up. – *Brookings Institution Press.* – 1996 – P. 224.

УДК 336.665

Влияние выбора периода аппроксимации частоты событий операционного риска на итоговое значение VaR

В.Ю. Арзамасов

Московский физико-технический институт (государственный университет)
arzikland@mail.ru

В документе «Международная конвергенция измерения капитала и стандартов капитала: новые подходы» [1–3] (Базель II) Базельский комитет по банковскому надзору предлагает использовать один из трех подходов к оценке операционного риска:

- 1) Базовый индикативный подход (BIA).
- 2) Стандартизованный подход (SA).
- 3) Продвинутый подход (AMA).

В рамках последнего подхода (называемого также подходом на основе внутренних моделей) предполагается, что финансовая организация разрабатывает собственную

модель распределения годовых потерь от реализации операционного риска, перцентиль которой, соответствующий заданному уровню доверия (Value at Risk), будет непосредственно определять требования к капиталу. Существующая практика применения данного подхода предполагает моделирование распределений годовой частоты реализации операционного риска (распределение частот) и величины единичного события (распределения тяжести последствий). Смоделировав данные распределения, симуляцией методом Монте-Карло можно получить искомое распределение годовых потерь.

Большинство исследований в данной области сосредоточено на моделях распределений (определения границы между "телом" и "хвостом" распределения, определение параметров "хвоста" проблема масштабирования внешних данных и пр.). Однако, на наш взгляд, адекватное моделирование распределения частот не менее важно для достижения конечной цели.

Известные автору практики предполагают аппроксимацию распределений частот на основе статистики по событиям операционного риска, группируя количество случаев по годам, кварталам, месяцам или неделям. В качестве аппроксимирующих распределений используются распределение Пуассона или негативно биномиальное. Данный подход может иметь следующие недостатки:

1) Как правило, группировка событий на интервалах в год или в квартал дает недостаточное количество точек для оценки (особенно двухпараметрического негативно биномиального распределения).

2) Группировка по месяцам или неделям может вносить значительную погрешность в результат оценки в силу значительного различия по количеству выходных и праздничных дней в интервалах разбиения (нет оснований полагать, что организация одинаково подвержена операционному риску в рабочие и нерабочие дни).

В данной работе мы предлагаем новый подход к моделированию частотного распределения с дневной периодичностью, путем разбиения всех дней года (к примеру, 2012-го) на следующие категории:

- 1) Будни.
- 2) Укороченные рабочие дни.
- 3) Выходные/праздничные дни.

На протяжении реального года для дней каждой категории количество событий получено исходя из присущего этой категории распределения частот (Пуассона или негативно-биномиального), а затем различными методами (существующими, и предлагаемым, основаным на разбиение дней по категориям) аппроксимируется годовое распределение частот на этих данных, которое мы используем для расчета VaR. Итоговые значения VaR будут сравниваться с полученными исходя из априорного знания лежащих в основе распределений частот и будет сделан вывод о целесообразности применения разработанного подхода.

Литература

1. Basel Committee on Banking Supervision // Operational Risk-Consultative Document. Supporting Document to the New Basel Capital Accord. – 2001.
2. Basel Committee on Banking Supervision // Working Paper on the Regulatory Treatment of Operational Risk. – 2001.
3. Basel Committee on Banking Supervision // Third Consultative Paper. The New Basel Capital Accord. – 2003.

4. *Dahen H., Dionne G.* Scaling models for the severity and frequency of external operational loss data.
5. *Jordan J. [et al.]*. Using loss data to quantify operational risk // Federal Reserve // Bank of Boston. – 2003.

УДК 519.86

Исследование проблемы устаревания человеческого капитала с помощью модели пересекающихся поколений

Е.Ю. Можжерина

Московский физико-технический институт (государственный университет)
emozhherina@gmail.com

В последние годы активно развивается экономическая демография. Демографические и экономические показатели взаимно влияют друг на друга. И один из наиболее явных факторов влияния демографии на экономику – количество рабочей силы. При постоянном развитии технологий человек также вынужден постоянно совершенствоваться, чтобы оставаться востребованным в профессии. Поэтому современные исследователи часто рассматривают когорты населения, как человеческий капитал, распределенный по возрасту [1], по аналогии с производственными мощностями.

В данной работе для описания демографии используется модель пересекающихся поколений. Пусть в отличие от классической модели Самуэльсона [2] и Даймонда [3] каждый индивид живет в течение не двух, а четырех периодов. И между поколениями существуют альтруистические связи. В первый период человек учится, увеличивает свой индивидуальный человеческий капитал за счет средств старших поколений. То есть он только потребляет, ничего не накапливая. Во втором периоде он зарабатывает, получает опыт работы на новом для себя оборудовании. В третьем периоде индивид работает, тратит деньги на потребление, накопление и воспитание детей. При этом у него есть выбор: остаться на том же производстве, увеличивая мастерство работы на уже устаревающем оборудовании, или уйти на более новую производственную мощность. В последнем периоде индивид тратит на собственное потребление то, что заработал в предыдущие периоды, и получает.

Какое место работы выбрать во втором периоде и идти ли в третьем периоде работать в качестве неквалифицированного персонала на новые мощности индивид решает в зависимости от уровня зарплат. Пусть $w(t, \tau)$ и $v(t, \tau)$ – уровень зарплаты неквалифицированных и квалифицированных кадров соответственно. Где t – текущий период времени, а где τ – возраст мощности. $N_1(t, \tau)$ – количество неквалифицированных молодых работников, которые пошли работать на мощность возраста τ в момент t . $N_2(t, \tau)$ – количество работников в возрасте, которые пошли работать неквалифицированными сотрудниками на мощность возраста τ в момент t . Считаем, что

$$\begin{aligned} w(t, \tau) + \beta \max\{v(t+1, \tau+1), v(t+1, 0), v(t+1, 1), \dots\} &\geq \\ &\geq w(t, s) + \beta \max\{v(t+1, s+1), v(t+1, 0), v(t+1, 1), \dots\}, \end{aligned}$$

для $\forall \tau, s, t: N_1(t, \tau) > 0$.

Если $N_2(t, \tau) > 0$, тогда $w(t, \tau) \geq w(t, s) \forall s$.

Такая постановка задачи позволяет нам исследовать поведение отдельных индивидов и системы в целом при разной ценности опыта по сравнению с ценностью постоянного обновления производственных единиц. Различные авторы по-разному оценивают соотношение этих показателей [4].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 12-01-00916, 11-07-97017-р_ -поволжье_a).

Литература

1. *Raouf Boucekkine, David de la Croix, Omar Licandro* Vintage capital growth theory: Three breakthroughs. – Unitat de Fonaments de l'Anàlisi Econòmica (UAB) and Institut d'Anàlisi Econòmica (CSIC), June 2011 – UFAE and IAE Working Papers 875.11
2. *Samuelson P.* An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money // *Journal of Political Economy*. – 1958. – V. 66.
3. *Diamond P.* National Debt in a Neoclassical Growth Model. – *American Economic Review*. – 1965. – V. 55.
4. *Kredler M.* Experience vs. Obsolescence: A Vintage-Human-Capital Model // University Library of Munich, Germany, revised 17 Oct 2009. – MPRA Paper 10200.

УДК 336.665

Модель масштабирования ущербов от «внешних» инцидентов для расчета капитала финансовой организации на покрытие операционного риска

В.Ю. Арзамасов

Московский физико-технический институт (государственный университет)
arzikland@mail.ru

В последнее время внимание финансовых компаний к операционному риску заметно возросло. Причины этого заключаются как в требованиях регулятора к оценке операционного риска, так и в участвовавших случаях его реализации в колоссальных масштабах. Согласно существующим оценкам, на долю операционного риска приходится порядка 35% всех рисков финансовой организации. В документе «Международная конвергенция измерения капитала и стандартов капитала: новые подходы» [1–3] (Базель II) Базельский комитет по банковскому надзору предлагает использовать один из трех подходов к оценке операционного риска:

1. Базовый индикативный подход (BIA).
2. Стандартизованный подход (SA).
3. Продвинутый подход (AMA).

Согласно последнему подходу, величина капитала, резервируемого под операционный риск должна равняться определенному квантилю функции распределения годовых потерь, соответствующему заданному уровню доверия. Для расчета указанной функции абсолютно необходимо использовать как «внутренние» данные о потерях в результате реализации операционного риска так и «внешние» данные, как правило, собранные из публичных источников информации, а также сценарный анализ.

Функция распределения годовых потерь может быть получена в процессе симуляции методом Монте-Карло из функции распределения частот потерь и функции распределения тяжести единичных потерь. Предполагается, что параметры «тела» последней преимущественно определяются «внутренними» данными, тогда как параметры «хвоста» зависят в основном от «внешних» данных. Нет сомнения в том, что именно «хвост» распределения единичных потерь имеет значительное влияние на функцию распределения годовых потерь и, как следствие, на величину резервируемого капитала. Потому огромное значение имеет адекватное использование «внешних» данных в модели.

Можно предположить, что величина событий операционного риска зависит от таких параметров компании, как доход, прибыль, величина активов, количество сотрудников и пр. Однако, исследованию данной (одной из основных на взгляд автора) проблемы посвящено небольшое количество работ, к которым можно отнести, например [4, 5]. В данных работах указанные зависимости моделируются путем построения линейных регрессий, в которых единичная потеря или ее логарифм предполагается пропорциональной прибыли (логарифму прибыли) и другим объясняющим переменным (их логарифмам). На наш взгляд, существенным недостатком такого рода моделей является не учет вероятностной природы потерь.

В данной работе предлагается принципиально новый подход к масштабированию «внешних» данных. Предполагается, что от размера компании зависят не единичные потери, а параметры функции распределения. В рамках данной модели разрабатывается метод оценки коэффициентов указанных зависимостей и на примере реальных «внешних» данных исследуется влияние оцененных параметров на расчет резервируемого капитала.

Литература

1. Basel Committee on Banking Supervision // Operational Risk-Consultative Document, Supporting Document to the New Basel Capital Accord. – 2001.
2. Basel Committee on Banking Supervision // Working Paper on the Regulatory Treatment of Operational Risk. – 2001.
3. Basel Committee on Banking Supervision // Third Consultative Paper. The New Basel Capital Accord. – 2003.
4. *Shih. J, Samad-Khan A., Medapa P.* Is the Size of an Operational Loss Related to Firm Size? // Operational Risk Magazine. – 2000. – I. 2, V. 1.
5. *Dahen H., Dionne G.* Scaling models for the severity and frequency of external operational loss data.

Секция экспериментальной экономики

УДК 519.865

Размытое равновесие Байеса–Нэша как инструмент анализа лабораторных игр

М.В. Мурашкин¹, И.С. Меньшиков^{1,2}

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

²Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
michaelmur@mail.ru

В работе анализируются результаты экономических экспериментов «FIGHT», «COOPERATION» и «INSURANCE», проведенных в лаборатории экспериментальной экономики МФТИ. Каждый из них представлял собой многократное повторение байесовской игры с независимыми типами. Полученные данные позволяют говорить о том, что в этих экспериментах усредненные действия игроков плохо согласуются с равновесием Байеса–Нэша [1]. Авторами работы была выдвинута гипотеза, что причиной тому является неточное знание игроками стратегий противников при известных частотах встречаемости действий.

Для формализации этого неточного знания было разработано понятие размытого равновесия Байеса–Нэша. В нем каждый игрок i выбирает свой наилучший ответ s_i не на истинный набор s_{-i} стратегий противников, а на некоторое их «размытие» – набор смешанных стратегий \tilde{s}_{-i} , в котором под стратегией игрока j понимается смешанная стратегия $\alpha_i \sum_k p_{jk} a_{jk} + (1 - \alpha_i) s_j$. Здесь p_{jk} – вероятность игрока j выбрать действие A_{jk} в соответствии со своей истинной стратегией s_j , a_{jk} – стратегия, состоящая в выборе игроком j действия A_{jk} вне зависимости от своего типа t_j , α_i – коэффициент, характерный для игрока i , его степень размытия.

Оказалось, что для каждой из игр «FIGHT», «COOPERATION» и «INSURANCE» существует целое множество размытых равновесий, не совпадающих с обычным равновесием Байеса–Нэша. Также было выяснено, что усредненные действия игроков в экспериментах попадают в эти множества, т.е. могут быть интерпретированы (при определенных коэффициентах α_i) как размытые равновесия Байеса–Нэша.

Литература

1. *Мурашкин М.В.* Равновесие в игре FIGHT: теория и эксперимент // Математические модели и задачи управления: сб. науч. тр. / Московский физико-технический институт. – М., 2011. – С. 127–136.

УДК 519.83

Ценность коллективной игры в социально-экономических экспериментах

П.А. Шишкин¹, Е.М. Лукинова², М.Г. Мягков²

¹Московский физико-технический институт (государственный университет), ²Университет Орегона, США

pshishkin@gmail.com

В экспериментальной экономике нередки случаи, когда участники принимают неоптимальные с рациональной точки зрения решения [1], то есть когда решение, являющееся оптимумом функции полезности, не совпадает с решением, принятым участником. В работе предлагается добавка к функции полезности, позволяющая объяснить больше решений участников.

Добавка названа «социальностью» и содержательно означает количество денег, которые готов терять участник, чтобы играть в коллективе, а не одному. Модифицированная функция полезности выглядит так:

$$U'(x) = U(x) + I_{sociality}(x),$$

где $U(x)$ – функция полезности. Что это значит? В анализируемой игре в некоторый момент участнику приходится принимать решение – играть одному, когда выигрыш зависит только от него, или играть вместе с другими людьми, когда выигрыш зависит от действий участника и оппонентов. Добавка «социальности» $I_{sociality}$ к функции полезности, в зависимости от выбора игрока, определяется следующим образом:

$$I_{sociality}(x) = \begin{cases} 0, & \text{одиночная игра,} \\ \alpha_{sociality}, & \text{коллективная игра.} \end{cases}$$

где $\alpha_{sociality}$ – переменная величина, выбираемая для всех игр одновременно. От значения $\alpha_{sociality}$ зависит количество решений, принимаемых участниками, правильно объясняемое функцией полезности. Ниже представлена зависимость доли правильно объясняемых решений от $\alpha_{sociality}$. Доля была усреднена по всем играм. Если $\alpha_{sociality}$ равно нулю, то $I_{sociality}$ не влияет на функцию полезности. На рис. 1 представлена игра, в которой видно, что положительное $\alpha_{sociality}$ позволяет объяснить больше решений, чем нулевое.

Исследование было проведено на основе 19 игр, проведенных в России, Новой Зеландии и США. Подробное описание игры можно найти в [2].

В ходе исследования удалось установить несколько фактов. Во-первых, введение «социальности» позволяет объяснить в среднем на 30% больше решений, принимаемых участниками, чем рациональная теория. Во-вторых, для некоторых игр удалось посчитать оптимальное значение $\alpha_{sociality}$ (объясняющее наибольшее количество принятых решений), которое варьировалось между 0 и 300 игровыми очками (для сравнения: средний выигрыш участника составлял от 200 до 300 очков). Это означает, что участие в групповой игре бывало так же важно для людей, как и успешность в игре. В-третьих, для других игр получилось, что доля объясняемых решений растет вместе со значением $\alpha_{sociality}$ и не имеет локального максимума.

Работа поддержана грантом РФФИ 12-01-31258 мол_а.

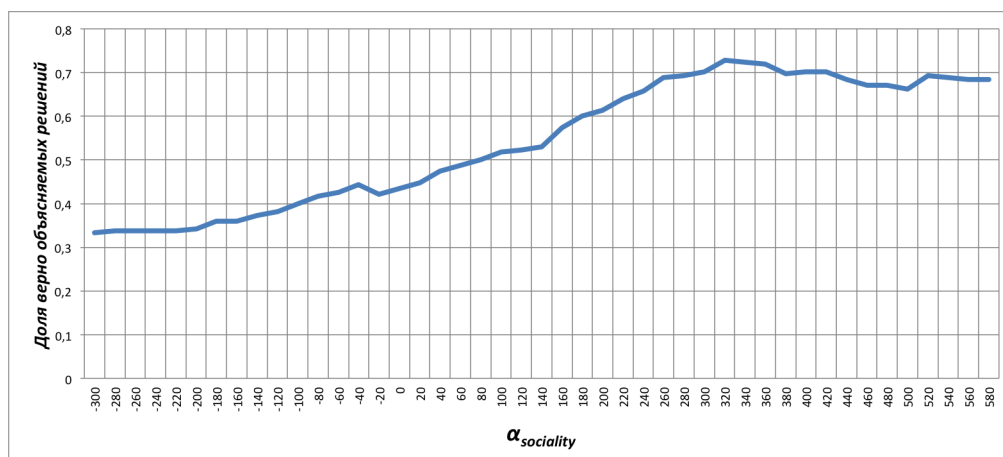


Рис. 1.

Литература

1. Johnson T., Myagkov M. Sociality as a defensive response to the threat of loss // Politics and the Life Sciences. – 2004. – 23. – С. 13–19.
2. Меньшикова О.Р., Мороз И.И., Талачева Е.И. Влияние психологического типа участника лабораторных рынков на его поведение в социально-экономических экспериментах // Модели и методы обработки информации: сб. науч. тр. – М.: МФТИ, 2009. – С. 161–174.

УДК 519.83

Особенности поведения участников экономических экспериментов, проявляющих социальное поведение

П.А. Шишкин¹, Е.М. Лукинова², М.Г. Мягков²

¹Московский физико-технический институт (государственный университет), ²Университет Орегона, США

pshishkin@gmail.com

В работе рассматривается социально-экономическая игра [1], в которой в определенный момент времени участникам нужно принимать решение – играть или в коллективе, или в одиночку. Для этого момента вычисляется степень заинтересованности участника в коллективной игре (называемая в дальнейшем $\alpha_{sociality}$) – сколько денег он готов потерять, принимая решение играть в коллективе. Если участник готов терять деньги, чтобы играть в коллективе, то мы называем такое поведение социальным. $\alpha_{sociality}$ может быть и отрицательным, если участник принял решение играть в одиночку и потерял на этом деньги.

Затем устанавливается и анализируется зависимость между $\alpha_{sociality}$ и особенностями поведения участника. Приведем полученные качественные выводы. Во-первых, участники, для которых важна игра в коллективе, склонны проявлять эгалитаризм – помогать большему числу других участников и более равномерно наделять их благами. Во-вторых, чем менее популярным является участник, т.е. чем меньше желание других участников играть с ним вместе, тем больше денег он готов потерять, чтобы играть в коллективе.

Исследование было проведено на основе 19 игр, проведенных в России, Новой Зеландии и США [1].

Работа поддержана грантом РФФИ 12-01-31258 мол_а.

Литература

1. *Меньшикова О.Р., Мороз И.И., Талачева Е.И.* Влияние психологического типа участника лабораторных рынков на его поведение в социально-экономических экспериментах // Модели и методы обработки информации: сб. науч. тр. / МФТИ. – 2009. – С. 161–174.

УДК 519.865: 330.16

Исследование поведения участников эксперимента «Переговоры о разделе двух продуктов»

Д.А. Рукина¹, И.С. Меньшиков^{1,2}

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

²Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

rukina@yandex.ru

В работе анализируются результаты экономического эксперимента «Переговоры о разделе двух продуктов». В исследуемой игре участники случайно разбиваются на группы по три человека. Каждому игроку в тройке отводится роль (i), неизменная на протяжении всей игры. В раунде между игроками происходит раздел двух продуктов. На каждом шаге раунда игрок i вносит предложения α_i и β_i — желаемые доли каждого из продуктов. Для каждого игрока типа i определена полезность единицы каждого из продуктов — U_{i1} и U_{i2} . Если при разделе продукта игрок i -го типа получает долю α_i первого продукта и долю β_i второго продукта, то его выигрыш (полезность) равен

$$U_i = \alpha_i U_{i1} + \beta_i U_{i2},$$

где $U_{11} = U_{21} = U_{31} = 500$; $U_{12} = 400$, $U_{22} = 600$, $U_{32} = 1000$.

Если на некотором шаге раунда $\sum_{i=1}^3 \alpha_i \leq 1$ и $\sum_{i=1}^3 \beta_i \leq 1$, считается, что тройка пришла к соглашению. В каждом раунде число шагов было неизвестным случайным числом от 5-ти до 8-ми, и если игроки приходили к соглашению, то каждый получал выигрыш соответственно своей полезности, в противном же случае все получали по нулю. Полезности игроков были специально выбраны такими, чтобы точки, соответствующие различным классическим правилам выбора, лежали достаточно далеко друг от друга хотя бы для одного типа игрока.

Целью эксперимента было выявить, какие закономерности наблюдаются в предложениях реальных игроков в процессе торга, и какому правилу выбора [1] будет лучше всего соответствовать вектор полезностей, окончательно установленный тройкой.

По результатам эксперимента можно сказать, что в зависимости от раунда средние точки соглашения игроков менялись, но всегда они колебались между решением Нэша [2] и точкой относительного эгалитаризма [1]. Была предпринята попытка связать исход раунда с психологическим типом группы, рассчитанным по тесту Эннеграмма. Оказалось, что существует положительная корреляция между количеством удачных раундов и психологическими характеристиками «Мотиватор» для игроков первой роли и «Миротворец» для игроков третьей роли.

Литература

1. *Мулен Э.* Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. – М.: Мир, 1991. – С. 100–108.

2. *Nash J.* The Bargaining Problem // *Econometrica.* – 1950. – V. 18, N 2. – P. 155–162.

УДК 519.6, 519.83, 330.4

Применение компьютерных технологий для исследования функциональных состояний участников лабораторных дискретных игр

А.В. Шкловер, А.Д. Игнатов, П.А. Шишкин

Московский физико-технический институт (государственный университет)

shkLover.a.v@gmail.ru

В Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ во время проведения экспериментов с помощью системы стаблогографических кресел проводятся измерения функционального состояния (ФС) участников лабораторных игр [1]. Сложность подобных измерений состоит в том, что данные каждого игрока находятся в очень неудобном для ручной обработки состоянии. В этой работе будет описан метод обработки получаемых данных с помощью компьютерных программ.

На момент начала эксперимента каждому участвующему в нем игроку соответствует три пустых текстовых файла. В результате измерений в каждый текстовый файл на компьютере 50 раз в секунду записывается через пробел два числа – время записи в тактах и соответствующая координата для данного игрока. За среднее время проведения эксперимента в каждом файле оказывается около 60 000 записей. Каждый проводимый эксперимент разбивается организатором на отрезки, для каждого из которых характерен тот или иной тип поведения. Точки разбиения (далее метки) записываются в отдельный текстовый файл.

Для измерения функционального состояния использовалось три основных параметра: логарифм энергии, энтропия и энтропия Херста. Эти параметры рассчитывались следующим образом:

1. Логарифм энергии: $\ln E = \ln \sum_t \sqrt{\frac{(V_t - V_{average})^2}{T}}$

Здесь V_t – дискретная скорость в момент времени t , $V_{average}$ – средняя дискретная скорость для данного игрока, T – общее время эксперимента.

2. Энтропия

Для подсчета энтропии пространство, в котором изменялись координаты участников эксперимента, было разделено на кубы небольшого размера. Для каждого куба было рассчитано число попаданий данных внутрь этого куба, после чего энтропия была рассчитана по формуле: $H = \sum_i \frac{c_i}{T} \log_2 \frac{c_i}{T}$.

Здесь c_i – число попаданий точки в i -й куб, T – общее время эксперимента.

3. Энтропия Херста

Этот параметр рассчитывался для квадрата дискретной скорости: $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$.

Ряд полученных данных разбивался на подряды длины $N, N/2, N/4$ и т.д., для каждого из которых делалось следующее:

I) Было рассчитано среднее значение m ряда.

II) Был рассчитан ряд накопленных отклонений:

$$Z = \sum_{i=1}^n (X_i - m).$$

III) Для величины Z был рассчитан диапазон значений:

$$R(n) = \max(Z_1, Z_2, \dots, Z_n) - \min(Z_1, Z_2, \dots, Z_n).$$

IV) По ряду величин X был получен ряд стандартных отклонений $S(n)$.

V) Для величины $\frac{R(n)}{S(n)}$ было рассчитано среднее значение и был построен график $\frac{R(n)}{S(n)}$ как функция $\ln n$. Коэффициент наклона прямой, аппроксимирующей график – значение энтропии Херста.

Написанные программы позволяют автоматически обрабатывать данные экспериментов, рассчитывая перечисленные выше параметры для участков эксперимента, разделенных метками. Для проверки корректности работы комплекса программ с его помощью были обработаны эксперименты, рассчитанные ранее вручную. Значения основных параметров в обоих случаях оказались одинаковыми.

Статья поддержана грантом РФФИ 12-01-31258 мол _а.

Литература

1. Лукьянов В.И., Максакова О.А., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р., Сенько О.В., Чабан А.Н. Функциональное состояние и эффективность участников лабораторных рынков // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2007. – № 6. – С. 202–219.

УДК 519.86

Использование алгоритма Хачияна для поиска равновесия Байеса–Нэша в играх с неполной информацией и его модификация для игр, заданных в стратегиях поведения

К.В. Макаров

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

k.makarof@gmail.com

Данная работа посвящена изучению численных методов для поиска равновесия Байеса–Нэша (РБН) [1] в различных задачах теории игр. Существует большой класс задач, поиск равновесия для которых достаточно непрост при использовании аналитических методов. В этом случае численные методы иногда позволяют быстрее найти РБН и определить оптимальные стратегии игроков. Одной из таких задач является, например, аукцион двух лиц с неполной информацией, рассмотренный в [2].

Известно, что симметричная игра двух лиц с нулевой суммой [1] сводится к задаче линейного программирования (ЗЛП). На практике для решения таких задач наиболее применяемым и широко известным численным методом является симплекс-метод. Несмотря на свою эффективность, этот метод является алгоритмом с экспоненциальной сложностью и поэтому не подходит для решения задач большой размерности. Впервые полиномиальный алгоритм для решения ЗЛП предложил Л.Г. Хачиян [3], который позволил применить его к задачам с матрицей большей размерности.

В работе мы применим этот алгоритм к некоторым играм с неполной информацией, в частности к аукциону двух лиц, исследованному в [2], и модифицируем его для игр, описанных в стратегиях поведения.

Модификация алгоритма Хачияна для игры, заданной в стратегиях поведения

Часто игру проще описать в стратегиях поведения, чем в нормальной форме, используя матрицу большой размерности. Как показано в работе, в этом случае также можно применить логику работы алгоритма Хачияна, если ввести некоторые корректировки.

В классическом алгоритме Хачияна происходит перебор всех чистых стратегий игрока в ответ на ход соперника. По каждой чистой стратегии накапливается статистика, и с большей вероятностью игрок будет делать ход, соответствующий большему ожидаемому выигрышу. При этом для расчета вероятности используется логистическая функция:

$$p_i = \frac{p_i \cdot \exp \left\{ \frac{\varepsilon}{2} a_{ik} \right\}}{\sum_{j=1}^n p_j \cdot \exp \left\{ \frac{\varepsilon}{2} a_{jk} \right\}},$$

где a_{ik} – элемент матрицы выигрышей A , а ε – параметр, определяющий оптимальность стратегии и точность алгоритма.

В модифицированном алгоритме аналогично игрок накапливает статистику по каждой своей стратегии поведения, т.е. по каждому возможному ходу в каждом информационном состоянии. Для расчета вероятности хода уже используется не чистый выигрыш из матрицы A , а ожидаемый выигрыш для определенного хода в этом информационном состоянии.

В обоих случаях на выходе работы алгоритма мы имеем статистику совершенных ходов за N операций, которую можно рассматривать как оптимальную стратегию поведения в равновесии Байеса–Нэша.

Литература

1. Меньшиков И.С. Лекции по теории игр и экономическому моделированию. – М.: МЗ Пресс, 2007. – 208 с.
2. Макаров К.В. Оптимальные смешанные стратегии для двойного аукциона с неполной информацией // Труды 52-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». – М., 2010. – С. 87–89.
3. Хачиян Л.Г. Избранные труды. – М.: МЦНМО, 2009. – С. 38–48.

УДК 519.865, 330.16

Проектные игры как инструмент моделирования экономических ситуаций

С.А. Скиндерев¹, И.С. Меньшиков^{1,2}

¹Вычислительный центр им. А.А. Дороницына РАН

²Московский физико-технический институт (государственный университет)
sergeant.mipt@mail.ru

Проектная игра – это математическая модель описания широкого класса экономических ситуаций. В качестве примеров моделей, описываемых с помощью проектной игры, можно привести сетевой аукцион, лабораторную кооперативную игру и рынок товаров коллективного пользования.

Первый пример – сетевой (газовый) аукцион [1]. Основой сетевого аукциона служит граф, в вершинах которого локализованы покупатели и продавцы, а ребра соответствуют транспортировщикам. Каждый агент характеризуется максимально возможным объемом покупки, поставки или транспортировки, причем каждой единице продукта соответствуют затраты на добычу (транспортировку) или выкупная стоимость. Выигрышем (или прибылью) продавца (транспортировщика) в результате

заклучения сделки по единице товара на сетевом рынке мы будем называть разницу между ценой продажи и затратами на производство (транспортировку) данной единицы. Выигрышем покупателя от покупки единицы товара назовем разницу между выкупной стоимостью и ценой покупки. Общий выигрыш агента – это сумма выигрышей по всем сделкам. Если агент не заключил ни одной сделки, то его выигрыш полагается равным нулю.

Второй пример – это лабораторная кооперативная игра [2]. Задача лабораторной кооперативной игры формулируется как обратная задача построения кооперативной игры. По заданной кооперативной игре, представленной своей характеристической функцией, строится динамическая игра, т.е. правила, по которым игроки могут договариваться между собой, объединяться в коалиции и получать выигрыши. Результатом динамической игры является множество (непересекающихся) коалиций и вектор индивидуальных выигрышей игроков.

Третий класс игр – рынки товаров коллективного пользования. Такие товары характеризуются тем, что при производстве единицы такого товара выигрыш от его реализации могут получить сразу несколько игроков. В качестве примера можно взять ситуацию, где один производитель некоторого товара может произвести определенное количество этого товара с заданными затратами на каждую единицу. А также есть несколько покупателей товара, имеющих свои индивидуальные функции полезностей потребления товара. Суть игры заключается в том, чтобы обеспечить возможность покупателям договориться с продавцом о производстве некоторого количества товара, при этом все покупатели вкладчину оплачивают произведенные единицы продукта.

Основа модели проектной игры – это множество операций L и множество проектов – множество подмножеств операций $M \in 2^L$. Операции делятся на два типа: затратные и прибыльные. Задаются множества игроков N и операторов A . Каждый из игроков управляет своим подмножеством операторов. Каждый оператор $k \in A$ привязан к определенной операции и имеет некоторый вес c_k , причем $c_k > 0$, если операция затратная, и $c_k < 0$, если операция прибыльная. Каждый оператор может выполнить операцию по цене p_k . Условие реализации проекта: $\sum_{k:l(k) \in j} p_k = h^j, \forall j \in M$, т.е. сумма цен операторов – участников проекта – равна весу проекта h^j . Выигрыш оператора $k \in A$ при участии в проекте равен $p_k - c_k$. Выигрыш игрока – сумма выигрышей всех операторов, управляемых игроком.

Рассматривается задача описания приведенных примеров в виде проектной игры. Для произвольной проектной игры приводится алгоритм построения аукциона с наведенными заявками [3].

Литература

1. *Меньшиков И.С., Платонов В.В., Скиндрев С.А., Чабан А.Н.* Сравнительный анализ эффективности лабораторных сетевых аукционов. – М.: ВЦ РАН, 2007. – 45 с.
2. *Montero M., Sefton M., Zhang P.* Enlargement and the balance of power: an experimental study // *Social Choice and Welfare*. – 2008. – V. 30. – P. 69–87.
3. *Журавель Ю.Ю., Меньшиков И.С.* Двойной аукцион для сетевых рынков. – М.: ВЦ РАН, 2003. – 41 с.

УДК 519.865, 330.16

Анализ различных проектных представлений сетевого газового рынка «TRUE»

С.А. Скиндрев

Вычислительный центр им. А.А. Дороницына РАН
sergeant.mipt@mail.ru

Цель данной работы – представить определенную модельную экономическую ситуацию несколькими различными способами, провести серию экономических экспериментов в лаборатории и сравнить поведение участников аукционов.

В качестве анализируемой модельной ситуации выберем «Сетевой газовый рынок TRUE» [1]. В этом аукционе участвуют четыре игрока (Turk, Rus, Ukr, Eur), которые управляют семью экономическими агентами: два продавца газа (Т и R), два покупателя (U и E) и три газопровода (Т->R, R->U и U->E). На рис.1 в вершинах и ребрах расположены агенты сетевого рынка, которые вертикальными секциями поделены между игроками. В квадратах указаны ограничения на добычу, транспортировку и потребление газа, в кружках – затраты на единицу произведенной и доставленной продукции для продавцов и транспортировщиков, а также в ромбах отмечена выкупная стоимость для покупателей.

Основная идея дифференцирования проектных представлений сетевого газового рынка TRUE заключается в сокращении детализации управления агентами.

В качестве первой модели предлагается изоморфное представление рынка – «Проектная игра TRUE-28». Нетрудно заметить, что на рынке присутствует 28 экономических действий (2 единицы добычи в узле Т, 2 транспортировки из Т в R и т.д.), причем эти действия можно объединить в четыре прибыльных проекта. Самый прибыльный проект: полная поставка одной единицы газа из Т в E (добыча в Т, транспортировка по всем трем газопроводам и потребление в E, цена проекта – 130 – цена газа в E минус затраты на добычу и транспортировку). Остальные три проекта – это полные поставки единицы газа из R в E, из Т в U и из R в U с ценами 110, 90 и 70.

Следующее представление – это «Проектная игра TRUE-7». В этом случае участниками проектов будут не элементарные действия экономических агентов, а сами агенты – по два производителя и покупателя и три транспортировщика. Здесь проектами будут минимальные прибыльные коалиции агентов [2]. Коалиция всех кроме U имеет максимальную цену – 700. Еще три проекта – поставка пары единиц газа из Т в E, из Т в U и из R в U – будут иметь цены 260, 180 и 140 соответственно. И пятый проект – поставка четырех единиц газа из R в E» с ценой 440.

Третье представление – это «Проектная игра TRUE-4», или просто кооперативная игра «TRUE». В этом случае вообще нет никакого разбиения на агентов, т.е. каждый игрок играет только за одного себя. Здесь проекты – это коалиции с положительным выигрышем, а цены – значения характеристической функции [2]: $V(Rus, Ukr) = 140$, $V(Turk, Rus, Ukr) = 180$, $V(Rus, Ukr, Eur) = 440$ и $V(Turk, Rus, Ukr, Eur) = 700$.

В Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ были проведены несколько серий экспериментов с использованием программного комплекса, реализующего аукцион с наведенными заявками [3].

Главный вывод из проведенных экспериментов – распределение выигрышей радикальным образом зависит от степени дробления модели. Выигрыш игроков пропорционален количеству совершаемых ими действий. В игре «TRUE-4» выигрыши распределяются примерно поровну с небольшим преимуществом игроков Rus и Ukr.

В случае, когда игрок Rus управляет тремя агентами или двенадцатью действиями, его выигрыш заметно превосходит выигрыши остальных участников.

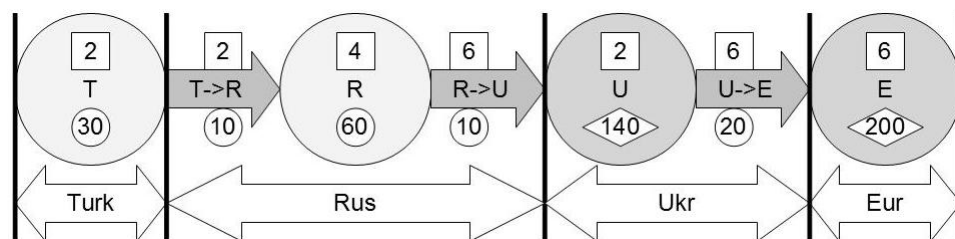


Рис. 1. Сетевой газовый рынок TRUE

Литература

1. *Меньшиков И.С., Платонов В.В., Скиндерев С.А., Чабан А.Н.* Сравнительный анализ эффективности лабораторных сетевых аукционов. – М.: ВЦ РАН, 2007. – 45 с.
2. *Мулен Э.* Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. – М.: Мир, 1991. – 464 с.
3. *Скиндерев С.А.* Использование технологии Генератор Проектов для создания лабораторных сетевых аукционов // Автоматизация проектирования инженерных и финансовых информационных систем средствами генератора проектов: сб. – М.: ВЦ РАН, 2010. – С. 80–88.

УДК 519.86

Рационально-стратегическое поведение людей в играх с унимодальной функцией выигрыша

Е.Л. Кудрявцев

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
kegoru@mail.ru

Наиболее распространенным подходом для решения теоретико-игровых моделей является «рациональный подход», при этом исследователь предполагает, что участники игры ведут себя «рационально». Под «рациональным» поведением подразумевается максимизация личной выгоды каждым из участников игры.

Экспериментальная экономика изучает то, как реальные люди принимают решения, оказываясь в той или иной ситуации. Основным методом экспериментальной экономики является эксперимент, проводимый в лабораторных условиях, при котором реальным людям предлагают принять решение в определенной игровой ситуации. Накопленный опыт экспериментальной экономики показывает, что поведение реальных людей значительно сложнее, чем предлагает «рациональный» теоретико-игровой подход. В связи с этим в настоящий момент ведется активная работа по моделированию поведения реальных людей в теоретико-игровых ситуациях.

Рассмотрим игру в нормальной форме $G(S, U, N)$, где $N = \{1, 2, \dots, n\}$ – множество игроков, $S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$ – множества стратегий игроков, $U : S \rightarrow R^n$ – вектор-функция выигрыша. Введем функцию $f_i(s) = \max_{q_i \in S_i} (U(q_i, s_{-i}) - U(s_i, s_{-i}))$, она равна величине, на которую может увеличить выигрыш игрок i , на профиле стратегий $s \in S$, управляя своей стратегией $s_i \in S_i$, при фиксированных стратегиях остальных игроков $s_{-i} \in S_1 \times S_2 \times \dots \times S_{i-1} \times S_{i+1} \times \dots \times S_n$. Функцию $f_i(s)$ можно интерпретировать как величину «нерациональности» игрока i . Пусть $f^{\max}(s) = \max_{i \in N} \{f_i(s)\}$,

тогда определение равновесия Нэша можно записать так: профиль $s^* \in S$ является равновесием Нэша, если $f^{\max}(s^*) = 0$. Определение ε -равновесия можно записать так: профиль $s^* \in S$ является ε -равновесием, если $f^{\max}(s^*) \leq \varepsilon$. Концепции равновесия Нэша и ε -равновесия соответствуют «рациональному» подходу к решению теоретико-игровых моделей.

Мы предлагаем ввести функцию $g_i(s) = \max_{q_i \in S_i} (U(q_i, B(q_i)) - U(s_i, B(s_i)))$, где профиль $B(q_i) \in S_{-i}$ такой, что $\forall j \neq i: f_j(q_i, B(q_i)) = 0$. Функция $g_i(s)$ равна величине, на которую игрок i может потенциально увеличить свой выигрыш в предположении, что остальные игроки действуют «рационально». Подход, при котором накладываются ограничения на $g(s)$, а не на $f(s)$, мы будем называть «стратегическим».

В лаборатории экспериментальной экономики МФТИ с 2009 по 2012 года был проведен ряд экспериментов с участием реальных людей. Полученные данные показывают, что для более точного описания поведения людей следует использовать смешанный подход и накладывать ограничения на функцию $y_i(s) = f_i(s) + \alpha \cdot g_i(s)$, где $\alpha = \text{const}$. Такой подход можно интерпретировать как компромисс между «стратегическим» и «рациональным» подходами. В работе [2] было предложено использовать логистические стратегии для моделирования поведения игроков в байесовских играх с унимодальной зависимостью выигрыша от порогового значения. Моделирование, используя ограничения на $y_i(s)$, в классе логистических стратегий хорошо согласуется с полученными данными в лаборатории экспериментальной экономики МФТИ для различных типов теоретико-игровых моделей.

Описанный выше метод помогает лучше понять структуру теоретико-игровой модели и получить более точные прогнозы поведения реальных людей в экономической ситуации, соответствующей этой модели.

Литература

1. Меньшиков И.С. Лекции по теории игр и экономическому моделированию. – М.: МЗ-Пресс, 2010. – 333 с.
2. Кудрявцев Е.Л. Использование L -равновесия для анализа теоретико-игровых моделей с унимодальной зависимостью выигрыша от порогового значения стратегии игрока // Труды 54-й научной конференции МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе». – М., 2011. – Т. 1. – С. 83–85.

УДК 519.865; 330.16

Прогноз реализуемости проекта в эксперименте NET-COOP по психологическому типу участников

Г.А. Гимранов, О.Р. Меньшикова

Московский физико-технический институт (государственный университет)

german.gimranov@phystech.edu

В Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ (ЛЭЭ) проводятся регулярные наблюдения за поведением студентов в экономических экспериментах. Во многих экспериментах удалось установить связь между поведением участника и его психологическим типом [1–3]. С 2009 года на базе ЛЭЭ проводятся эксперименты по динамической игре трех лиц с несовершенной информацией NET-COOP. В работе [4] исследованы равновесия в этой игре в чистых и в смешанных стратегиях, а

также установлена связь между индивидуальным поведением участника и его психологическим типом. В настоящей работе предпринята попытка использовать психологические типы участников для прогнозирования реализуемости проекта в игре NET-COOP.

Участники случайным образом разбиваются по тройкам. Каждый из игроков обладает единицей ресурса и решает, будет ли он вкладывать ее в проект. Роли игроков несимметричны относительно получаемой информации о действиях других. Первый игрок узнает ход второго на предыдущем ходу, причем второй игрок это знает. Третий от них независим, он не имеет никакой информации о ходах партнеров. Проект реализуется, если по крайней мере два игрока вложили в него свой ресурс, при этом вложившиеся в проект игроки получают 2, а оставшийся игрок получает 2 или 3 в зависимости от того, вложил он свой ресурс в проект или нет. Если проект не реализуется, выигрыш игрока равен 1 или 0 в зависимости от его вложения в проект.

В эксперименте участвовал 21 студент, и было 20 попыток. По поведению в эксперименте разобьем всех участников на два кластера. В первый войдут щедрые игроки, которые лучше других вкладываются в проект, а во второй – жадные. Зафиксировав множество щедрых игроков, для каждой из 140 троек построим прогноз реализуемости проекта следующим образом. Если в тройку вошли по крайней мере два щедрых игрока, прогнозируем, что проект реализуется. Если же в тройку вошли два или три жадных игрока, считаем, что проект не реализуется. Качество прогноза будем измерять количеством совпадающих элементов в прогнозной матрице (20×7) и реализовавшейся матрице проектов (20×7).

Оказалось, что множество игроков, которые демонстрировали щедрое поведение, на карте главных компонент энеаграммы [1–3] расположено достаточно кучно и занимает центральное положение, находясь недалеко от среднего типа группы. Психологические характеристики людей, которые продемонстрировали противоположное поведение, значительно более неоднородные. Их объединяет только значительная удаленность от среднего типа группы.

Для данного разбиения всех игроков на два кластера, которое связано с психологическими характеристиками участников, удалось правильно спрогнозировать реализуемость проекта в 70% случаев.

Все 140 троек, которые реализовались в игре, делятся на два множества. В первое множество вошли те тройки, в которых присутствует по крайней мере два щедрых игрока. Реализуемость проекта на этом множестве очень высокая. Второе множество состоит из троек, в которых вошли два или три жадных игрока. На этом множестве реализуемость проекта намного ниже.

Литература

1. Дзуреченская М.А., Меньшикова О.Р. Об иерархической кластеризации психологических и поведенческих характеристик участников сетевого двойного аукциона с закрытыми заявками // Информационные технологии: модели и методы: сб. науч. тр. / Московский физико-технический институт. – М., 2010. – С. 93–104.
2. Меньшикова О.Р., Мороз И.И., Талачева Е.И. Влияние психологического типа участника лабораторных рынков на его поведение в социально-экономических экспериментах // Модели и методы обработки информации: сб. науч. тр. / Московский физико-технический институт. – М., 2009. – С. 161–174.
3. Лукинова Е.М., Меньшикова О.Р. Результативность участников лабораторных рынков в зависимости от их психологических типов // Модели и методы обра-

ботки информации: сб. науч. тр. / Московский физико-технический институт. – М., 2009. – С. 175–185.

4. *Здановская В.С., Меньшикова О.Р.* Анализ динамической игры с несовершенной информацией NET-COOP для двух информационных структур // Математические модели и задачи управления: сб. науч. тр. / Московский физико-технический институт. – М., 2011. – С. 137–150.

УДК 519.865

Исследование функционального состояния участников эксперимента «Путешествие во времени»

*П.А. Шишкин¹, О.А. Максакова², И.С. Меньшиков^{3,1},
О.Р. Меньшикова¹, А.Н. Чабан¹*

¹Московский физико-технический институт, ²Институт нейрохирургии им. акад. Н.Н. Бурденко, ³Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
or.menshikova@gmail.com

В Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ проводятся регулярные исследования функционального состояния участников экономических экспериментов с помощью системы стабилографических кресел [1]. В этом году лаборатория была доукомплектована дополнительными креслами, так что в специально оборудованном классе теперь уже расположены 10 компьютеров, на которых студенты работают, сидя на стабилографических креслах. Эти исследования проводятся совместно со специалистами из Института нейрохирургии им. Н.Н. Бурденко.

«Путешествие во времени» означает представление участником себя в эпизодах прошлого (далекого и близкого) и будущего (близкого и далекого). Эксперимент проводили специалисты из Института нейрохирургии, используя стандартную технику виртуального путешествия в прошлое и будущее с остановкой в реальном настоящем.

С помощью стабилографических кресел производилась регистрация перемещения общего центра давления сидящего человека на специальную платформу. Текущее функциональное состояние участника описывалось значениями параметров энергии, устойчивости и энтропии [2] и сопоставлением этих показателей с состоянием спокойного бодрствования с закрытыми глазами.

Базовый эксперимент длился 10 минут. Ему предшествовало тестирование участников с помощью тестов по оценке личностной и ситуативной тревоги по Спилбергеру, а также теста на алекситимию, разработанного Торонтской школой алекситимии и адаптированной в институте им. В.М. Бехтерева.

Изучалась динамика кинетографических показателей на всех этапах виртуального путешествия от раннего детства через «здесь-и-сейчас» к отдаленному будущему.

Было зарегистрировано, что наиболее значимые эпизоды ментального путешествия сопровождались существенными изменениями энергетического паттерна и информации. Кинетографический подход продемонстрировал большой разброс полученных данных по участникам эксперимента. Было показано, что ментальное путешествие приводит к изменению функционального состояния участника эксперимента только в случае большой эмоциональной значимости вспоминаемого или планируемого события.

Данные трех проведенных психологических тестов сопоставлялись с данными тех тестов, которые обычно проходят студенты курса «Экспериментальная экономика» [3]. Была обнаружена высокая корреляция тревожности со шкалой «Невротизм» теста Big Five и шкалой F (Feeling) теста MBTI. Наименее подвержены тревожно-

сти люди, имеющие высокие показатели по шкале «Лидер» теста MBTI. Высокий уровень ситуативной тревожности отчетливо влиял на величину кинетографических показателей, что проявлялось либо в значительном нарастании энергии и энтропии, либо в знаке изменений (например, «замирании» испытуемого).

Статья поддержана грантом РФФИ 12-01-31258 мол_а.

Литература

1. *Максакова О.А., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р.* Функциональное состояние участников лабораторных дискретных игр и его влияние на эффективность участия в экспериментах // Труды 54-й научной конференции МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе». – 2011. – Т. 1. – С. 78–79.
2. *Лукьянов В.И., Максакова О.А., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р., Сенько О.В., Чабан А.Н.* Функциональное состояние и эффективность участников лабораторных рынков // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2007. – № 6. – С. 202–219.
3. *Меньшикова О.Р., Петросян Е.Л.* Кластерный анализ пяти психологических тестов // Математические модели и задачи управления: сб. науч. тр. / МФТИ. – 2011. – С. 160–171.

УДК 336.761.5

Моделирование биржевой книги заявок на основе эмпирических данных фьючерса РТС

А.О. Глекин

Институт системного анализа РАН

graed@mail.ru

Рассматривается вопрос моделирования биржевой книги заявок на основе эмпирических статистик, полученных из исторических данных о фьючерсе РТС. Изучаемые данные содержат полный поток заявок за период с 1.06.2011 по 30.06.2011. Из этих эмпирических распределений строится многоагентная модель с нулевым интеллектом. Модель включает реализацию механизма двойного непрерывного аукциона. Данный механизм широко используется на большинстве современных торговых площадках. Многоагентная модель с нулевым интеллектом подразумевает участие в торгах нескольких агентов, чье поведение подчиняется некоторому стохастическому закону. Целью построения модели является получение статистических свойств поведения биржевой книги и цен, схожих с реально наблюдаемыми эмпирическими фактами.

Литература

1. *Chakraborti A., Toke I.M., Patriarca M., Abergel F.* Econophysics review: I. Empirical facts // Quantitative Finance. – 2011. – V. 11, N 7. – P. 991–1012.
2. *Chakraborti A., Toke I.M., Patriarca M., Abergel F.* Econophysics review: II. Agent-based models // Quantitative Finance. – 2011. – V. 11, N 7. – P. 1013–1041.
3. *Ladley D.* Zero Intelligence in Economics and Finance // The Knowledge Engineering Review. – 2004. – V. 00:0. – P. 1–24. – Cambridge University Press.
4. *Maslov S.* Simple model of a limit order-driven market // Physica. A. – 2000.

5. *Samanidou E., Zschischang E., Stauffer D., Lux T.* Agent-based models of financial markets // Reports on Progress in Physics. – 2007. – V. 70. – P. 409–450.

УДК 519.865, УДК 330.16

Успеваемость и общественная деятельность первокурсников в зависимости от их психологических типов

О.С. Гребнёва, О.Р. Меньшикова

Московский физико-технический институт (государственный университет)
olkagreb@yandex.ru

В Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ уже несколько лет проводятся исследования влияния психологического типа участника лабораторного рынка на его поведение в экономических играх. Установлены взаимосвязи поведенческих и психологических характеристик участников [1–2], причем для этого использовались различные психологические тесты. Было проведено исследование результативности участия студентов в занятиях экспериментальной экономикой в зависимости от их психологического типа [3], а также исследование достижений студентов первого курса до поступления в МФТИ в зависимости от их психологического типа [4].

Каждый из студентов, участвовавший в исследовании [4], проучился в МФТИ около года и сдал 2 сессии. На основе результатов об успеваемости студентов, а также данных об их общественной деятельности было проведено исследование, описывающее, как студенты разных психологических типов адаптировались к учебе в МФТИ. В качестве психологической базы были выбраны тесты MBTI и Эннеаграмма. Тестирование проводилось через Интернет на сайте www.excellence.ru. На этом сайте протестировалось больше 10 000 человек, поэтому мы располагали базой для сравнения психологических данных группы, состоящей из 120 студентов.

Основное отличие первокурсников МФТИ от других групп, которые приходилось тестировать ранее, состоит в очень большом разнообразии психологических типов. В данной группе студентов присутствуют почти все психологические типы по тесту MBTI. Многие студенты имели различные начальные данные (разные баллы ЕГЭ и школьные достижения). На первом курсе дают абсолютно новые для большинства студентов знания. Анализируя динамику успеваемости студентов на фоне информации об их психологических типах, можно проанализировать, насколько быстро и качественно студенты каждого психологического типа могут усваивать новую информацию и делать прогнозы об их дальнейшей успеваемости.

Важно также выяснить, каким образом отчисленные студенты выделяются по результатам тестирования на фоне остального курса.

С помощью факторного анализа и методов снижения размерности было установлено, что студенты с близкими психологическими типами достаточно быстро оказываются в одинаковых группах по успеваемости.

Литература

1. *Дзурченская М.А., Меньшикова О.Р.* Об иерархической кластеризации психологических и поведенческих характеристик участников сетевого двойного аукциона с закрытыми заявками // Информационные технологии: модели и методы: сб. науч. тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. – М., 2010. – С. 93–104.
2. *Меньшикова О.Р., Мороз И.И., Талачева Е.И.* Влияние психологического типа участника лабораторных рынков на его поведение в социально-экономических

- экспериментах // Модели и методы обработки информации: сб. науч. тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. – М., 2009. – С. 161–174.
3. Лукинова Е.М., Меньшикова О.Р. Результативность участников лабораторных рынков в зависимости от их психологических типов // Модели и методы обработки информации: сб. науч. тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. – М., 2009. – С. 175–185.
 4. Гребнёва О.С., Меньшикова О.Р. Исследование психологических типов первокурсников во взаимосвязи с их школьными достижениями // Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе: сб. науч. тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. – М., 2011. – С. 76–78.

УДК 519.257, УДК 336.765

Модель статистического арбитража на основе фильтра Калмана и пороговой регрессии

А.А. Золотарев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

ok_podlipsky@yahoo.com

Статистический арбитраж – популярная стратегия безрисковых сделок на бирже. Статистический арбитраж расширяет понятие классического арбитража, заменяя одновременную продажу и покупку идентичных финансовых инструментов, позволяющую фиксировать прибыль на продажу и покупку тесно связанных друг с другом финансовых инструментов, – сделка в этом случае обуславливает увеличение вероятности прибыли. В статистическом арбитраже каждая отдельная сделка уже не обязательно является выигрышной – она становится звеном в цепи, ведущим к победе.

Для двух взаимосвязанных активов P_1 и P_2 существует несколько видов статистического арбитража основанных на разных правилах построения спреда: $S = P_1 - P_2$, или $S = P_1/P_2$. В обоих случаях поведение получившегося спреда становится стационарным.

Для исследования были взяты исторические данные фьючерсов на индекс РТС, индекс РТС-стандарт, а также на фьючерс доллар-рубли в период с марта по август 2012 года.

Основой стратегии статистического арбитража для данных фьючерсов было выбрано построение регрессионной модели с помощью фильтра Калмана [1–3]. Данная регрессионная модель дает значительное преимущество в описании процессов, т.к. позволяет отбросить несколько видов шумов в процессе построения регрессионной модели.

На основании регрессионной модели определялись пороги для функции управления позицией. Таким образом, исторические данные приближались пороговой регрессией, на основании которой строилась функция управления позицией.

Функция управления позицией описывалась как набор пар: {уровень отклонения от среднего, размер позиции}. В качестве набора уровней отклонения от среднего использовались пороги регрессии, а размер позиции на каждом уровне получался через максимизацию доходности от стратегии.

Данная система была полностью реализована с помощью статистического языка R и пакетов: «Ts.Dyn» и «stat4». В результате был создан программный продукт, который в зависимости от исторических данных предоставляет систему оценки в реальном времени.

Полученная система дает результат примерно в 1,2–1,5 раза лучше, чем использование регрессионной модели с фильтром Калмана, но линейной функцией набора позиции и примерно в 2 раза эффективнее, чем без использования фильтра Калмана.

В ближайшее время планируется опробовать данную систему на системе FAST.

Работа выполнена при поддержке гранта правительства РФ дог.

11.G34.31.0073.

Литература

1. *Elliot R.J., Van Der Hoek J., Malcolm P.W.* Pairs trading // *Quantitative Finance*. – 2005. – Т. 8. – С. 271–276.
2. *Meinhold R.J., Singpurwalla N.D.* Understanding the Kalman Filter // *The American Statistician*. – 1983. – Т. 2. – С. 123–127.
3. *Bec, F., Salem M.B., Carrasco, M.* Tests for Unit-Root versus Threshold Specification With an Application to the Purchasing Power Parity Relationship // *Journal of Business & Economic Statistics*. – 2004. – Т. 22. – С. 382–395.
4. *О’Брайен Дж., Шривастава С.* Финансовый анализ и торговля ценными бумагами. – М., 1995.

УДК 519.86

Класс модифицированных роботов в динамических играх

А.Е. Утемов

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

alexut@yandex.ru

В работе рассматривается игра «Турнир» для 4, 8 и 16 участников. Вариант игры для 4 участников сводится к следующему. Четыре игрока разбиваются по парам. В первой стадии (полуфинале), каждый участник выбирает число x от 0 до 1000. Тот, у кого оказалось большее число, побеждает в паре и выходит в следующую стадию игры, которая называется финал. В финале выигрывает тот, у кого осталось больше ресурсов, т.е. больше число $1000 - x$. Победитель финала получает одно очко, а все остальные – 0 очков.

В игре с 8 участниками делаются ставки в четвертьфинале и полуфинале, а в игре с 16 участниками еще дополнительно вводится ставка в одной восьмой финала.

По этой игре проводились эксперименты со студентами МФТИ. Результаты экспериментов сравнивались с поведением запрограммированных роботов и с равновесиями в этой игре.

Для игры «Турнир» вводится концепция запрограммированных роботов-игроков. Стратегия роботов основана на понятии модифицированное равновесие, которое предложил Ринат Яминов [1]. Цель создания таких роботов состоит в том, чтобы смоделировать реальное поведение участников экспериментов в нескольких попытках. Поведение игроков в игре «Турнир», на первый взгляд, предсказать достаточно сложно ввиду отсутствия явной оптимальной стратегии (стратегия определяется единственным числом – ставкой полуфинала). Однако, как оказалось, модифицированным роботам удалось очень хорошо смоделировать и предсказать поведение участников экспериментов по решениям этих игроков в самой первой игре. Параметры роботов – ходы игроков в первой попытке, то есть ставки полуфинала, и некий параметр σ , который отвечает за дисперсию. Этих параметров оказалось достаточно

для предсказания поведения игроков на несколько попыток вперед. Данный результат весьма полезен, так как модифицированные роботы могут применяться и ко многим другим динамическим играм, где требуется предсказать поведение игроков.

Суть стратегии роботов состоит в том, что на каждой итерации робот оптимизирует свой ход (ставку полуфинала), принимая в расчет фиксированные стратегии трех других роботов с учетом дисперсии σ , то есть робот, принимая решение, знает, что среднее значение ставки каждого из трех других роботов размазано относительно каких-то средних значений. После нескольких таких итераций наблюдается сходимость ставок роботов.

Эксперименты, проведенные весной 2012 года, отличаются от проведенных ранее тем, что составы участников в каждой из четверок, а также в каждой из восьмерок менялись от игры к игре. Имеется ряд существенных различий в поведении участников экспериментов в игре с переменными и постоянными четверками (восьмерками). Однако, чтобы смоделировать поведение участников экспериментов роботами, пришлось несколько расширить понятие стратегии модифицированных роботов. Был найден целый класс стратегий модифицированных роботов, которые хорошо моделируют поведение участников эксперимента как в игре с постоянными, так и с переменными четверками (восьмерками).

Рассмотрены и другие динамические игры (одна из них – игра «Три сенатора»), которые также хорошо моделируются этим классом модифицированных роботов.

Доказан ряд утверждений о равновесии в игре «Турнир» с четырьмя участниками.

Ввиду сложного поиска теоретического равновесия в играх с 8 и 16 участниками, оптимальные стратегии игроков с большой степенью точности удалось найти только с помощью компьютерных вычислений (методом Монте-Карло).

Литература

1. Яминов Р.И. Модифицированное равновесие // Информационные технологии: модели и методы: сб. науч. тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. – М., 2010. – С. 73–83.

УДК 519.865, 330.16

Использование цветового теста Люшера для прогнозирования поведения участников экономических экспериментов

О.Р. Меньшикова, О.С. Гребнёва

Московский физико-технический институт (государственный университет)
or.menshikova@gmail.com

В Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ накоплено немало наблюдений, свидетельствующих о том, что знание психологического типа участника позволяет предсказать его поведение в экономическом эксперименте [1–2]. Предварительно участники тестируются на психологическом сайте www.excellence.ru, разработанном в Лаборатории, на котором содержатся 20 тестов. В последнее время мы ограничиваемся пятью тестами, которые считаем наиболее значимыми. Совокупность выходных шкал этих тестов подробно проанализирована в [3]. Прохождение одного теста занимает в среднем 15–20 минут. Как правило, участники экспериментов проходят каждый тест один раз в год, т.е. результаты тестов не уточняются еще раз перед каждым экспериментом. Хотелось бы преодолеть два очевидных недостатка тестирования. Первый связан с субъективностью предоставляемых данных о себе, а второй – с существенными временными затратами на тестирование и невозможностью

перепроверить психологический тип участника непосредственно перед проведением эксперимента.

Не может ли нам помочь преодолеть указанные недостатки цветовой тест Люшера? Процедура тестирования чрезвычайно проста и занимает максимум 2 минуты. Она состоит в упорядочивании 8 цветов по степени их приятности для испытуемого. Считается, что тест Люшера – это единственный тест, который исключает субъективность мнения испытуемого. 8 цветов делятся на яркие (синий, красный, зеленый, желтый) и темные (фиолетовый, коричневый, серый, черный). Выбор ярких цветов на первом месте интерпретируется следующим образом:

синий: безопасность, спокойная обстановка, мир, понимание, уважение, помощь,

красный: активность, энтузиазм, целеустремленность, установка на успех,

желтый: оптимизм, воображение, установка на будущее, ожидание радостных изменений,

зеленый: решительность, воля, упорство, рассудительность, стремление к контролю.

Мы решили изучить тест Люшера в рамках экспериментальной экономики, т.е. для группы людей, психологический тип которых известен, провели эксперимент, состоящий том, чтобы узнать, какой из восьми цветов они предпочтут. В эксперименте участвовало 30 человек. Из них 35% предпочли синий цвет, 25% – красный, 7% – зеленый, 6% – желтый, 6% – фиолетовый, 3% – коричневый, 2% – серый. Черный цвет как предпочтительный не выбрал никто. Заметим, что из 16 типов MBTI на долю ISTJ приходится 40%, а на долю ESTJ – 20%. Столько же людей в нашем эксперименте предпочли красный и синий цвета.

Участники были разбиты на 7 групп в соответствии с предпочитаемым цветом. Было изучено расположение средних типов по группе, предпочитающих один цвет, на картах главных компонент тестов Эннеаграмма и MBTI. Получилось, что предпочитающие красный цвет – самые активные и напористые, зеленый – наиболее волевые и интровертные, синий – самые спокойные, причем выбравшие красный цвет в основном имели тип ESTJ, а выбравшие синий – ISTJ.

Проведенное исследование позволяет надеяться на успешное применение теста Люшера для прогнозирования поведения людей в экономических экспериментах.

Литература

1. *Дзуреченская М.А., Меньшикова О.Р.* Об иерархической кластеризации психологических и поведенческих характеристик участников сетевого двойного аукциона с закрытыми заявками // Информационные технологии: модели и методы: сб. науч. тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. – М., 2010. – С. 93–104.
2. *Меньшикова О.Р., Мороз И.И., Талачева Е.И.* Влияние психологического типа участника лабораторных рынков на его поведение в социально-экономических экспериментах // Модели и методы обработки информации: сб. науч. тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. – М., 2009. – С. 161–174.
3. *Меньшикова О.Р., Петросян Е.Л.* Кластерный анализ пяти психологических тестов // Математические модели и задачи управления: сб. науч. тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. – М., 2011. – С. 160–171.

УДК 519.83, УДК 330.4

Методология выявления взаимосвязей между принятием решений участниками лабораторных рынков, их психологическими характеристиками и динамикой функционального состояния

Р.И. Яминов¹, П.А. Шишкин²

¹Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, ²Московский физико-технический институт (государственный университет)
yaminovr@rambler.ru

В последнее время в мировой науке все больше растет понимание того, что невозможно построить адекватную экономическую теорию, основываясь на классических предположениях математической экономики о поведении экономического агента [1], действия которого определяются максимизацией функции полезности. В ряде работ (например, [2] и [3]), выполненных по результатам экспериментов, проведенных в Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ и ВЦ РАН, было показано, что психологический тип участников в большей или меньшей степени модифицирует функцию полезности.

Для оценки психофизиологических характеристик участников эксперимента и построения модели поведения игроков предполагается использовать методы психологического тестирования и компьютерной стабилографии. Полученные с помощью стабилографии данные о физиологическом состоянии участников эксперимента будут дополнены психологическими данными и будут сопоставлены с результатами принятых решений. В итоге с помощью методов машинного обучения и интеллектуального анализа данных планируется построить модель, описывающую взаимосвязь между особенностями принятия решений участниками и их психофизиологическими индивидуальными характеристиками. Такой подход позволяет получать исчерпывающие данные о процессе принятия решения операторами, включая информацию о динамике их функционального состояния и психологических параметров. Это дает возможность анализировать индивидуальную результативность операторов с учетом их психофизиологических характеристик, а также оценивать эффективность и стабильность механизмов взаимодействия с учетом человеческого фактора [4].

Метод предполагает выполнение следующих четырех последовательных шагов:

1. Разработать специализированные методы анализа экспериментальных данных, включающих результаты тестирования, протокол совершенных действий и стабилографические ряды.
2. Запланировать и провести серию экспериментов, направленных на выявление взаимосвязи процессов принятия решений и динамики функционального состояния участников лабораторных рынков.
3. Создать программный комплекс для выделения психофизиологических параметров из стабилографических рядов.
4. Построить модели взаимосвязи процессов принятия решений, динамики функционального состояния участников лабораторных рынков и психологических характеристик.

Работа поддержана грантом РФФИ 12-01-31258 мол_а.

Литература

1. *Яминов Р.И.* Модифицированное равновесие как инструмент анализа лабораторных рынков: автореферат дис. к.ф.-м.н. – М., 2010.

2. Лукьянов В.И., Максакова О.А., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р., Сенько О.В., Чабан А.Н. Функциональное состояние и эффективность участников лабораторных рынков // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2007. – № 6. – С. 202–219.
3. Максакова О.А., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р. Функциональное состояние участников лабораторных дискретных игр и его влияние на эффективность участия в экспериментах // Труды 54-й научной конференции МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе». – 2011. – Т. 1. – С. 78–79.
4. Яминов Р.И., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р. Исследование правил торговли оптового рынка мощности и электроэнергии с помощью методов экспериментальной экономики // Математическое моделирование информационных систем: сб. науч. тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. – М., 2012. – С. 81–91.

УДК 519.865+330.16

Использование психологического тестирования первокурсников в работе куратора

Н.В. Антипова, О.Р. Меньшикова

Московский физико-технический институт (государственный университет)
antipova@technocup.ru

В лаборатории экспериментальной экономики МФТИ уже несколько лет проводятся исследования влияния психологического типа участника лабораторного рынка на его поведение в экономических играх. Установлены взаимосвязи поведенческих и психологических характеристик участников [1–2]. Проведено исследование результативности участия студентов в занятиях экспериментальной экономикой в зависимости от их психологического типа [3], а также изучены психологические типы первокурсников во взаимосвязи с их школьными достижениями [4].

В этом году с разрешения декана факультета управления и прикладной математики мы решили протестировать всех первокурсников, поступающих на ФУПМ, сразу же после собеседования. Затем, после распределения по академическим группам, мы изучили связь психологических типов студентов и их взаиморасположение на карте главных компонент основных тестов с отношениями, существующими внутри группы, а также поведением в различных ситуациях. В качестве психологической базы были выбраны тесты MBTI, Эннеаграмма и тест Белбина «Роли в коллективе». Тестирование проводилось через Интернет на сайте www.excellence.ru.

На этом сайте протестировались больше 10 000 человек, а также первокурсники прошлого года поступления. Один из авторов данной работы является куратором 271 группы первокурсников, поступивших в этом году на ФУПМ. Нам удалось собрать все необходимые характеристики для 16 человек из этой группы. Их данные и были проанализированы в сравнении с данными прошлогодних первокурсников, а также большой базой данных людей, не имеющих отношение к МФТИ.

В группе первокурсников присутствуют 7 из 16 типов MBTI, сохраняются основные тенденции преобладания сенсорных (S), думающих (T) и организованных (J), однако преобладают экстраверты (E), что бывает нечасто. В обычной среде доля интуитивных типов (N) не превышает 25%, в нескольких крупных организациях, которые приходилось тестировать, их доля не превышала 10%. В исследуемой же группе присутствует только один интуитивный человек, что вызывает удивление в

связи с тем, что среди первокурсников прошлого года пропорции были сдвинуты в сторону равновесия.

Тестирование по МВТИ показало, что наибольшей по численности (50%) оказалась группа экстравертов-логиков. По Эннеграмме преобладают Помощники (тип 2) и Лидеры (тип 8). В исследуемой группе нет ни одного первокурсника, для которого ведущим является Мотиватор (тип 3), Миротворец (тип 9).

На основе произведенных исследований мы проанализировали поведение первокурсников в различных ситуациях, требовавших от них коллективной работы, проявления инициативы или ответственности, а также составили матрицу взаимоотношений в группе.

Литература

1. *Дзуреченская М.А., Меньшикова О.Р.* Об иерархической кластеризации психологических и поведенческих характеристик участников сетевого двойного аукциона с закрытыми заявками // Информационные технологии: модели и методы: сб. науч. тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. – М., 2010. – С. 93–104.
2. *Меньшикова О.Р., Мороз И.И., Талачева Е.И.* Влияние психологического типа участника лабораторных рынков на его поведение в социально-экономических экспериментах // Модели и методы обработки информации: сб. науч. тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. – М., 2009. – С. 161–174.
3. *Лукинова Е.М., Меньшикова О.Р.* Результативность участников лабораторных в зависимости от их психологических типов // Модели и методы обработки информации: сб. науч.тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. - М., 2009. – С. 175–185.
4. *Меньшикова О.Р., Гребнева О.С.* Исследование психологических типов первокурсников во взаимосвязи с их школьными достижениями // Моск. физ.-техн. ин-т. – М., 2011. – С. 76–77.

Секция математических основ управления

УДК 519.677

Итерационный процесс с переменной длиной мантиссы для решения задач вычислительной математики с заданной точностью

А.Г. Бирюков¹ А.И. Гриневич^{2,1}

¹Московский физико-технический институт (государственный университет), ²ООО

«ГринМарк»

alexeygrinevich@gmail.com

В работе авторов [1] предложен метод анализа погрешностей округления решения задач вычислительной математики (ВМ) в арифметике с плавающей запятой и переменной длиной мантиссы машинного числа (МЧ). Результаты, полученные в [1], сводятся к следующим положениям.

1. Решение задачи ВМ представлено как значение некоторой вектор-функции $f(x) \in R^k$, $x \in R^n$, определяемой методом её решения.
2. Предложен вид алгоритма вычисления значения вектор-функции, названный в работе «нормальный алгоритм вычислительной математики» (НАВМ).
3. Для НАВМ с конечным числом шагов получена оценка погрешности значения решения задачи ВМ, зависящая от её аргументов и длины мантиссы.
4. Получены оценки длины мантиссы МЧ, гарантирующие достижение требуемой точности решения.

Настоящая статья является продолжением работы [1]. Её целью является получение численных оценок погрешности округления решений задач ВМ, для чего вычисляются несколько их решений при различных значениях длины мантиссы МЧ. Вводится понятие квазирешения (КР) задачи ВМ, которое предполагается достаточно близким к истинному решению, и погрешности решения оцениваются по отношению к КР. В докладе кроме теоретических положений приводятся результаты численного эксперимента.

Определение. Совокупность L решений задачи ВМ $f_{m_i}(x)$ при значениях длины мантиссы $m_i, i \in [1, L]: m_1 < m_2 < \dots < m_L$ назовем **итерационным процессом с переменной мантиссой** (ИППМ) решения задачи ВМ. Пусть значения погрешностей решений $\Delta_i = \|f_{m_i}(x) - f(x)\|$, $i \in [1, L]$; $\Delta_{ij} = \|f_{m_i}(x) - f_{m_j}(x)\|$, $j > i$, $i, j \in [1, L]$; $\Delta_{iL} = \|f_{m_i}(x) - f_{m_L}(x)\|$, $i \in [1, L - 1]$. **Квазирешение** (КР) задачи ВМ – это значение $f_{m_L}(x)$, если $\Delta_i = \Delta_{iL} + \xi_{iL}\Delta_{iL}$, $i \in [1, L - 1]$, где $|\xi_{iL}| \ll 1$, т.е. $|\xi_{iL}| \leq g_0 \leq 0,1$ – малое число по сравнению с 1, g_0 – заданное число. Обозначим $g_i = \frac{\Delta_{i+1}}{\Delta_i} = \frac{\|f_{m_{i+1}}(x) - f(x)\|}{\|f_{m_i}(x) - f(x)\|}$, $i \in [1, L - 1]$. ИППМ назовем устойчивым, если $g_i \leq g_0 \leq 0,1$, $i \in [1, L - 1]$. Число g_i назовем **коэффициентом скорости сходимости** (КСС) решений $f_{m_i}(x)$ $i \in [1, L - 1]$ к $f(x)$ \square .

Теорема 1. Обозначим $g_{ij} = \frac{\Delta_{ij}}{\Delta_i}$, $j > i$, $i, j \in [1, L]$. Пусть в ИППМ выполнено условие $\frac{g_{ij}}{1-g_{ij}} \leq g_0 \leq 0,1$, $j > i$, $i, j \in [1, L - 1]$. Для того, чтобы значение функции $f_{m_j}(x)$ было квазирешением, необходимо и достаточно, чтобы ИППМ был устойчивым.

Теорема 2. Пусть решение $f(x)$, $x \in R^n$, $f \in R^k$ оценивается значением $f_{m_i}(x)$, $i \in [1, L-1]$, ИППМ устойчив, $\|f_{m_i}(x)\| > \|\Delta_i\|$, $i \in [1, L]$. Тогда имеют место оценка

$$\frac{\Delta_i}{\|f(x)\|} \leq \sigma \frac{\Delta_{ij}}{\|f_{m_j}(x)\|} \text{ и } \Delta_i \leq \frac{\Delta_{ij}}{1 - g_{ij}}, \quad (1)$$

где $j > i$, $i, j \in [1, L]$, $\alpha_j = \frac{\Delta_j}{\|f_{m_j}(x)\|}$, $\sigma = \frac{1}{(1-g_{ij})(1-\alpha_j)}$ – корректирующий множитель точности решений. Машинное значение числа $\frac{\Delta_{ij}}{\|f_{m_j}(x)\|}$ имеет относительную погрешность $\approx 0,5 \cdot (k+6)b^{1-m_i}$, которой можно пренебречь.

Обычно число $\alpha_j \ll g_{ij}$, и им можно пренебречь. При $L \geq 3$ вводится число $g_{ij}^L = \frac{\|f_{m_j}(x) - f_{m_L}(x)\|}{\|f_{m_i}(x) - f_{m_L}(x)\|}$; если ИППМ устойчив, то $g_{ij} \cong g_{ij}^L$ и $\frac{1}{1-g_{ij}} \cong \sigma \leq 1 + g_0$, $g_0 \leq 0.1$. Предположим, что алгоритм решения задачи ВМ конечношаговый (КША) [1]. Очевидно, требуемая точность решения $f_{m_i}(x)$ будет достигнута, если для некоторого $j \in [2, L]$ выполнены неравенства:

$$\frac{\sigma \Delta_{ij}}{\|f_{m_j}(x)\|} \leq \varepsilon_0, \quad \frac{\Delta_{ij}}{1 - g_{ij}} \leq \varepsilon_A, \quad (2)$$

где ε_0 и ε_A – значения требуемой относительной и абсолютной точности решения соответственно. Возможны различные схемы (алгоритмы) определения решений $f_{m_i}(x)$, $i = 1, 2, \dots$, для которых будет выполнено условие (2). Укажем один вариант такой схемы. Пусть заданы значения m_1 , Δ_m и $m_i = m_1 + (i-1)\Delta_m$, $i \geq 2$, и найдено l решений $f_{m_i}(x)$, $i \in [1, l]$, $l \geq 2$. Предполагая, что ИППМ устойчив, выполнены условия теоремы 3 из [1], проверяем условие (2) при $j = l$, $\forall i \in [1, l-1]$, $1/(1-g_{il}) = \sigma = 1$. Пусть условия (2) выполнены для некоторого минимального $\tilde{i} \in [1, l]$. Будем считать решением задачи значения $f_{m_{\tilde{i}}}(x)$. Значение $f_{m_{\tilde{i}}}(x)$ можно округлить по известному правилу «по дополнению» [2].

Литература

1. Бирюков А.Г., Гриневич А.И. О гарантированной точности решений задач вычислительной математики в арифметике с плавающей запятой и переменной длиной мантииссы // Труды МФТИ. – 2012. – Т. 4, № 3. – Р. 171–180.
2. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – СПб.: Лань, 2009. – ISBN 978-5-8114-0695-1.

УДК 519.86

Оценка mixing time для макросистем с единственным равновесием

Е.В. Гасникова

Московский физико-технический институт (государственный университет)

egasnikova@yandex.ru

Предположим, что некоторая макросистема может находиться в различных состояниях, характеризуемых вектором \bar{n} с неотрицательными целочисленными компонентами. Будем считать, что в системе происходят случайные превращения (химические реакции). Пусть $\bar{n} \rightarrow \bar{n} - \bar{\alpha} + \bar{\beta}$, $(\bar{\alpha}, \bar{\beta}) \in J$ – все возможные типы реакций (конечный набор). Введем, следуя М.А. Леонтовичу (1935), интенсивность реакции:

$$\lambda_{(\bar{\alpha}, \bar{\beta})}(\bar{n}) = \lambda_{(\bar{\alpha}, \bar{\beta})}(\bar{n} \rightarrow \bar{n} - \bar{\alpha} + \bar{\beta}) = M^{1 - \sum_i \alpha_i} K_{\bar{\beta}}^{\bar{\alpha}} \prod_{i: \alpha_i > 0} n_i \cdot \dots \cdot (n_i - \alpha_i + 1),$$

где $K_{\bar{\beta}}^{\bar{\alpha}} \geq 0$ — константа реакции. При этом часто считают $\sum_i n_i(t) \equiv M$. Таким образом $\lambda_{(\bar{\alpha}, \bar{\beta})}(\bar{n})$ — вероятность осуществления в единицу времени перехода $\bar{n} \rightarrow \bar{n} - \bar{\alpha} + \bar{\beta}$. На макроуровне все это соответствует принципам химической кинетики (закон действующих масс Гульдберга–Вааге, 1864). Далее считаем, что $\dim \bar{n}$ и число реакций $|J|$ не зависят от числа агентов M . Следующая теорема уточняет результаты а) В.В. Веденяпина (1999), б) В.А. Малышева, С.А. Пирогова, А.Н. Рыбко (2004).

Теорема 1. а) $\langle \bar{\mu}, \bar{n}(t) \rangle \equiv \langle \bar{\mu}, \bar{n}(0) \rangle$ (inv) тогда и только тогда, когда вектор $\bar{\mu}$ ортогонален каждому вектору семейства $\{\bar{\alpha} - \bar{\beta}\}_{(\bar{\alpha}, \bar{\beta}) \in J}$.

б) Пусть выполняется условие $\exists \bar{\xi} > \bar{0}$:

$$\forall \bar{\alpha} \rightarrow \sum_{\bar{\beta}: (\bar{\alpha}, \bar{\beta}) \in J} K_{\bar{\beta}}^{\bar{\alpha}} \prod_j \xi_j^{\alpha_j} = \sum_{\bar{\beta}: (\bar{\alpha}, \bar{\beta}) \in J} K_{\bar{\alpha}}^{\bar{\beta}} \prod_j \xi_j^{\beta_j}. \quad (\text{ШБП})$$

Тогда

1. мера $\nu(\bar{n}) = \prod_i \lambda_i^{n_i} e^{-\lambda_i} / n_i!$, где $\lambda_i = \xi_i^* M$, а $\bar{\xi}^*$ — произвольное решение (ШБП), будет инвариантной относительно предложенной стохастической марковской динамики.
2. на множестве (inv) эта мера экспоненциально быстро концентрируется, с ростом M , в окрестности наиболее вероятного состояния, которое и принимается за положение равновесия макросистемы.
3. задача поиска наиболее вероятного макросостояния асимптотически эквивалентна задаче максимизации энтропийного функционала (воспользовались формулой Стирлинга): $\ln \nu(\bar{n}) \approx E(\bar{n}) \approx -\sum_i n_i \cdot (\ln(n_i/\lambda_i) - 1)$ на множестве, задаваемом условием (inv).

Пусть в начальный момент времени $t=0$ для любого i существует предел $c_i(0) = \lim_{M \rightarrow \infty} n_i(0)/M$. Тогда в произвольный момент времени $t > 0$ для любого i существует не случайный предел

$$c_i(t) \stackrel{\text{п.п.}}{=} \lim_{M \rightarrow \infty} n_i(t)/M : \frac{dc_i}{dt} = \sum_{(\bar{\alpha}, \bar{\beta}) \in J} (\beta_i - \alpha_i) K_{\bar{\beta}}^{\bar{\alpha}} \bar{c}^{\bar{\alpha}}, \bar{c}^{\bar{\alpha}} = \prod_j c_j^{\alpha_j}. \quad (\text{ДК})$$

Это технически нетривиальное утверждение следует из результатов Троттера–Куртца (1986).

Рассматриваемую стохастическую динамику можно также представлять как блуждание по графу $G = (V_G, E_G)$ вида целочисленной решетки в неотрицательном ортанте пространства размерности $\dim \bar{n}$, точнее в гиперплоскости, определяемой (inv). Обозначим матрицу переходных вероятностей $P = \|p_{ij}\|$, а инвариантную меру π . Введем определения:

$$\begin{aligned} h(G) &= \inf_{S \subseteq V_G: \pi(S) \leq 1/2} P(S \rightarrow \bar{S} | S) = \\ &= \inf_{S \subseteq V_G: \pi(S) \leq 1/2} \frac{\sum_{(i,j) \in E_G: i \in S, j \in \bar{S}} \pi(i) p_{ij}}{\sum_{i \in S} \pi(i)}, \quad (\text{Cheeger constant}) \end{aligned}$$

$$T(i, \varepsilon) = \Theta(h(G)^{-2} (\ln(\pi(i)^{-1}) + \ln(\varepsilon^{-1}))). \quad (\text{Mixing time})$$

Тогда (см. [1]):

$$\forall i \in V_G, t \geq T(i, \varepsilon) \rightarrow \|P^t(i, \cdot) - \pi(\cdot)\|_{TV} = \sum_j |P^t(i, j) - \pi(j)| \leq \varepsilon.$$

Теорема 2 (см. [2]). Пусть инвариантная вероятностная мера представляется в виде: $\nu(\bar{n}) = M \exp(-M \cdot (H(\bar{n}/M) + o(1)))$, $M \gg 1$, где $H(\bar{c})$ строго вогнутая функция. Тогда

а) $H(\bar{c})$ – функция Ляпунова системы (ДК); **б)** $h(G) = O(M^{-1/2})$.

Работа поддержана грантам РФФИ 11-01-00494-а, мол_а_вед 12-01-33007 и «Пре-Мо.Лаб».

Литература

1. Chung F. Laplacians and the Cheeger inequality for directed graphs // Annals of Combinatorics. – 2005. – N 9. – P. 1–19. <http://math.ucsd.edu/>.
2. Гасникова Е.В. Моделирование динамики макросистем на основе концепции равновесия: диссертация на соискание степени к.ф.-м.н. по спец. 05.13.18, декабрь 2012 г., МФТИ.

УДК 519.626

О переходных функциях оптимального марковского поиска

А.С. Тихомиров

Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого
Tikhomirov.AS@mail.ru

Пусть целевая функция $f : X \rightarrow R$ (где, например, $X = R^d$) ограничена снизу. Рассмотрим задачу оценки минимального значения целевой функции f с заданной точностью ε (аппроксимация «по функции»). Один из способов решения этой задачи состоит в применении марковских алгоритмов случайного поиска (см. [1], [2]). Такие методы давно и успешно используются при решении сложных задач оптимизации. В частности, алгоритм simulated annealing (алгоритм «имитации отжига»), являющийся одним из самых знаменитых алгоритмов стохастической глобальной оптимизации, принадлежит рассматриваемому семейству методов.

Построение конкретного алгоритма марковского случайного поиска заключается в выборе переходных функций для получения новых точек в пространстве оптимизации и вероятностей перехода поиска в эти новые точки (см. [1], [2]). Данная работа посвящена обсуждению выбора переходных функций. Показано, что можно сузить семейство используемых переходных функций, не теряя свойства оптимальности в смысле минимальности числа шагов поиска, при котором достижение искомого множества гарантировано с заданной надежностью.

В частности, показано, что при использовании переходных функций с симметричными плотностями (класс таких переходных функций включает в себя широко используемое в марковских алгоритмах нормальное распределение вероятностей) можно ограничиться простыми равномерными распределениями в шарах.

Полученный теоретический результат имеет ясное прикладное значение, так как обосновывает выбор вида поиска, рекомендованного в ряде работ (как правило, прежнее обоснование было либо эмпирическим, либо основывалось на соображениях «простоты»).

Результаты работы, представленной данным докладом, обобщают результаты статьи [3], полученные для монотонного марковского поиска, на весь класс марковских алгоритмов случайного поиска экстремума (в том числе на знаменитый алгоритм simulated annealing).

Литература

1. Zhigljavsky A., Zilinskas A. Stochastic Global Optimization. – Berlin: Springer, 2008. – P. 262.
2. Тихомиров А.С. Нижние оценки скорости сходимости марковского симметричного случайного поиска // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2011. – Т. 51, № 9. – С. 1630–1644.
3. Тихомиров А.С. Об оптимальном марковском монотонном симметричном случайном поиске // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1998. – Т. 38, № 12. – С. 1973–1982.

УДК 517.977.5

Задача о монополистическом рынке неразличимых товаров длительного пользования при выполнении условия интегрируемости

А.Ю. Флёрва^{1,2}, Т.А. Нагапетян²

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

²Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН

a.flerova@mail.ru

Пусть монополист производит два вида товаров длительного пользования, вторичный рынок товаров отсутствует. Цена на товар описывается обратной функцией спроса $P_j(X_1, X_2)$, где X_i — запас i -го товара у потребителей, $i, j = 1, 2$. Будем считать товары неразличимыми, т.е. $\partial P_1 / \partial X_2 \equiv \partial P_2 / \partial X_1$. Себестоимость производства товаров обозначим через $c = (c_1, c_2)$. Обозначим через X_c^1 решение уравнения $P_1(0, X_c^1) - c_1 = 0$, X_c^2 — решение уравнения $P_2(0, X_c^2) - c_2 = 0$.

Рассмотрим задачу максимизации прибыли монополиста $N(T)$ за период времени $[0, T]$. Эта задача представляет интерес в свете гипотезы Коуза (см. [1]). Модель аналогична модели монопольного рынка одного товара длительного пользования, построенной в работе [2]. Обозначим через r банковскую ставку процента.

$$\begin{cases} N(T) \rightarrow \max \\ \dot{N} = \langle P(X) - c, \frac{dq}{dt} \rangle + rN, \\ \dot{X} = \frac{dq}{dt} = \hat{\mu}, \\ q = \{\mu(t), u_r\}, \\ \mu(t), u_r \in R^2, N(0) = 0, \\ X_1(0) = X_1^0, X_2(0) = X_2^0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $\mu(t)$ — векторная мера со значениями R^2 , а u_r — семейство присоединенных вектор-функций, принимающее значение также в конусе R^2 (см. [3]).

Теорема. В задаче (1) оптимальное управление имеет вид

$$q = \{\mu, u_0\}, \quad 345 \quad d\mu/dt = 0, \quad 0 \quad u_0 = (k, 1 - k),$$

где $k \in [0, 1]$, а $X_c^1(k) = X_0^1 + kT$ и $X_c^2(k) = X_0^2 + (1 - k)T$ и T определяются из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} P_1(X_0^1 + kT, X_0^2 + (1 - k)T) - c_1 \leq 0, \\ P_2(X_0^1 + kT, X_0^2 + (1 - k)T) - c_2 \leq 0. \end{cases}$$

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 12-01-31405 мол_а, 11-01-12084-офи-м-2011, 11-07-00162-а); ПФИ ОМН РАН № 3, проект 3.14, ПФИ Президиум РАН № 15, проект 106.

Литература

1. *Coase R.H.* Durability and monopoly // J. law and economics. – 1972. – V. 15. – P. 143–149.
2. *Флерова А.Ю.* Управление производством товаров длительного пользования с учетом монополистического лизинга // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2007. – № 6. – С. 167–176.
3. *Дыхта В.А., Самсонок О.Н.* Оптимальное импульсное управление с приложениями. – М.: Физматлит, 2000. – 256 с.

УДК 517.929.21

Прямой метод в анализе цифровых регуляторов нелинейных систем

Н.О. Седова

Ульяновский государственный университет
nata-sedova@yandex.ru

Цифровые регуляторы и коммуникационные сети всё чаще являются составной частью систем управления процессами и объектами. При исследовании таких систем управления необходимо учитывать их специфические особенности: дискретный характер данных, их возможную частичную потерю в процессе передачи, а также точно неизвестное и переменное во времени запаздывание между моментом очередного измерения и моментом приложения управляющего воздействия, построенного на основе этого измерения. Моделирование цифрового регулирования непрерывных процессов приводит к системам с кусочно-непрерывным управлением, которое строится на основе регулярных измерений состояния и изменяется дискретно. Задача стабилизации непрерывных систем кусочно-непрерывным управлением активно исследуется в последние десятилетия. Основная часть исследований посвящена построению кусочно-постоянных управлений для автономных линейных систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями или уравнениями с сосредоточенным запаздыванием [1, 2 и др.] Исследования проводятся на основе различных подходов, в частности, с использованием частотных методов [3], дискретизации непрерывного стабилизирующего регулятора [4], дискретизации непрерывной части системы [5], на основе векторных функций Ляпунова [6], путём сведения к импульсным системам [7], а также на основе представления замкнутой системы в виде системы с переменным запаздыванием [8]. Отметим, что системы указанного типа являются частным случаем систем с кусочно-постоянным аргументом; ссылки на литературу, посвящённую теории и приложениям таких систем, можно найти, например, в [9]. В докладе рассматривается более общая задача построения стабилизирующих кусочно-непрерывных управлений для непрерывных систем, которые могут быть нелинейными и неавтономными. При этом учитывается, что включение каналов связи (в том числе совместно используемых) в структуру управления приводит к тому, что интервалы как между поступающими измерениями, так и между моментами переключения управления могут быть неодинаковыми и заранее точно неизвестны. В докладе обсуждаются особенности указанной задачи и различных способов её решения. Более подробно рассматриваются варианты применения прямого метода Ляпунова на

основе представления (1)–(2) как системы с запаздывающим аргументом. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 11–01–00541.

Литература

1. *Naghshtabrizi P., Hespanha J.P.* Stability of networks control systems with variable sampling and delay // Proc. of the 44th Annual Allerton Conf. on Communications, Control and Computing. – 2006.
2. *Поляков К.Ю.* Цифровая стабилизация непрерывных объектов с множественными запаздываниями // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2006. – № 1. – С. 26–33.
3. *Розенвассер Е.Н.* Линейная теория цифрового управления в непрерывном времени. – М.: Наука, 1994.
4. *Кью Б.* Теория и проектирование цифровых систем управления. – М.: Машиностроение, 1986.
5. *Monako S., Normand-Cyrot D.* Issues on nonlinear digital control // European Journal of Control. – 2001. – № 1. – P. 160–177.
6. *Козлова О.Р., Козлов Р.И.* Исследование устойчивости нелинейных непрерывно-дискретных моделей экономической динамики методом ВФЛ. I // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2009. – № 2. – С. 104–113.
7. *Naghshtabrizi P., Hespanha J., Teel A.* Exponential stability of impulsive systems with application to uncertain sampled-data systems // Systems and Control Letters. – 2008. – V. 57. – P. 378–385.
8. *Мухеев Ю.В., Соболев В.А., Фридман Э.М.* Асимптотический анализ цифровых систем управления // Автоматика и телемеханика. – 1988. – № 5. – С. 83–88.
9. *Akhmet M., Arugaslan D.* Lyapunov-Razumikhin method for differential equations with piecewise constant argument // Discrete and continuous dynamical systems. – 2009. – V. 25, N 2. – P. 457–466.

УДК 519.865

Численная оптимизация групп данных для параллельной обработки в стационарной случайной среде

А.О. Олейников, А.В. Колногоров

Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого
duke.gh@yandex.ru

Рассматривается задача о двуруком бандите на конечном отрезке времени длины N . Предполагается, что текущие доходы имеют нормальное распределение с плотностями $f(x|m_\ell) = 2(2\pi)^{-1/2} e^{-(x-m_\ell)^2/2}$, где m_ℓ соответствует текущему выбранному варианту ($\ell = 1, 2$). Такой двурукий бандит характеризуется векторным параметром $\theta = (m_1, m_2)$, а множество допустимых значений $\Theta = \{(m_1, m_2) : |m_1 - m_2| \leq c\}$, где c – константа. Цель управления состоит в получении максимального дохода. Стратегию управления обозначим σ , а множество всех стратегий – Σ . Потери при использовании стратегии можно найти по формуле $L_N(\sigma, \theta) = E_{n=1}^N ((m_1 \vee m_2) - \xi_n)$, где n – номер шага, ξ_n – полученный на данном шаге доход. Минимаксный риск – $R_N^M(\lambda) = \min_{\{\sigma\}} \max_{\Theta} L_N(\sigma, \theta)$, байесовский риск – $R_N^B(\lambda) = \min_{\sigma} \int_{\Theta} L_N(\sigma, \theta) \lambda(\theta) d\theta$. В работе [1] показано, что на наихудшем априорном распределении байесовские стратегия и риск совпадают с минимаксными.

Рассмотрен класс стратегий, предписывающих использовать один вариант для группы последовательно идущих шагов и, таким образом, позволяющих ввести их параллельную обработку. При разбиении шагов на $k + 2$ групп, размерами M_0, M_1, \dots, M_k , управление может быть проведено в $k + 1$ этапов (благодаря тому, что в начале управления каждый из вариантов должен быть применен по M_0 раз). Рассмотрены изменения минимаксных рисков для различных размеров групп данных и ограничений допустимых значений параметров (c). Для поиска байесовских рисков использованы рекуррентные формулы из работы [2], [3]. Предложен алгоритм оптимизации размеров групп для заданных k и c .

Литература

1. Колногоров А.В. Нахождение минимаксных стратегии и риска в случайной среде (задаче о двуруком бандите) // Автомат. и телемех. – 2011. – № 5. – С. 127–138.
2. Колногоров А.В. Робастное параллельное управление в случайной среде (задаче о двуруком бандите) // Автомат. и телемех. – 2012. – № 4. – С. 114–130.
3. Колногоров А.В., Олейников А.О. Оптимизация параллельной многоэтапной обработки в случайной среде // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2012. – Т. 19, Вып. 2. – С. 210–211.

Секция предсказательного моделирования и оптимизации

УДК 577.218

Распределение и роль длинных шпилек

С.А. Королев, В.А. Любецкий

Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН

korolev@iitp.ru

Разработан и реализован алгоритм для поиска шпилек (инвертированных повторов на ДНК) в межгенных областях видов с аннотированным геномом из базы данных GenBank. Длинные шпильки могут формировать крест-шпильки на двухцепочечной ДНК на участке перед РНК-полимеразой и служат *терминаторами транскрипции*. Короткие шпильки с большой петлёй могут образоваться только на мРНК, регулируя процессинг или инициацию трансляции. В частности, изучены шпильки с *симметричными выпячиваниями*, когда каждому некоплементарному нуклеотиду соответствует какой-то нуклеотид, но не делеция.

Для 160 пар генов *psbT* и *psbN* найдено 110 шпилек с параметрами: минимальная высота шпильки 20 н, максимальный размер петли 6 н, максимум симметричных выпячиваний 3. Для 115 пар генов *petN* и *psbM* найдено 70 таких шпилек. Для 118 пар генов *petA* и *psbJ* найдено 57 таких шпилек. Для 91 пары генов *trnH-GUG* и *psbA* найдено 45 таких шпилек. Для 84 пар генов *rpl32* и *trnL-UAG* найдено 44 таких шпильки. Для 120 пар генов *petD* и *rpoA* найдено 38 таких шпилек. Для 110 пар генов *trnM* и *atpE* найдено 37 таких шпилек. Для 81 пары генов *ycf2* и *trnL-SAA* найдено 37 таких шпилек. Для 121 пары генов *ndhD* и *psaC* найдено 36 таких шпилек. Для 110 пар генов *ndhD* и *ccsA* найдено 36 таких шпилек.

Для примера подробно рассмотрена пара генов *psbN* и *psbT*. В этом случае результаты поиска при различных параметрах приведены на рис. 1. Видно, что комплементарные плечи содержат длинный консервативный участок, но около петли есть низко-консервативный участок.

Также найдена консервативная спираль РНК в 5'-нетранслируемых областях генов *rpl16* с интронами. Эта спираль перекрывает сайт связывания рибосомы и препятствует инициации трансляции до завершения сплайсинга. Этот ген имеет короткий первый экзон (обычно его длина всего 9 н.п.). Рассматриваемая спираль РНК обнаружена у многих цветковых растений, включая рано отделившиеся ветви дерева видов: *Amborella trichopoda* (амборелла волосистоножковая), *Chloranthus spicatus* (зеленоцвет или хлорант колосковый), *Illicium oligandrum* (бадьян), *Nuphar advena* (кубышка), *Nymphaea alba* (кувшинка) и *Ceratophyllum demersum* (роголистник). В последнем случае расстояние между комплементарными участками больше обычного. Напротив, у кувшинки и кубышки спираль небольшая, но перекрывает иницирующий кодон. Следовательно, устойчивая структура РНК в 5'-нетранслируемой области *rpl16* была у общего предка всех цветковых растений. Однако такая структу-

ра не определена или лишь спорадически встречается в некоторых таксономических группах цветковых растений, включая *asterids*.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства науки и образования РФ, грант 14.740.11.0624.

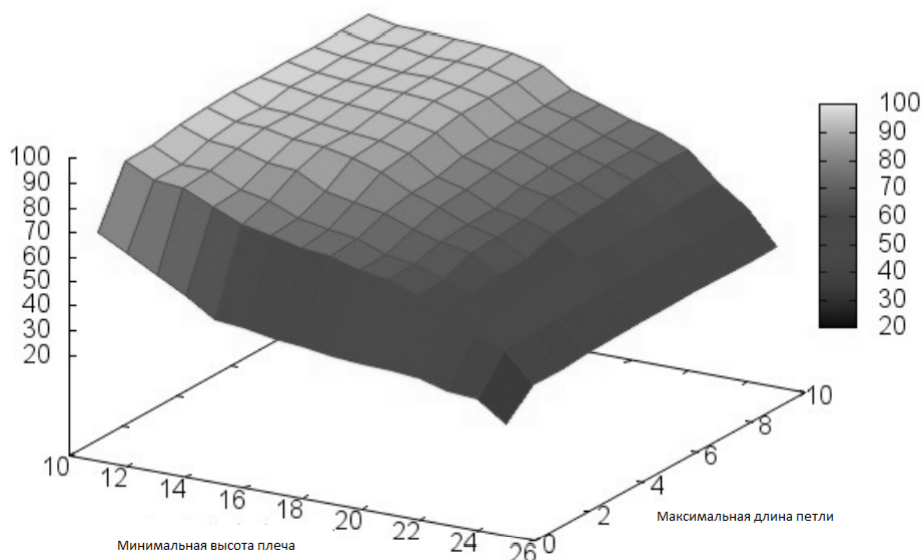


Рис. 1. Распределение найденных шпилек между генами *psbT* и *psbN* в зависимости от двух параметров: длины плеча и длины концевой петли. По третьей оси указана доля шпилек относительно их общего количества. Шпилька искалась в межгенной области вместе с 20 нуклеотидами от края каждой кодирующей области. Допускаются симметричные выпячивания с суммарной длиной от 0 до 3 (с каждой стороны)

УДК 514.172.45

Замечание о фасетах многогранников ВQR малой размерности

А.В. Селиверстов

Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН
slvstv@iitp.ru

Поиск минимума квадратичного многочлена на множестве вершин многомерного куба является алгоритмически трудной задачей. Эффективные алгоритмы применимы лишь в частных случаях [1]. Известны также эвристические методы [2, 3]. Эта задача минимизации квадратичного функционала от n переменных сводится к задаче линейного программирования на многограннике ВQR n . Эти многогранники введены в [4] как выпуклые оболочки своих вершин – образов вершин куба при отображении Веронезе. Там же дано явное описание большой серии фасет, однако описание всех фасет многогранника фиксированной размерности представляет собой трудную алгоритмическую задачу.

Квадрикой называется множество нулей квадратичного многочлена, может быть неоднородного или приводимого, в аффинном пространстве. В частности, квадриками являются двойная гиперплоскость и две параллельные гиперплоскости. Опорные гиперплоскости к многограннику ВQR n соответствуют пустым квадрикам [5].

Все фасеты многогранников ВQR n при n от двух до шести вычислены нами с помощью программы lrs версии 4.2c [6, 7] (смотри также <http://cgm.cs.mcgill.ca>).

BQP_1 – это отрезок с двумя фасетами; у BQP_2 – четыре фасеты; у BQP_3 – 16 фасет; у BQP_4 – 56 фасет; у BQP_5 – 368 фасет; у BQP_6 – 116764 фасеты. Напомним, что любые две вершины многогранника BQP_n соединены ребром. Две вершины многогранника BQP_n назовём соседними, если они являются образами вершин куба, отличающихся лишь одной координатой. При n от двух до пяти на каждой фасете многогранника лежат соседние вершины. И каждая фасета соответствует квадрике, состоящей из двух параллельных гиперплоскостей. Ситуация меняется при $n = 6$. Многогранник BQP_6 имеет фасеты, у которых нет двух соседних вершин. Более того, при $n = 6$ и во всех больших размерностях каждая вершина принадлежит хотя бы одной фасете, которая не соответствует никакой квадрике ранга один или два.

Поскольку на каждой фасете многогранника BQP_n лежит не менее $n(n+1)/2$ вершин, минимальное расстояние между ними можно оценить сверху, используя границы для кодов низкой плотности [8]. На каждой фасете многогранника BQP_7 найдутся две вершины, для которых расстояние в метрике Хэмминга между прообразами в 7-мерном кубе не превышает двух. Наши вычисления показали, что эту оценку нельзя улучшить. Для достаточно больших n минимальное расстояние между лежащими на квадрике, соответствующей фасете, вершинами куба не превышает $(n+1 - \log 2n)/2$. Однако эту оценку можно уточнить. Пусть начало координат и достаточно много вершин веса три лежат на пустой квадрике $f = 0$, но на вершинах веса один или два значение $f > 0$. Тогда многие из смешанных квадратичных членов f имеют отрицательные коэффициенты. С другой стороны, если на этой квадрике лежит много вершин куба, то среди смешанных коэффициентов f много положительных. Итак, если на пустой квадрике, проходящей через начало координат, лежит много вершин и среди них много вершин веса три, то найдётся и вершина веса один или два.

Литература

1. Береснев В.Л. Дискретные задачи размещения и полиномы от булевых переменных. – Новосибирск: Издательство института математики, 2005. – 408 с.
2. Billionnet A., Elloumi S. Using a mixed integer quadratic programming solver for the unconstrained quadratic 0-1 problem // Mathematical programming. Ser. A. – 2007. – V. 109, N 1. – P. 55-68.
3. Wang Y., Lv Z., Glover F., Hao J-K. Path Relinking for Unconstrained Binary Quadratic Programming // European Journal of Operational Research. – 2012. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2012.07.012>
4. Padberg M. The boolean quadric polytope: some characteristics, facets and relatives // Mathematical programming. – 1989. – V. 45, N 1-3. – P. 139-172.
5. Горбунов К.Ю., Селиверстов А.В., Любецкий В.А., Взаимное расположение параллельных гиперплоскостей, квадратик и вершин многомерного куба // Проблемы передачи информации. – 2012. – Т. 48, N 2. – С. 113-120.
6. Avis D. Computational experience with the reverse search vertex enumeration algorithm // Optimization methods and software. – 1998. – V. 10, N 2. – P. 107-124.
7. Avis D., Fukuda K. A pivoting algorithm for convex hulls and vertex enumeration of arrangements and polyhedra // Discrete and computational geometry. – 1992. – V. 8, N 1. – P. 295-313.
8. Plotkin M. Binary codes with specified minimum distance // IRE Transactions on Information Theory. – 1960. – V. 6, N 4. – P. 445-450.

УДК 519.651

Оценивание ошибки восстановления метода спектрального вложения Грассмана-Штифеля

Ю.А. Янович

Datadvance, Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,
Московский физико-технический институт (государственный университет)
yurij.yanovich@datadvance.net

Методы снижения размерности и, в частности, восстановление многообразий необходимы для решения многомерных задач машинного обучения. В последние годы был разработан ряд подходов, таких как изометрическое отображение (Isomap [1]), локально-линейное вложение (LLE [2]) и т. д. для решения данной задачи. Однако эти методы рассматривали снижение размерности поточечно, не учитывая локальных свойств многообразия. Алгоритм выравнивания локальных тангенциальных пространств (LTSA [3]) уже рассматривает точки многообразия не просто как элементы многомерного действительного пространства, а как точки с касательными к многообразию в этих точках подпространствами. В работе [4] доказано, что качество решения задачи восстановления многообразия меньшей размерности зависит не только от плотности замещения точек, по которым оно восстанавливается, но и от расстояния между тангенциальными пространствами. Метод спектральных вложений Грассмана-Штифеля [5] учитывает близость на многообразии как близость точек и их тангенциальных пространств, а также позволяет не только снижать размерность, но и делать обратное преобразование – восстановление многообразия по его локальным координатам. В докладе будет рассказано об этом подходе и будет выведена асимптотическая точность метода.

Литература

1. *Sha F. [et al.]*. Analysis and extension of spectral methods for nonlinear imensionality reduction. // Proceedings of the Twenty Second International Conference on Machine Learning. – 2005. – P. 785–792.
2. *van der Maaten L.J.P.* An Introduction to Dimensionality Reduction Using Matlab. Report // Maastricht. – 2007.
3. *Tenenbaum J. B.[et al.]*. A Global Geometric Framework for Nonlinear Dimensionality Reduction // Science, 2000. – V. 290. – P. 2319–2323.
4. *Bernstein A.V.* Local generalizing ability in Manifold Learning Problem // Proceedings of International Conference On Statistical Models and Methods for Reliability and Survival Analysis and their Validation. – France. – 2012.
5. *Бернштейн А.В* Тангенциальная близость в процедурах снижения размерности. // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2012. – Т. 19, № 2. – С. 73–78.

УДК 519.254

Экспериментальное сравнение подходов к задаче моделирования многообразий

А.В. Бернштейн^{2,3}, Е.В. Бурнаев^{1,2,4}, П.Д. Ерофеев^{1,2,4}

¹Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, ²Московский физико-технический институт (государственный университет), ³Институт системного анализа РАН, ⁴Datadvance
pavel.erofeev@datadvance.net

Высокая размерность данных в современных задачах машинного обучения часто является непреодолимым препятствием для большинства алгоритмов анализа данных [1]. Это связано с такими проблемами, присущими высокоразмерным пространствам, как «проклятие высокой размерности» (curse of dimensionality) и «феномен пустых пространств» (empty space phenomenon). Однако зачастую в данных содержится значительная часть избыточной информации, что позволяет эффективно снизить размерность задачи. В таких ситуациях на помощь приходят алгоритмы снижения размерности. В данной работе рассмотрен класс процедур снижения размерности, основанных на моделировании многообразий.

Задача снижения размерности по выборке данных в общем случае ставится следующим образом. Пусть задана некоторая выборка данных

$$\{X_i\}_{i=1}^N, X_i \in R^p. \quad (1)$$

Процедура снижения размерности $\Sigma(C, D, d)$ состоит из трех компонент [2]: вложение $C : R^p \rightarrow R^d$, отображающее исходное многообразие на пространство низкой размерности; отображение $D : R^d \rightarrow R^p$, восстанавливающее точки из их низкоразмерного представления в исходное пространство; размерность сжатого представления d , — и обладает свойством близости восстановленных точек к исходным: $D(C(X_i)) \approx X_i$.

Мы будем предполагать, что исходный набор данных (1) порожден некоторым гладким многообразием M размерности d . Задача моделирования многообразий состоит из восстановления эмпирического многообразия и построения соответствующей процедуры снижения размерности.

Большинство алгоритмов моделирования многообразия нацелены на решение только задачи вложения, то есть построения низкоразмерного представления данных. Однако во многих прикладных задачах возникает проблема восстановления данных в исходное пространство. Подход на основе спектрального вложения Грассмана–Штифеля, предложенный в [7], позволяет эффективно решать задачу в обе стороны: получать низкоразмерное представление данных и восстанавливать их на многообразии в исходном пространстве.

В данной работе был проведен сравнительный анализ эффективности нескольких подходов [4, 5, 6, 7] к решению поставленной задачи снижения размерности на широком классе тестовых задач. Предложена методология сравнения алгоритмов моделирования многообразий. В реализацию алгоритма на основе спектрального вложения Грассмана–Штифеля добавлена регуляризация.

Во всех рассмотренных задачах реализация алгоритма на основе спектрального вложения Грассмана–Штифеля оказалась наиболее эффективной в смысле ошибки восстановления независимого тестового множества.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, МФТИ, грант правительства РФ, дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. *Samet H.* Foundations of Multidimensional and Metric Data Structures. – Morgan Kaufmann, 2006.
2. *Бернштейн А.В., Бурнаев Е.В.* Снижение размерности пространства признаков в предсказательном метамоделировании // Международная научно-техническая конференция «Информационные технологии и математическое моделирование систем» (ИТММ). – 19–26 сентября 2010 г., Франция.
3. *Guillemin V., Pollack A.* Differential Topology. – Prentice-Hall, 1974.
4. *Roweis S.T., Saul L.K.* Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding // Science. – 2000.
5. *Tenenbaum J.B., Silva V., Langford J.C.* A Global Geometric Framework for Nonlinear Dimensionality Reduction // Nature. – 2000.
6. *Zhang Z., Zha H.* Principal manifolds and nonlinear dimension reduction via local tangent space alignment // SIAM Journal of Scientific Computing. – 2005.
7. *Bernstein A.* Dimension reduction in predictive modeling: new problems and methods // Proceedings of Informational Technologies and Systems Conference. – 2012.

УДК 519.226

Методология построения суррогатных моделей для аппроксимации пространственно неоднородных функций

П.В. Приходько^{1,2,3}, Е.В. Бурнаев^{1,2,3}

¹Datadvance, ²Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,

³Московский физико-технический институт (государственный университет)

prikhodkop@live.ru

В ряде приложений для экономии времени бывает полезно заменить вычислительно тяжелый инженерный код на быструю и точную аппроксимирующую модель, построенную по данным (т.н. суррогатную модель). Кроме того, суррогатная модель может обладать дополнительными свойствами, например сглаживать оригинальную зависимость.

Примером индустриальной задачи, где востребовано суррогатное моделирование, является предсказание значений для ограничений типа неравенство в задаче минимизации веса обшивки корпуса самолета [1, 2]. Ограничения представляют собой статические механические критерии прочности конструкции (факторы прочности). Предметная область налагает жесткие ограничения на время работы суррогатной модели и ее точность: 95% квантиль относительной ошибки предсказания не должна превышать 5% для значений факторов прочности порядка 1. Существенно также то, что так как суррогатную модель предполагается использовать в задаче оптимизации, то она должна быть непрерывной и гладкой. В связи с высокой размерностью задачи (значение фактора прочности зависит от 20 параметров), а также существенно нелинейным и нерегулярным поведением зависимости прямое применение техник построения аппроксимации (Kriging, Artificial Neural Networks, Support Vector Regression, Multivariate Nonparametric Regression, Polynomial Regression и т.п.) на всем пространстве не позволяет достичь требуемой точности.

Предложенная в работе общая методология позволяет получить суррогатную модель, обладающую следующими свойствами.

- Малое время вычисления значения в новой точке.
- Возможность обеспечивать различную точность в разных областях дизайна.
- Моделирование пространственно неоднородных функций.
- Непрерывность полученной модели.

Методология построения суррогатных моделей основана на следующих идеях.

Двухуровневая схема с классификатором предварительно определяется, принадлежит ли точка области с особыми требованиями к точности предсказания, после чего для предсказания значения функции используется специфичная для области модель, обеспечивающая требуемую точность, для точек из области, не имеющей особых требований к точности, применяется грубая модель для прогноза.

Для того чтобы дополнительно увеличить точность модели, вводится предположение о том, что данные в некоторой области порождены смесью нормальных распределений. Параметры смеси оцениваются по данным, и в рамках полученной модели осуществляется дополнительная кластеризация. Для каждого элемента смеси строится локальная аппроксимирующая модель [3], а итоговое предсказание получается как гладкая сшивка локальных моделей по всем кластерам, к которым точка принадлежит. Отметим также, что суррогатная модель такого типа представима в виде аналитической функции, что позволяет получать чувствительность в точке по аналитическим формулам без применения метода конечных приращений, используемого при наличии только инженерного кода.

Применение описанного подхода к задаче минимизации веса обшивки корпуса самолета позволило получить модель, удовлетворяющую требованиям по точности, а также имеющую время работы на порядок меньшее, чем при вызове оригинального инженерного кода. Работа выполнена при поддержке Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, МФТИ, грант правительства РФ, дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. *Burnaev E., Grihon S.* Construction of the metamodels in support of stiffened panel optimization // Proceedings of the International Conference on Mathematical Methods in Reliability. – Moscow, Russia, 2009. – P. 124–128.
2. *Grihon S., Alestra S., Burnaev E., Prihodko P.* Surrogate Modeling of Buckling Analysis in Support of Composite Structure Optimization // Proceedings of the 1st International Conference on Composite Dynamics. – Arcachon, France, 2012.
3. *Burnaev E., Belyaev M., Prihodko P.* Algorithm for tuning parameters of approximation based on linear expansions in parametric dictionaries // Proceedings of the 8th International Conference on Intellectualization of Information Processing. – Cyprus, 2010. – P. 204–207.

УДК 519.651

Регрессия на основе гетероскедастичных гауссовских процессов

*А.А. Зайцев^{1,2,3}, Е.В. Бурнаев^{1,2,3}*¹Datadvance, ²Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,³Московский физико-технический институт (государственный университет)

alexey.zaytsev@datadvance.net

Зачастую вероятностные характеристики шума в данных не являются одинаковыми на всей области дизайна. В этом случае говорят о наличии в данных гетероскедастичности. Для таких данных необходимо строить суррогатные модели, которые бы учитывали неравномерность шума в данных и оценивали ее.

Регрессия на основе гауссовских процессов успешно применяется для построения нелинейных суррогатных моделей [1]. Однако непосредственное ее обобщение на случай гетероскедастичных данных не представляется возможным в силу того, что не удастся выписать аналитические формулы для апостериорного распределения данных и правдоподобия [2]. Поэтому в последние годы был предложен ряд приближенных подходов, вводящих гетероскедастичность в регрессию на основе гауссовских процессов [2, 3].

Одним из таких подходов является нижняя вариационная оценка правдоподобия, использующая факторизацию апостериорного распределения скрытых переменных по наблюдаемым значениям функции [3]. В данной работе предложено обобщение данного подхода на случай, когда один из факторов в факторизации — гауссовская смесь. В этом случае одно из слагаемых в нижней вариационной оценке правдоподобия — расстояние Кульбака–Лейбера между смесью гауссовских компонент и нормальным распределением, которое нельзя выписать аналитически. Следовательно, необходимо использовать оценку искомого расстояния Кульбака–Лейбера. В работе сравнивается эффективность разных способов оценки такого расстояния [4]. Также проведено сравнение предложенного подхода с другими подходами на ряде реальных и модельных задач.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, МФТИ, грант Правительства РФ, дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. *Панов М.Е., Бурнаев Е.В., Зайцев А.А.* О способах введения байесовской регуляризации в регрессии на основе гауссовских процессов // Доклады 15-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов». – Петрозаводск. – 2011.
2. *Goldberg P.W., Williams C.K.I., Bishop C.M.* Regression with input-dependent noise: A gaussian process treatment // Advances in neural information processing systems. – 1997. – V. 10. – P. 493–499.
3. *Lazaro-Gredilla M., Titsias M.K.* Variational Heteroscedastic Gaussian Process Regression // 28th International Conference on Machine Learning. – Bellevue. – 2011.
4. *Hershey J.R., Olsen P.A.* Approximating the Kullback Leibler divergence between Gaussian mixture models // Acoustics, Speech and Signal Processing. – 2007. – V. 4. – P. 312–217.

УДК 519.651

Подходы к нахождению дисперсии оценок признаков в задаче глобального анализа чувствительности

И.И. Панин^{1,2,3,4}, *П.В. Приходько*^{1,2,3,4}

¹Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, ²Московский физико-технический институт (государственный университет), ³PreMoLab, ⁴Datadvance
panin@phystech.edu

Задача анализа чувствительности (sensitivity analysis) возникает в тех случаях, когда для некоторой математической модели нужно определить, какие из входных признаков сильнее влияют на выходные, и оценить это влияние количественно; определить, как взаимодействуют части модели; как она соотносится с реальным миром (см. [1]).

Существуют два основных подхода к задачам анализа чувствительности.

- Первый подход — локальный, при котором исследуется отклик системы при изменении каждого входного признака по отдельности при фиксированных остальных. В результате получается оценка индекса чувствительности в заданной точке.
- Второй подход — глобальный — отличается тем, что при анализе отклика входные признаки варьируются одновременно, в результате чего на выходе получается некоторая интегральная характеристика индекса чувствительности.

Зачастую кроме оценки индекса чувствительности требуется найти доверительный интервал, характеризующий надежность этой оценки. Для нахождения доверительных интервалов оценок индексов могут применяться техники на основе Bootstrap и Монте-Карло (см. [2]). Однако не для всех методов анализа чувствительности такие подходы применимы непосредственно.

Данная работа посвящена оценке ошибки глобального метода EFAST (Extended fourier amplitude sensitivity test) [3], восходящего к методу FAST (Fourier amplitude sensitivity test) [4].

Выполнено сравнение предложенных методов оценки ошибки на наборе модельных задач.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, МФТИ, грант правительства РФ дог., 11.G34.31.0073.

Литература

1. Saltelli A., Chan K., Scott M. Sensitivity analysis. Probability and statistics series. – West Sussex: Wiley, 2000. – 504 p.
2. Archer G., Saltelli A., Sobol I.M. Sensitivity measures, ANOVA-like techniques and the use of bootstrap // Journal of Statistical Computation and Simulation. – 1997. – P. 99–120.
3. Saltelli A., Tarantola S., Chan K.P.-S. A quantitative model-independent method for global sensitivity analysis of model output // Journal Technometrics. – Feb. 1999. – V. 41, I. 1. – P. 39–56.
4. Cukier R.J. [et al.]. Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients I. Theory. // J. Chem. Phys. – 1973. – V. 59. – P. 3873–3878.

УДК 519.651

Аппроксимация данных, порожденных декартовым произведением

М.Г. Беляев^{1,2,3}

¹Datadvance, ²Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,

³Московский физико-технический институт (государственный университет)

belyaevmichel@gmail.com

Рассмотрим некоторую функцию $g(x)$, определенную и непрерывную на компакте $X \subset \mathbb{R}^d$. Пусть известны значения этой функции на некотором множестве точек $\Sigma = \{x_i\}_{i=1}^N$. Задача аппроксимации сводится к построению функции $f(x)$, приближенно описывающей поведение $g(x)$ на множестве X . Мы будем рассматривать частный случай этой задачи, предполагая, что множество точек обучающей выборки является декартовым произведением K факторов, каждый из которых может быть многомерным: $\Sigma = \sigma_1 \times \sigma_2 \times \dots \times \sigma_K$, где $\sigma_k = \{x_{i_k}^k \in X^k\}_{i_k=1}^{n_k}$, $X_k \subset \mathbb{R}^{d_k}$. Заметим, что такая структура данных часто встречается в задачах инженерного проектирования [1].

Аппроксимацию $f(x)$ будем искать в классе моделей, представимых в виде линейной комбинации некоторых нелинейных функций (множество этих функций назовем *словарем*). Для простейшего случая рассматриваемой задачи (произведения двух одномерных факторов) существует классический способ построения словаря на основе тензорного произведения сплайнов [2]. Цель работы — предложить обобщение этого подхода на случай декартова произведения общего вида.

Рассмотрим K словарей (наборов) функций $\Psi^k = \{\psi_{j_k}^k\}_{j_k=1}^{p_k}$, для которых каждая из $\psi_{j_k}^k$ определена на соответствующем множестве X^k . Построим словарь функций Ω , определенных на X , с помощью тензорного произведения Ψ^k :

$$\Omega = \left\{ \omega_{j_1, \dots, j_K} = \psi_{j_1}^1 \dots \psi_{j_K}^K, \{j_k = \overline{1, p_k}\}_{k=1}^K \right\}.$$

Рассмотрим класс функций F_Ω , который состоит из всех линейных комбинаций функций из Ω . Тогда задача построения аппроксимации $f \in F_\Omega$ сводится к нахождению оптимальных в некотором смысле коэффициентов разложения по словарю Ω (обозначим их как A). Сначала рассмотрим задачу минимизации по A среднеквадратичной ошибки на обучающей выборке. Для решения этой задачи удобно рассмотреть линейное пространство K -мерных матриц, определив помимо стандартных операций еще и операцию умножения K -мерной матрицы на обычную (2-мерную) матрицу вдоль некоторого направления k . Использование элементов этого пространства позволяет получить явную формулу для нахождения коэффициентов разложения, причем сложность вычислений будет $O(p_1^3 + p_2^3 + \dots + p_K^3)$. Заметим, что для произвольных Σ , не обладающих структурой декартова произведения, нахождение A требует $O(p_1^3 p_2^3 \dots p_K^3)$ операций.

Минимизация среднеквадратичной ошибки зачастую оказывается не лучшим выбором. Например, при работе с зашумленными данными полученная аппроксимация может быть избыточно изменчива. В рамках предложенного подхода естественным образом можно ввести штраф на изменчивость модели в каждом из факторов. Уровень сглаживания будет определяться вектором коэффициентов регуляризации λ размерности K . Задача выбора оптимальных параметров регуляризации будет решаться с помощью критерия *leave-one-out*, обобщенного на случай рассматриваемой задачи. Явная формула для подсчета этого критерия также может быть получена в терминах элементов линейного пространства K -мерных матриц.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, МФТИ, грант правительства РФ дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. *Forrester A. [et al.]*. Engineering Design via Surrogate Modelling. A Practical Guide. – New-York: Wiley, 2008. – 228 p.
2. *de Boor C.* A Practical Guide to Splines. 2nd edition. – Berlin: Springer, 2001. – 348 p.

УДК 519.226

О семипараметрическом оценивании в байесовской постановке

М.Е. Панов^{1,2,3}, *В.Г. Спокойный*^{4,5,3}

¹ Datadvance, ² Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,

³ Московский физико-технический институт (государственный университет),

⁴ Humboldt-Universitit zu Berlin, Германия, ⁵ Weierstrass Institute, Германия

panov.maxim@gmail.com

Многие статистические задачи могут рассматриваться как задачи семипараметрического оценивания, когда неизвестное распределение данных описывается параметром большой или даже бесконечной размерности, в то время как целевой параметр имеет небольшую размерность. Типичными примерами являются оценивание значения функции в точке или просто оценивание подвектора некоторого вектора параметров. Классическая статистическая теория предлагает общий способ решения этой задачи: оценить полный вектор параметров по принципу максимума правдоподобия, а затем спроектировать этот вектор на целевое подпространство. Этот подход является асимптотически эффективным при соблюдении некоторых условий регулярности [1].

Наиболее часто задача семипараметрического оценивания рассматривается в частотной постановке, что приводит к решению задачи с помощью метода максимума правдоподобия. В данной работе мы сосредоточимся на байесовском подходе к этой задаче, который предполагает введение априорного распределения параметров и последующее оценивание апостериорного распределения. В классической статистике центральным результатом байесовского оценивания является теорема Бернштейна–фон Мизеса, которая утверждает, что при соблюдении достаточно слабых условий апостериорное распределение близко к нормальному с ковариационной матрицей, которая является обратной к матрице Фишера.

Целью данной работы является расширение классического результата Берштейна–фон Мизеса на семипараметрический случай. В качестве основы для получаемых результатов используется подход к оцениванию, описанный в [2], который можно рассматривать как неасимптотический аналог теории локальной асимптотической нормальности Ле Кама (Le Cam LAN theory) [3, 4]. В данной работе получены условия, при которых теорема Бернштейна–фон Мизеса остается верной в семипараметрическом случае, а также получена точная формулировка этой теоремы для случая гауссовского априорного распределения. Особое внимание уделено вопросу малых объемов выборки и неверно специфицированных отношений правдоподобия. В рамках дальнейшей работы предполагается расширить результаты на случай более общего класса локально квадратичных априорных распределений, а также применить полученные результаты к оцениванию регрессии на основе гауссовских процессов.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, МФТИ, грант правительства РФ, дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. *Kosorok D.* Introduction to Empirical Processes and Semiparametric Inference. – Springer in Statistics. – 2005.
2. *Spokoiny V.* Parametric estimation. Finite sample theory. – Submitted to the Annals of Statistics. – 2012.
3. *Le Cam L., Yang G.L.* Asymptotics in Statistics: Some Basic Concepts. – New York: Springer-Verlag – 2000.
4. *Ibragimov I., Khasminskij R.* Statistical estimation. Asymptotic theory. – Transl. from the Russian by Samuel Kotz. New York - Heidelberg -Berlin: Springer-Verlag. – 1981. – Chapters 1–3.

УДК 519.85

Нахождение всех оптимальных решений задачи коммивояжера с использованием целочисленного линейного программирования

А.В. Тюленев, М.В. Козлов, Ф.В. Костюк, С.В. Сорокин

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

filkgaa@yandex.ru

Задача коммивояжера (ЗК) занимает особое место в ряду NP -полных задач комбинаторной оптимизации [1, 2]. Она имеет многочисленные практические приложения, и в течение уже более 80 лет продолжает привлекать внимание исследователей. Сотни публикаций во всем мире посвящены этой проблеме. Многочисленные методы были разработаны для ее решения [3–6]. Среди них выделяется класс методов сведения ЗК к задаче целочисленного линейного программирования (ЦЛП) [7]. Именно к этому классу относится предлагаемый метод. Решение задачи состоит из двух этапов. На первой итерации первого этапа метода решается задача ЦЛП, соответствующая задаче о назначениях. Каждая переменная задачи ЦЛП соответствует ребру исходного графа. На каждой из последующих итераций к системе ограничений задачи ЦЛП добавляется не менее одного нового ограничения. Каждое новое ограничение строится таким образом, что все гамильтоновы циклы исходного графа являются допустимыми решениями. Допустимыми, могут являться некоторые множества простых вершинно-непересекающихся циклов графа. Каждое новое ограничение исключает из области допустимых решений хотя бы одно такое множество. Доказывается, что данный метод дает точное решение задачи за конечное число итераций, если решение существует, либо доказывает, что ни одного гамильтонова цикла в исходном графе нет. На втором этапе к системе ограничений, полученной на предыдущей итерации, добавляется ровно одно ограничение, исключающее из области допустимых решений ровно один гамильтонов цикл – цикл, полученный на предыдущей итерации. Решение задачи ЦЛП продолжается до тех пор, пока значение функционала не увеличится, то есть длина оптимального гамильтонова цикла на очередной итерации не станет больше оптимального значения по функционалу исходной ЗК, либо задача ЦЛП окажется недопустимой. Доказывается, что на втором этапе строятся

все оптимальные гамильтоновы циклы. В работе приводится оценка количества итераций и их сложности. Представлена алгоритмическая реализация метода. Обсуждаются различные подходы к формированию новых ограничений и их влияние на эффективность решения. Для проведения тестовых испытаний использованы задачи из библиотеки TSPLIB, которая является стандартом де-факто в этой области [8]. Проведены многочисленные испытания на случайно сгенерированных метрических задачах коммивояжера различной размерности. Даны некоторые оценки поведения метода в зависимости от размерности ЗК. Дается пример использования метода для решения одной практической задачи.

Литература

1. Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация: алгоритмы и сложность. – М.: Мир, 1984. – 510 с.
2. Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х. Задачи коммивояжера. Вопросы теории // Автоматика и телемеханика. – 1989. – № 9. – С. 3–33.
3. Little J. D. C., Murty K. G., Sweeney D. W., Karel C. An algorithm for the traveling salesman problem // Operations Research. – 1963. – № 11. – P. 972–989.
4. Padberg M., Rinaldi G. A branch-and-cut algorithm for the resolution of large-scale symmetric traveling salesman problems // SIAM Review. – 1991. – № 3. – P. 60–100.
5. Cook W., Espinoza D., Goycoolea M. Computing with dominoparity inequalities for the TSP // INFORMS Journal on Computing. – 2007. – V. 19, N 3. – P. 356–365.
6. Helsgaun K. An effective implementation of the Lin-Kernighan traveling salesman heuristic // European Journal of Operational Research. – 2000. – N 126. – P. 106–130.
7. Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х. Задача коммивояжера. Точные методы. - Автоматика и телемеханика. – 1989. – № 10. – С. 3–29.
8. Reinelt G. TSPLIB-A traveling salesman problem library // ORSA Journal on Computing. – 1991. – № 3. – P. 376–384.

Секция проблем интеллектуального анализа данных, распознавания и прогнозирования

УДК 004.932:681.5

Распознавание изображений процесса обжига с использованием нейросетевых методов

Д.А. Юдин, В.З. Магергут

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова
yuddim@yandex.ru

Проблема распознавания изображений возникает при решении задачи автоматизированного мониторинга процесса обжига во вращающихся печах, которые используются в цементной, металлургической, химической промышленности и др.

Данная работа посвящена распознаванию изображений процесса обжига в цементных печах. По результатам опроса операторов печей на основе изображения процесса требуется выделять шесть основных выходных образов: 1) оценка температуры материала, 2) оценка яркости факела, 3) оценка запыленности, 4) оценка диаметра факела, 5) оценка подъёма материала в печи, 6) общее состояние зоны наблюдения. Каждый из этих образов важен для принятия оператором решения по управлению печью.

Достаточно подробный обзор источников по распознаванию изображений процесса обжига приведен в [1, 2].

В данной статье предлагается способ распознавания изображений процесса обжига во вращающейся цементной печи (рис. 1), основанный на сегментации областей изображения с построением самоорганизующейся карты (SOM); формировании на найденных сегментах векторов информативных признаков и классификации их с применением трехслойной нейронной сети с одним скрытым слоем, обучаемой с помощью метода ELM (Extreme Learning Machines – машины экстремального обучения).

На основе векторов текстурных характеристик, вычисленных для областей изображения размером 15×15 пикселей (всё изображение имеет разрешение 1600×1200), осуществляется сегментация каждого региона интереса изображения на сегменты /факел/материал/футеровка/корпус печи/ с построением самоорганизующейся карты региона (SOM) [3]. Для подобной задачи в [1, 2] применялся менее наглядный метод многомерного анализа изображений (МИА). Пример сегментации одного из регионов интереса приведен на рис. 2 (рис. 2а – регион интереса изображения, рис. 2б – построенная самоорганизующаяся карта, рис. 2в – результат сегментации).

Обучение классификатора происходит за счет подачи N заранее подготовленных примеров (изображений), для каждого из которых задана пара (F_i, Y_i) , $i = 1 \dots N$, где F_i – i -й входной вектор, содержащий M составляющих, где M – количество геометрических и яркостных характеристик для сегментов изображения, а Y_i – i -й вы-

ходной вектор классов δ составляющих. ELM-метод [4] позволяет без итерационной процедуры обучить трехслойную нейронную сеть с одним скрытым слоем (SLFN), в данном случае, имеющим сигмоидальную функцию активации G и выходным слоем, выдающим взвешенную сумму своих входов. ELM-метод для данной задачи по быстродействию превосходит другие методы обучения сетей (например, метод обратного распространения ошибки), позволяет избежать локальных минимумов и потому привлекателен для применения в составе алгоритмов, работающих в реальном времени.



Рис. 1. Описание способа распознавания изображения

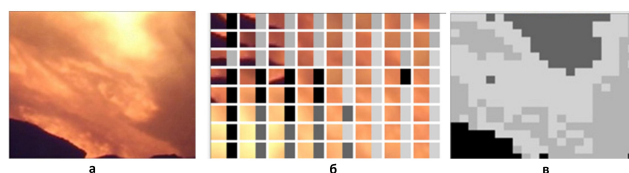


Рис. 2. Результат сегментации региона интереса исходного изображения

Литература

1. *Li W. [et al.]*. Burning state recognition of rotary kiln using ELMs with heterogeneous features // *Neurocomputing*. – 2012. – <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2011.12.047>
2. *Szatvanyi G.* Improving quality and combustion control in pyrometallurgical processes using multivariate image analysis of flames // *Master's thesis*. – Quebec: Department of chemical engineering, Faculty of science and engineering, Laval university, 2006.
3. *Юдин Д.А., Магергут В.З.* Применение текстурного анализа для сегментации видеоизображений процесса обжига // *Сб. трудов XXV Междунар. науч. конф. ММТТ-25: в 10 т. Т. 4 / Национ. техн. ун-т "ХПИ"*. – Харьков, 2012. – С. 59–63.
4. *Huang G.-B., Zhu Q.-Y., Siew C.-K.* Extreme Learning Machine: Theory and Applications // *Neurocomputing*. – 2006. – V. 70. – P. 489–501.

УДК 004.93.1

Многоклассовый прогноз вероятности наступления инфаркта

А.П. Мотренко

Вычислительный центр им. А.А. Дороницына РАН, Московский физико-технический институт (государственный университет)
 anastasia.motrenko@gmail.com

Заболевания сердечно-сосудистой системы могут протекать, не проявляясь клинически, но возможно их обнаружение по косвенным признакам. В данной работе

в качестве признаков (биомаркеров) используются концентрации белков и их соединений, абсорбированные на поверхности кровяных телец. Разделение пациентов на группы по состоянию здоровья приводит к задаче многоклассового прогнозирования. В работе [1] эта задача сведена к задаче двухклассовой классификации; был использован подход «каждая группа против каждой». В этом случае при классификации нового объекта рассматривались все возможные пары групп пациентов и решалась задача вида: к какой из двух данных групп пациент принадлежит с большей вероятностью? Было показано [2], что на рассматриваемых данных такой подход не позволяет получить адекватных результатов классификации. Сложность решаемой задачи состоит в малом объеме выборки (наибольший объем выборки для пары классов составляет 70 объектов), приводящем к переобучению модели.

Разделяющий и порождающий подходы – это два основных статистических подхода к решению задач классификации и прогнозирования. В первом случае оцениваются параметры условного распределения $p(Y|X)$ зависимой переменной Y при данной реализации независимой переменной X . Зная это распределение, мы можем установить наиболее вероятные значения зависимой переменной Y . Тогда задача сводится к максимизации правдоподобия по зависимой переменной Y . Во втором случае вначале оцениваются параметры совместного распределения $p(X, Y)$ зависимых и независимых переменных. Затем, с помощью формулы Байеса, выводится условное распределение $p(Y|X)$. Таким образом, при порождающем подходе необходимо проделать дополнительные шаги, прежде чем будет получен критерий оптимизации. По этой причине при решении большинства задач используется разделяющий подход: восстанавливать условное распределение, как правило, проще, чем совместное.

Существует множество публикаций, посвященных сравнению этих разделяющих и порождающих алгоритмов. В [3] показано, что первый подход доставляет большую точность прогнозирования при неограниченном увеличении объема выборки. В [4] теоретически и экспериментально был получен следующий результат: хотя асимптотическая ошибка порождающих алгоритмов классификации больше, чем разделяющих, порождающие алгоритмы быстрее приближаются к асимптоте. Этот результат означает, что при небольших объемах выборки следует применять порождающий подход.

В данной работе рассматривается иерархическая модель порождения данных [5], согласно которой параметры регрессии для каждой пары классов также разбиваются на кластеры. В этом случае объектам одного и того же класса соответствуют различные параметры регрессии. Модель протестирована на синтетических данных, сгенерированных в соответствии с предположением о кластерной структуре параметров регрессии. Производится оценка совместного распределения зависимой и независимых переменных. В качестве одного из результатов работы приводится сравнение разделяющего и порождающего подходов.

Кроме того, при решении задачи регрессии производится отбор признаков, что позволит сократить количество измеряемых признаков и существенно уменьшить стоимость клинического обследования пациента. Отбор признаков осуществляется полным перебором. Такой подход возможен благодаря сравнительно небольшому количеству признаков и пациентов в выборке.

Работа поддержана грантом РФФИ № 12-07-31095.

Литература

1. Мотренко А.П., Стрижов В.В. Многоклассовая логистическая регрессия // Известия ТулГУ. – 2012. – С. 153–162.

2. *Мотренко А.П.* Оценка необходимого объема выборки пациентов при прогнозировании сердечно-сосудистых заболеваний // Машинное обучение и анализ данных. – 2012. – № 3. – С. 354–366.
3. *Efron B.* The Efficiency of Logistic Regression Compared to Normal Discriminant Analysis // Journal of the American Statistical Association. – 1975. – V. 70, N 352. – P. 892–898.
4. *Ng A.Y., Jordan M.I.* On Discriminative vs. Generative Classifiers: A comparison of logistic regression and Naive Bayes. In Advances in Neural Information Processing Systems. – 2002. – V. 14. – P. 841–848.
5. *Bishop C.M., Svensen M.* Bayesian Hierarchical Mixtures of Experts // Uncertainty in Artificial Intelligence: Proceedings of the Nineteenth Conference. – 2003.

УДК 519.237

Применение алгоритмов классификации в задаче выделения фундаментальных результатов из текстов определенной научной тематики

М.А. Лепская

Московский физико-технический институт (государственный университет)
mashalep@mail.ru

Из множества задач информационного поиска, т.е. поиска неструктурированной информации в некоторой коллекции документов, в отдельную группу можно объединить задачи выделения информации из текста (text-mining): система анализирует текстовые документы и формирует совокупности фрагментов текста, удовлетворяющих запросу пользователя [1]. Методы и модели text-mining применяются при решении таких популярных и актуальных задач, как установление авторства текста, сортировка новостей, автоматическое аннотирование. При этом могут быть использованы подходы, базирующиеся на проблемах извлечения ключевых понятий из текста, текстовой кластеризации и классификации [2]. В рамках данной статьи рассматривается задача выделения фундаментальных результатов из текстового отчета определенной научно-исследовательской тематики. Под фундаментальным результатом понималась совокупность слов и предложений, информация в которых является установленным фактом первостепенной важности, обнаруженным впервые в данном исследовании. Целью работы была проверка возможности применения методов статистической классификации к выделению текстовых блоков определенной семантической направленности.

Этап обучения. Из обучающей выборки, состоящей из 9-ти аннотаций к научным отчетам определенной тематики, выделялись блоки фундаментальных результатов, блоки результатов нефундаментальных и блоки нерезультатов так, что вся обучающая выборка разбивается на блоки определенной смысловой направленности. Всего было выделено 104 блока. Из блоков фундаментальных результатов выделяются характеристические слова (например, «выделить», «доказать» и пр.), которые указывают на наличие некоторого результата в этих блоках. Всего было выделено около 50 характеристических слов. Образ каждого r -го блока представляется в виде двумерного вектора признаков: первая его компонента H_r – относительное количество характеристических слов в данном блоке (причем каждое характеристическое слово имеет определенный вес $L_i = M_i/N_i$, где M_i – количество появления i -го характеристического слова в группе блоков фундаментальных результатов, N_i – количество появления этого слова во всей обучающей выборке), а вторая компонента K_r – отно-

сительное количество терминов рассматриваемой предметной области (множество терминов определяется экспертом или пользователем). Таким образом, каждому r -му блоку ставится в соответствие вектор признаков: $r \rightarrow (H_r, K_r)$. Вектора, соответствующие блокам результатов нефундаментальных и нерезультатов, объединяем в один класс. Таким образом, имеем два класса: класс фундаментальных результатов (30 образов) и класс блоков, не содержащих фундаментальные результаты (74 образа). Результаты анализа обучающей выборки показали, что данная система признаков обеспечивает надежную (в смысле величины отступа объектов) классификацию, а сами признаки являются слабо независимыми. Решающее правило отнесения образа к тому или иному классу строим в соответствии с правилом байесовской классификации, причем условные плотности распределения вероятностей появления образов внутри классов оцениваем различными параметрическими и непараметрическими методами: максимального правдоподобия, аппроксимации функции плотности с помощью ортогональных многочленов, гистограммного оценивания [3–5]. Показана относительная близость оценок плотностей, полученных гистограммным и методом максимального правдоподобия.

Этап классификации. Тестовая коллекция из 7-ми аннотаций той же тематики, что и обучающая выборка, кластеризовалась на блоки (выделялись кластеры, содержащие фундаментальные результаты по критерию минимизации внутрикластерного расстояния между номерами предложений, содержащих характеристические слова). Для кластеризации использовался метод k -внутригрупповых средних совместно с минимаксным алгоритмом [6]. Для каждого кластера-блока вычислялся вектор признаков аналогично реализованному на этапе обучения. Затем полученные блоки-кластеры классифицировались на фундаментальные блоки и нефундаментальные блоки по построенному на этапе обучения решающему правилу классификации. По тестовым аннотациям определялся процент правильно классифицируемых блоков, т.е. проверялось качество работы построенного метода. Наилучший результат показал метод максимального правдоподобия с 86,1% правильно классифицируемых блоков. Таким образом, в работе продемонстрирована возможность применения методов статистического распознавания образов к решению такой слабоструктурированной для статистического анализа задачи, как выделения определенных, в смысле семантической направленности, блоков из текстовых данных.

Литература

1. Барсегян А.А., Куприянов М.С., Степанов В.В., Холод И.И. Технологии анализа данных: Data Mining, Visual Mining, Text Mining, OLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008. – 336 с.
2. Лившиц Ю. Алгоритмы для интернета [электронный ресурс]: Автоматическая классификация текстов // Электрон. дан. – М.: СПбГУ ИТМО, 2006. – <http://logic.pdmi.ras.ru/yura/internet/06ianote.pdf>.
3. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен. – М.: Мир, 1976. – 509 с.
4. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов. – М.: Наука, 1979. – 368 с.
5. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику. – М.: ЛКИ, 2010. – 599 с.
6. Местецкий Л.М. Математические методы распознавания образов: курс лекций (ВМиК МГУ, кафедра ММП). – 2004. – www.ccas.ru/frc/papers/mestetskii04course.pdf.

УДК 004.852

Исследование методов упрощения модели, получаемой при градиентном бустинге

А.М. Романов

Московский физико-технический институт (государственный университет)
zexxon@gmail.com

Предсказание вероятности клика на рекламные объявления является одной из важнейших задач анализа данных в области интернет-рекламы. Такая задача ставится следующим образом:

$$p(d) = \frac{\exp F(d)}{1 + \exp F(d)},$$

$$LL = \sum_{d \in D} (c(d) \ln(p(d)) + (1 - c(d)) \ln(1 - p(d))),$$

$$LL \rightarrow \max,$$

где D – множество объектов для обучения, d – есть признаковое описание события – показа баннера, $F(d)$ – результат модели на объекте d , $c(d)$ – бинарная функция, равная 1, если по баннеру был клик и 0 в противном случае, $p(d)$ – прогнозируемая вероятность клика по баннеру. Признаковое описание содержит информацию о поисковом запросе, по которому показывается баннер, тексте баннера, предыстории его показов.

В докладе рассматриваются модели, получаемые при градиентном бустинге [1], [2], использующем решающие деревья в качестве базовых классификаторов. Получаемые модели применяются для решения задачи предсказания вероятности клика по баннеру.

В данной работе используется обучающая выборка размером три миллиона событий. При решении поставленной задачи прогнозирования лучшие модели, с точки зрения величины LL , получаются при использовании порядка тысячи деревьев в итоговой модели предсказания. Такое число базовых алгоритмов приводит к большим вычислительным затратам на этапе обучения и на этапе применения модели. Это делает такие модели трудно применимыми в системах онлайн прогнозирования. Данное исследование показывает, что такое большое число базовых классификаторов является избыточным. Проводится исследование методов по упрощению получаемой модели.

В градиентном бустинге деревья строятся поочередно, их можно занумеровать. Проводится исследование поведения величины LL при различных модификациях итоговой модели, таких как удаление деревьев с начала, удаление деревьев с конца, удаление одного дерева из середины композиции. В исследовании также рассматривается вопрос о влиянии как каждого отдельного дерева на качество предсказания, так и группы деревьев. Производится отбор наиболее информативных деревьев и признаков, производится упрощение модели.

Кроме этого, исследуется поведение LL при дополнительной оптимизации модели при удалении одного дерева. Оптимизация проводится следующим образом:

$$p_{\alpha, \beta}(d) = \frac{\exp[\alpha F_{-1}(d) + \beta]}{1 + \exp[\alpha F_{-1}(d) + \beta]},$$

$$LL = \sum_{d \in D} (c(d) \ln(p_{\alpha, \beta}(d)) + (1 - c(d)) \ln(1 - p_{\alpha, \beta}(d))),$$

$$LL \rightarrow \max,$$

где $F_{-1}(d)$ – модель с одним удалённым деревом, α, β – скалярные константы. То есть к модели, полученной удалением некоторого дерева, применяется линейное преобразование, максимизирующее LL , что приводит к улучшению качества классификации для модели $F_{-1}(d)$.

Литература

1. *Friedman J.H.* Greedy function approximation: a gradient boosting machine // Technical Report. – Department of Statistics – Stanford University. – 1999.
2. *Friedman J.H.* Stochastic gradient boosting. Department of Statistics and Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University, Stanford. – 2002.

УДК 519.766.4

Системно-структурный анализ текстовых данных

Д.Г. Зайнуллина

Институт системного анализа РАН, Московский физико-технический институт
(государственный университет)
dzaynullina@gmail.com

Решается задача по определению степени преимущества результатов в классе текстовых информационных структур с помощью методов Text Mining на примере отчетов, принадлежащих Министерству высшего образования и науки РФ. На основе статистики и иерархии встречающихся тематических слов и конструкций были построены правила сравнения фундаментальных результатов, используемых в отчете, с фундаментальными результатами из набора ссылочных источников. Были предложены и разработаны два метода оценки степени (меры) близости текстовых документов – при помощи статистической и энтропийной мер близости.

Мерой близости двух объектов x_i и x_j называется функция $a(x_i, x_j)$, показывающая степень схожести данных объектов и удовлетворяющая следующим свойствам:

1. симметрия: $a(x_i, x_j) = a(x_j, x_i)$;
2. максимальное сходство объекта с самим собой, т.е. $a(x_i, x_i) = \max_{i,j} a(x_i, x_j)$, $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$;
3. монотонное убывание функции $a(x_i, x_j)$ с увеличением расстояния между объектами $r(x_i, x_j)$ т.е. из того, что $r(x_k, x_l) \geq r(x_i, x_j)$ следует, что $a(x_k, x_l) \leq a(x_i, x_j)$.

Пусть $T = \{t_i, i = \overline{1, r}\}$ – множество слов-терминов из блоков фундаментальных результатов, принадлежащих тексту отчета, $S^{(j)}$ ($j = \overline{1, k}$) – j -й источник из списка ссылочной литературы, n_{0i} и n_{ji} – частота появления термина t_i в T и $S^{(j)}$, N_0 и N_j – общее количество терминов в T и $S^{(j)}$, $p_{0i} = n_{0i}/N_0$ и $p_{ji} = n_{ji}/N_j$ – вероятность попадания термина t_i в блоки фундаментальных результатов текста отчета T и текста j -й ссылки $S^{(j)}$ соответственно. Тогда статистическая мера близости a_j ($j = \overline{1, k}$) текстов отчета и j -й ссылки вычисляется по формуле

$$a_j = 1 - \sup \{|p_{0i} - p_{ji}|, i \in T\}, j = \overline{1, k}.$$

Энтропией (мерой неопределенности) опыта X с возможными исходами (x_1, x_2, \dots, x_m) и соответствующими вероятностями исходов (p_1, p_2, \dots, p_m) называется функция вида $H = -K \sum_{i=1}^m p_i \log p_i$, $K = \text{const} > 0$, удовлетворяющая следующим условиям

1. H определена и непрерывна для всех $p_i, i = 1, \dots, m, \sum_{i=1}^m p_i = 1$.
2. Если все события равновероятны, т.е. $p_i = 1/m, i = 1, \dots, m$, то H должна монотонно возрастать по m .
3. Энтропия сложного опыта, состоящего из N независимых опытов, равна сумме их энтропий, то есть $H = \sum_{k=1}^N H_k$.

Пусть H_0 – энтропия, определяющая содержание терминов в тексте отчета, H_j – энтропия, определяющая содержание терминов в тексте ссылки $S^{(j)}$. Тогда энтропийной мерой близости называется значение следующей величины:

$$E_j = H_0 - H_j = -\frac{e}{r} \sum_{i=1}^r (p_{0i} \ln p_{0i} - p_{ji} \ln p_{ji}), j = \overline{1, k}.$$

Следует заметить, что $a_j \in (0, 1)$, $E_j \in (-1, 1)$. Таким образом, наблюдается некоторая корреляция результатов: чем больше слов-терминов совпадает, тем ближе a_j к единице и тем меньше значение E_j , а соответственно, лучше близость и можно говорить о преимственности результатов отчета по отношению к результатам ссылки.

Литература

1. *Зайнуллина Д.Г.* Оценка степени преимственности фундаментальных результатов в группе текстов одной семантики // Труды II Всероссийской научной конференции молодых ученых с международным участием «Теория и практика системного анализа». – 2012. – Т. I. – С. 55–62.
2. *Ландэ Д.В., Снарский А.А., Безсуднов И.В.* Интернетика: Навигация в сложных сетях: модели и алгоритмы. – М.: Книжный дом «Либроком», 2009. – 264 с.
3. *Барсегян А.А.* [и др.]. Технологии анализа данных: Data Mining, Visual Mining, Text Mining, OLAP. – 2-е издание. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008. – 384 с.
4. *Воронцов К.В.* Математические методы обучения по прецедентам (теория обучения машин). – <http://www.machinelearning.ru/wiki/images/6/6d/Voron-ML-1.pdf>
5. *Shannon Claude E.* A Mathematical Theory of Communication. – <http://cm.bell-labs.com/cm/ms/what/shannonday/shannon1948.pdf>

УДК 004.32+004.4+004.8+004.89+519.6

Комитеты автоматически конфигурируемых алгоритмов для задач моделирования, оптимизации, прогнозирования

В.Б. Звонков

Сибирский государственный аэрокосмический университет им. М.Ф. Решетнева
vladimirzvонkov802@yandex.ru

Наиболее перспективной идеей является использование групп (комитетов) различных алгоритмов для поддержки принятия решений, моделирования и оптимизации сложных систем для обеспечения более высокой эффективности в сравнении с одиночным алгоритмом. В данной работе автор предложил использовать канонические и модифицированные генетические алгоритмы (ГА), канонический алгоритм оптимизации стай (роем частиц), искусственные нейронные сети (ИНС, многослойные перцептроны Ф. Розенблатта) для решения слабо формализованных задач с целью получения наилучшего возможного решения или множества решений за ограниченное время с высокими значениями численных критериев эффективности. В связи с

высокой трудоёмкостью использования всех алгоритмов предложена и реализована идея автоматического выбора алгоритмов и настройки параметров.

В ходе проведённых исследований разработаны автоматически конфигурируемые ГА для решения задач безусловной и условной однокритериальной и многокритериальной оптимизации, отличающиеся от известных способом автоматического конфигурирования. Авторские алгоритмы были применены для автоматической настройки весовых коэффициентов ИНС в комитете и синаптических связей, пороговых значений, структуры каждой ИНС и протестированы на 35-и тестовых задачах однокритериальной и многокритериальной оптимизации, пяти задачах аппроксимации функций одной и многих вещественных переменных и пяти прикладных задачах моделирования, оптимизации, прогнозирования. Проведён сравнительный анализ эффективности разработанных алгоритмов и классических методов, а также авторских программных систем: (Intelligence Technologies – Self-Adapting Genetic Algorithm (IT-SAGA), система автоматизированного нейросетевого и эволюционного моделирования, оптимизации, прогнозирования, автоматизированная система решения сложных задач глобальной оптимизации многоагентными стохастическими алгоритмами (GOLEM-SA)) и некоторых продуктов (Statistica 8.0, Deductor Studio Academic 5.2, Matlab R2012a).

Программные системы автора данной статьи при меньшем выборе запрограммированных алгоритмов обеспечивают более высокую эффективность решения специфических задач и более просты для изучения конечными пользователями. Было проведено сравнение и исследование методов учёта ограничений для задач условной оптимизации, проведена настройка оптимальных параметров для всех 8-и методов на всех задачах условной оптимизации и разработаны рекомендации к использованию. Получены наилучшие настройки ГА, которые в среднем на конкретном классе задач обеспечивают высокую эффективность функционирования, и выработаны рекомендации для выбора и настройки конкретных алгоритмов для решения задач различных классов. Проводились полные наборы экспериментов: от 500 до 1000 независимых прогонов алгоритмов на множестве настроек и задач с последующим расчётом критериев эффективности. Тесты проводились в Windows XP/Vista/Seven и Linux Mandriva 2010/2011/2012. Три различных конфигурации ПК использовались для тестирования и анализа результатов (1, 2, 4 ядра в центральном процессоре Intel или Amd): от 2-х до 4-х месяцев ПК не выключались на протяжении нескольких лет. Разработка, отладка, оптимизация кода алгоритмов проводилась с использованием современных кросс-платформенных технологий и вручную.

Итак, рассмотренные алгоритмы были протестированы на задачах различных классов и наиболее перспективные (ГА, ИНС, локальный поиск) включены для использования в самоорганизующихся комитетов, не использующих дополнительную и априорную информацию. Методы эволюционного, нейросетевого, статистического моделирования и статистического анализа использовались автором данной работы [1].

Литература

1. *Zvonkov V.B.* Committees of intellectual algorithms for problems of modeling, optimization, forecasting // Proceedings (Hard copy) of the 18th International Conference on Soft Computing (Mendel-2012). – Brno, Czech Republic. – 2012. – P. 398–404.

УДК 004.931

Алгоритм обнаружения QRS-комплексов в сигналах электрокардиограмм по фрактальной размерности

Е.В. Чувилина

Рыбинский государственный авиационный технический университет им. П.А. Соловьёва
elenabarkhonina@mail.ru

Одной из основных задач компьютерного анализа электрокардиограмм является автоматическое обнаружение характерных элементов, в первую очередь – QRS-комплексов, которые содержат информацию об инфаркте миокарда, ишемических изменениях, тахикардии, желудочковой фибрилляции и других заболеваниях.

ЭКГ представляет собой структурно-сложный сигнал, а QRS-комплексы можно рассматривать как локальные неоднородности, для обнаружения и локализации которых используются различные функции сложности [1].

С точки зрения теории рассматривается случайный процесс в дискретном времени $\{S_t, t = 0, 1, 2, \dots\}$. По реализации $s(t)$ случайного процесса $S(t)$ или наблюдениям $\{s_1, s_2, \dots, s_N\}$ случайной последовательности $\{S_t\}$ необходимо обнаружить изменение, то есть проверить гипотезу о наличии изменения (локальной неоднородности) в интервале наблюдения и оценить момент этого изменения. Предполагается, что обнаружение изменений любой какой-либо вероятностной характеристики может быть сведено к обнаружению этого изменения в некоторой новой случайной последовательности, сформированной из исходной (диагностическая последовательность) [2]. В данной работе новая диагностическая последовательность строится на основе вычисления фрактальной размерности Минковского. Сигналы ЭКГ не подвергаются предварительной обработке.

Пусть задан сигнал s длины N (состоящий из N отсчетов). Он представляется в виде последовательности перекрывающихся блоков длины b . Новый блок начинается через каждые $b/2$ отсчетов. Их количество $l = \lfloor 2 \cdot N/b \rfloor$. Таким образом, сигнал s_0^{N-1} раскладывается на элементарные участки:

$$s_0^{N-1} \rightarrow [e_0^{b-1}, e_{b/2}^{3b/2-1}, \dots, e_{ib/2}^{(i+2)b/2-1}, \dots, e_{(l-1)b/2}^{N-1}].$$

Для каждого блока $e_{ib/2}^{(i+2)b/2-1}$ рассчитывается размерность Минковского R_i [3]. Пусть $N_i(\varepsilon)$ – минимальное число клеток со стороной ε , необходимых для покрытия блока. Тогда верно соотношение:

$$R_i = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{\log N_i(\varepsilon)}{\log \varepsilon}.$$

Пусть s_{\max} и s_{\min} – максимальное и минимальное значения сигнала соответственно. Рассматриваются размеры клеток $\varepsilon_k, k = 0, \dots, n$, где

$$\varepsilon_0 = \frac{s_{\max} - s_{\min}}{b}, \varepsilon_k = \frac{2^k (s_{\max} - s_{\min})}{b}.$$

Максимальный размер клетки ε_n не превышает $b/3$. Для каждого ε_k вычисляется $N_i(\varepsilon_k)$. Размерность R_i оценивается как коэффициент наклона прямой, образованной графиком зависимости $\log N_i(\varepsilon)$ от $\log \varepsilon$, который вычисляется по методу наименьших квадратов [2].

Для каждого блока производится оценка сложности D_i по формуле

$$D_i = \frac{|R_i - R_{i-1}|}{dR_{all}},$$

где $\overline{dR_{all}}$ – среднее изменение размерности между соседними блоками на всем сигнале. Решение о наличии в блоке QRS-комплекса принимается, если оценка сложности превышает пороговое значение α . Если на двух соседних блоках обнаружена неоднородность, считается, что это один и тот же QRS-комплекс. Как результат работы алгоритма получается множество интервалов, на которых предполагается наличие QRS-комплекса.

Для исследования использовалась размеченная выборка двухканальных ЭКГ. Для оценки качества работы алгоритма вычислялись процент обнаруженных QRS-комплексов и процент ложно обнаруженных QRS-комплексов по отношению к реальному их количеству.

Изменение размерности Минковского блоков, содержащих QRS-комплекс относительно сигнала в целом или его блоков вне QRS, существенно. Погрешность определения неоднородности зависит от длины блока b и порога α . При малых значениях размера блока и порога могут не выявиться некоторые неоднородности, при слишком больших размерах блока или порога – могут появляться «ложные тревоги». На разных сигналах процент обнаружения QRS-комплексов варьируется от 70 до 100% и в среднем составляет 96%, уровень «ложных тревог» – 7,15%. Для качественных ЭКГ можно использовать простой пороговый алгоритм без предварительной обработки сигналов. Для ЭКГ с высоким уровнем помех требуется использовать комплексный алгоритм с предварительной компенсацией трендов и шумов.

Литература

1. Браверман Э.М., Мучник И.Б. Структурные методы обработки экспериментальных данных. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 464 с.
2. Бродский Б.Е., Дарховский Б.С., Каплан А.Я., Шишкин С.Л. Непараметрическая сегментация электрических сигналов мозга // Автоматика и телемеханика. – 1998. – № 2. – С. 23–32.
3. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.

УДК 519.7

Метод порождения признаков в задаче классификации функции белка

К.В. Павлов

Московский физико-технический институт (государственный университет),
Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
kirill.pavlov@phystech.edu

Белки в зависимости от своего состава (и конфигурации) обладают различными функциями. Белки могут образовывать мембрану клетки, поглощать молекулы кислорода, свертывать кровь, синтезировать другие белки и т.д. Требуется по 1D формуле белка определить свойственные ему функции. Задача сводится к задаче определения, на сколько определенная функция свойственна белку.

Белок представляется последовательностью символов двадцатипятибуквенного алфавита. Признаки, связанные с частотностью появления той или иной аминокислоты, не являются информативными. Предлагается способ построения бинарных признаков на основе коллекции белков.

Предполагается, что функция белка зависит от расположения аминокислот: определенные аминокислоты должны находиться близко в пространстве. Так как данные содержат первичные последовательности белков, то гипотеза переформулируется: для выполнения определенной функции необходимо, чтобы белковая последовательность содержала определенные подпоследовательности, причем не важно, на каком расстоянии друг от друга, т.е. описывалась регулярным выражением: “*pattern_1*pattern_2*. . . pattern_k,” где k небольшое. Паттерны нужно находить из анализа белков, выполняющих целевую функцию. Значение признака с номером k равно единице в том и только том случае, если белок соответствует регулярному выражению “*pattern_k*”. Бинарные признаки для всех паттернов конкатенируются, и получается признаковое описание белка. Перейдем к способу нахождения белковых паттернов.

Для нахождения схожих участков в белковых последовательностях применялось выравнивание на подвыборке. Случайно выбирались 2 белка, имеющих целевую функцию. Выравнивание проводилось с помощью утилит muscle и dialign. Пример выхода утилиты:

```
*****КЕСР*****
*****КДСР*****
YDLMVFPESDSQKRALDIDVEKLTQAELEKLL*****
YQLRLFKDGLKLYQVLDGEMYPSPVEEAPVLM*****
```

Звездочками отмечены несовпавшие элементы, сдвиги в терминах выравнивания. Далее использовались выравненные фрагменты длиной не менее двух и не более двадцати (гипотеза локальности), которые различаются в выравненных последовательностях не более чем на два символа. Предполагается, что различие в большее число аминокислот является следствием выравнивания и не имеет связи с выполняемой функцией. По 70 000 случайным парам последовательностей аминокислот генерировались регулярные выражения для приведенного примера выравнивания. Всего получилось 31 135 регулярных выражений для случая выравнивания случайных пар белков. По получившимся регулярным выражениям считались признаки для последовательностей.

Примеры получившихся регулярных выражений:

```
.*PD.{1}LR.*; .*PQKVG.*; .*FM.{1}FG.*; .*LQ.{1}W.{1}.*; .*P.{1}PL. {1}P.*;
```

Типичная длина шаблона оказалась равной 4–5 символам. Данный метод позволил сегенерировать более 30 тыс. бинарных признаков для классификации белков.

Обучение модели и дальнейшая классификация проводились с помощью программы метода опорных векторов с параметрами регуляризации $C = 1$ и $C = 50$, в качестве ядер использовались радиальные базисные функции: $K(a, b) = \exp(-\gamma||a - b||)$ для $\gamma = 1$. Качество на контрольной выборке получилось 86.56%. Так как количество белков, не обладающих функцией, заметно больше целевых белков, то качество считалось так же по $F1$ мере. Значение точности и полноты: точность = 82.41%, полнота = 13.98%. Минусом классификатора является низкое значение полноты, однако большая точность делает его достойным кандидатом для смеси алгоритмов, в случае, если алгоритм задетектировал функцию, вероятность, что белок ею обладает, велика.

УДК 519.218.82

Оценка ковариационной матрицы распределения параметров регрессионной модели при фильтрации шумовых и мультикоррелирующих признаков

А.А. Токмакова

Московский физико-технический институт (государственный университет)

`aleksandra-tok@yandex.ru`

В работе рассматривается задача фильтрации шумовых и мультикоррелирующих признаков при восстановлении регрессии. Для её решения используется связанный байесовский вывод.

При анализе данных выборку аппроксимируют какой-либо функцией (например, линейной), которую называют моделью. Вектор коэффициентов этой функции называется вектором параметров модели. Рассматривая набор конкурирующих моделей, определяемых своим набором параметров, введём понятие априорной и апостериорной вероятности модели. Априорная вероятность определена как вероятность появления модели, а апостериорная – вероятность появления модели при условии наличия конкретных данных. Таким образом, с помощью формулы Байеса [1] можно получить связь между пространством данных и пространством параметров. В работе выдвинута гипотеза о нормальном распределении вектора зависимой переменной и вектора параметров модели [2]. Целью исследования является оценка ковариационных матриц этих распределений, а также отсеивание шумовых и мультикоррелирующих признаков из выборки. При таком подходе к отбору признаков не возникает необходимости разбиения выборки на обучение и контроль.

В работе сравниваются два метода оценки ковариационных матриц: аппроксимация Лапласа [1] с оптимизацией методом Левенберга–Марквардта и сэмплирование с оптимизацией методом TrustRegion [3].

Результатом работы является алгоритм, использующий оценку ковариационной матрицы параметров и позволяющий произвести фильтрацию шумовых и мультикоррелирующих признаков. Преимуществами данного алгоритма перед традиционными методами отбора признаков [4, 5] являются: 1) нет необходимости деления данных на обучающую и контрольную выборку; 2) алгоритм не содержит никаких параметров, которые необходимо оценивать дополнительно (как, например, в методах регуляризации); 3) добиваясь сходимости как параметров, так и их дисперсий, предложенный алгоритм повышает устойчивость выбранной регрессионной модели.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №12-07-31095.

Литература

1. *MacKay D.* Laplace's Method. Information Theory, Inference, and Learning Algorithms. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005. – P. 341–351.
2. *Strijov V.V., Weber G.-W.* Nonlinear regression model generation using hyperparameter optimization // Computers and Mathematics with Applications. – 2010. – V. 60, N 4. – P. 981–988.
3. *Coleman T.F., Li Y.* An Interior, Trust Region Approach for Nonlinear Minimization Subject to Bounds // SIAM Journal on Optimization. – 1996. – V. 6. – P. 418–445.
4. *Ильин В.А.* О работах А.Н. Тихонова по методам решения некорректно поставленных задач // Успехи математических наук. – 1997. – Сер. 1. – С. 168–175.
5. *Efron B., Hastie T., Johnstone J., Tibshirani R.* Least Angle Regression // Annals of Statistics. – 2004. – V. 32, N 3. – P. 407–499.

УДК 519.244

Обнаружение разладок во временных рядах с линейным трендом и периодической составляющей

Е.В. Бурнаев^{1,2,3}, *А.С. Локоть*^{3,4}

¹Dataadvance,

²Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,

³Московский физико-технический институт (государственный университет),

⁴ООО «Яндекс»

drazil@list.ru

В работе описываются временные ряды, состоящие из линейного тренда, сезонной составляющей и независимого случайного нормально распределенного шума. В качестве разладки, т.е. происходящего в неизвестный момент времени изменения в параметрах временного ряда, рассматривается непрерывное изменение («излом») линейного тренда при неизменной периодической составляющей. Задача состоит в скорейшем обнаружении множественных разладок в поступающих данных. При этом параметры тренда и периодической составляющей для каждого сегмента ряда без разладки заранее неизвестны и должны быть определены из этих данных. Задача осложняется тем, что длина каждого такого сегмента составляет всего лишь несколько (6–10) периодов.

Предлагаемый алгоритм основан на вычислении статистики обобщенного отношения правдоподобия [1] в скользящем окне длины N . При этом предполагается, что в нем произошло не более одной разладки. Рассмотрим модель i -го сегмента без разладки:

$$y_t = a_i + b_i t + s_t + \varepsilon_t, t = 1, 2, \dots, N,$$

здесь a_i, b_i – параметры линейного тренда, s_t – периодическая составляющая с периодом T (поэтому $s_t = s_{t+T}$), а ε_t – независимые нормально распределенные величины. Для момента разладки θ между i -м и $i+1$ -м сегментами выполняется условие непрерывности тренда:

$$a_i + b_i \theta = a_{i+1} + b_{i+1} \theta. \quad (1)$$

Получаем следующую статистику обобщенного отношения правдоподобия:

$$S = \ln \frac{\max_{a_1, b_1, a_2, b_2, s_t, \theta} p_1^N(y_1 \dots y_N | a_1, b_1, a_2, b_2, s_t, \theta)}{\max_{a, b, s_t} p_0^N(y_1 \dots y_N | a, b, s_t)},$$

где p_0^N и p_1^N – плотности распределений без разладки и с разладкой в момент θ соответственно, максимизация в числителе производится с учетом (1). Заметим, что оценка параметров периодической составляющей производится по всему окну и с учетом возможной разладки, что повышает ее точность. Алгоритм обнаруживает разладку и подает сигнал тревоги, если статистика превышает некий заданный порог: $S > h$.

Для получения теоретической оценки порога срабатывания h исходная задача сводится к более общей задаче обнаружения изменения в одном коэффициенте линейной регрессии с неизвестными параметрами c_t и g_i и известными регрессорами x_t и z_{it} :

$$y_t = c_t x_t + \sum_{i=1}^p g_i z_{it} + \varepsilon_t, t = 1, 2, \dots, N,$$

где $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ и независимы. Статистика обобщенного отношения правдоподобия, различающая основную гипотезу об отсутствии разладки ($c_t = \text{const}$) против альтернативной гипотезы о наличии разладки в момент θ ($c_1 = \dots = c_{\theta-1} \neq c_\theta = \dots = c_N$), имеет вид

$$S = \max_{1 < \theta \leq N} \frac{1}{2\sigma^2} \left(\sum_{t=1}^N \beta_{\theta t} \varepsilon_t \right)^2,$$

где $\beta_{\theta t}$ зависят только от регрессоров x_t и z_{it} и образуют матрицу B . Тогда для заданной вероятности ложной тревоги α порог h вычисляется из соотношения

$$P \left\{ \max_{1 < \theta \leq N} |\xi_\theta| > \sqrt{2\sigma^2 h} \right\} = \alpha, \quad (2)$$

где вектор $\xi \sim N(0, BB^T)$. Поскольку рассматриваемые значения N достаточно большие, для вычисления функции распределения (2) использовался метод нахождения ограничений и последующей симуляции с помощью Монте-Карло [2].

Рассмотренный алгоритм проверен на сгенерированных искусственных данных. Кроме того, его эффективность была также продемонстрирована на реальных данных – доле Яндекса в трафикогенерации по данным LiveInternet.ru.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, МФТИ, грант правительства РФ, дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. *Basseville M., Nikiforov I.V.* Detection of abrupt changes: theory and application. – Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1993.
2. *Szantai T.* The Improved bounds and simulation procedures on the value of the multivariate normal probability distribution function // Annals of Operations Research. – 2000. – V. 100, N 1. – P. 85–101.

УДК 004.85

Оценки качества правил коррекции документов в формате LaTeX при последовательном увеличении обучающей выборки

К.В. Чувилин

Московский физико-технический институт (государственный университет)

kirill.chuvilin@gmail.com

Многие конференции и издательства принимают материалы от авторов в формате LaTeX. Обычно такие тексты содержат значительное количество (десятки на страницу) *типографических* ошибок, связанных с оформлением списков, формул и т. п. Исправление таких ошибок производится корректорами вручную. Предлагаемый подход направлен на значительное сокращение объёма рутинной работы. Разрабатывается система, которая сама определяет возможные места исправлений и предлагает корректору вариант замены.

Подобный подход порождает задачу автоматического синтеза правил преобразования документов по обучающей выборке, составленной из пар документов до обработки корректором (*черновик*) и после (*чистовик*). В данной работе рассматривается

способ оценки качества правил по обучающей выборке. Он проверяется на контрольной выборке при адаптивном обучении (после каждой итерации алгоритма обучения использованная контрольная выборка добавляется к обучающей, тем самым эмулируется процесс последовательного обучения набора правил как реакции на действия пользователя).

Документы формата LaTeX в своем текстовом виде представляются как последовательности (допускается вложение) лексем. Кроме того, они обладают естественной древовидной структурой (*синтаксическим деревом*), исследуя которую, можно получить всю необходимую информацию для описания корректорской правки. Узлы этой структуры будем называть *токенами*. Каждому токenu может соответствовать один из типов лексем. Правила замены удобно формулировать именно для деревьев.

Для выделения различий между черновым и чистовым деревьями используется алгоритм [1] как результат работы из которого получаются наборы операций, которые нужно применить к черновому дереву для получения чистового: пары (прообраз и образ) неизменных токенов, пары (прообраз и образ) измененных токенов, множество удаленных токенов, множество добавленных токенов. После получения отображения черновых и чистовых деревьев строится начальный набор правил коррекции [2]. Каждое построенное правило характеризуется *шаблоном* (последовательностью соседних токенов с общим родителем) и *локализатором* (токеном, к потомкам которого применяется шаблон).

Априорная точность правила вычисляется как отношение количества позиций, которые соответствуют шаблону правила только в черновиках, к общему числу подходящих позиций. Набор токенов, образующих шаблон правила, можно задавать по-разному. В данной работе оптимальный шаблон выбирается по следующим критериям: априорная точность правила не должна быть меньше 0.9, выбирается наименьший размер шаблона, позволяющий построить правило с допустимой точностью, выбирается правило с наибольшей точностью из всех, обладающих шаблонами выбранного размера.

Рассмотрим произвольный токен черного дерева и применимые к нему правила A_1, \dots, A_k с априорными точностями $P(A_1), \dots, P(A_k)$ соответственно. *Весом правила* A_i называется $W(A_i) = P(A_i) / (\sum_j P(A_j))$. Пусть $E(A_i)$ – число, равное 0, если правило A_i соответствует верной правке, и 1 – в противном случае. Тогда выражение $\sum_i W(A_i) E(A_i) = (\sum_i P(A_i) E(A_i)) / (\sum_i P(A_i))$ задает *среднюю ошибку набора правил* на выбранном токене. Обозначим: E_t и E_c – суммы средних ошибок набора правил на всех токенах черновых деревьев обучающей и контрольной выборок соответственно, N_t и N_c – количества различных позиций всех правил набора на множествах черновиков обучающей и контрольной выборок соответственно, D_t и D_c – суммы редактирующих расстояний для всех пар черновых и чистовых деревьев обучающей и контрольной выборок соответственно. Тогда будут корректны определения [3]: $(N_t - E_t) / (N_t)$ – *априорная (на обучающей выборке) точность набора правил*, $(N_c - E_c) / (N_c)$ – *апостериорная (на контрольной выборке) точность набора правил*, $(N_t - E_t) / (D_t)$ – *априорная полнота набора правил*, $(N_c - E_c) / (D_c)$ – *апостериорная полнота набора правил*.

Для установления связей между различными оценками качества правил был проведен эксперимент, в котором использовалось 85 пар черновых и чистовых статей конференции ИОИ-8. Из результатов эксперимента можно сделать вывод, что синтезированные предложенным способом правила обладают неплохой обобщающей способностью – априорные и апостериорные оценки различаются не сильно. Полнота

набора правил достигает 0.35, а это означает, что по крайней мере треть ошибок уже может быть автоматически обнаружена.

Литература

1. *Zhang K., Shasha D.* Simple fast algorithms for the editing distance between trees and related problems // SIAM Journal of Computing 1989. – N 18. – P. 1245–1262.
2. *Чувиллин К.В.* Синтез правил коррекции документов в формате LaTeX с помощью сопоставления синтаксических деревьев // Доклады 15-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» ММРО-15. – С. 597–600.
3. *Чувиллин К.В.* Адаптивное обучение правил коррекции документов в формате LaTeX // Доклады девятой международной конференции «Интеллектуализация обработки информации» ИОИ-2012. – С. 652–655.

УДК 519.161

Оценка вычислительной сложности отбора признаков и объектов в монотонных классификаторах

А.В. Зухба

Московский физико-технический институт (государственный университет)
a_1@mail.ru

Рассматривается задача классификации множества объектов X на два класса $Y = \{0, 1\}$ [1]. Обозначим множество объектов обучающей выборки класса 1 через A , а класса 0 — через B . Каждый объект $x \in X$ описывается набором признаков $P = \{p_1, p_2, \dots, p_t\}$. Каждый признак задает отображение $p_j : X \rightarrow E_j$, где E_j — линейно упорядоченное множество. Любое непустое подмножество признаков $Q \subseteq P$ индуцирует отношение частичного порядка на X : $x \leq x'$ тогда и только тогда, когда $p(x) \leq p(x')$ для всех $p \in Q$.

Задача построения монотонного классификатора по обучающей выборке состоит в том, чтобы отобрать объекты и признаки так, чтобы оставшееся множество было монотонным: для любых объектов $a \in A$ и $b \in B$ объект a будет больше либо несравним с объектом b по совокупности выбранных признаков Q . Пары объектов $a \in A$ и $b \in B$, таких, что $a > b$ по совокупности признаков Q , будем называть монотонными по Q . Пары объектов $a \in A$ и $b \in B$, таких, что $a < b$ по совокупности признаков Q , будем называть дефектными по Q .

Задача была разделена на задачу отбора объектов и задачу отбора признаков [2]. Для каждой из них рассматривались следующие постановки.

Отбор признаков:

1. получить минимальное количество дефектных пар, выбрав минимальное возможное при этом количество признаков;
2. получить максимальное количество монотонных пар, выбрав минимальное возможное при этом количество признаков;
3. получить минимальное количество дефектных пар, выбрав максимальное возможное при этом количество признаков;
4. получить максимальное количество монотонных пар, выбрав максимальное возможное при этом количество признаков;
5. выбрать признаки так, чтобы при минимальном количестве дефектных пар получить максимальное возможное при этом количество монотонных;

6. выбрать признаки так, чтобы при максимальном количестве монотонных пар получилось минимальное возможное при этом количество дефектных.

Отбор объектов:

1. выбрать объекты так, чтобы при максимальном количестве монотонных пар получить минимальное возможное при этом количество дефектных;
2. получить максимальное количество монотонных пар, выбрав максимальное возможное при этом количество объектов;
3. получить отсутствие дефектных пар, выбрав максимальное возможное при этом количество объектов;
4. выбрать объекты так, чтобы при отсутствии дефектных пар получить максимальное возможное при этом количество монотонных.

Вторая, третья, четвертая и шестая постановки задачи отбора признаков, а также первые две постановки задачи отбора объектов имеют тривиальное решение. Первая и пятая постановки задачи отбора признаков являются NP -полными. Для задачи отбора объектов в третьей постановке получен точный полиномиальный алгоритм. Доказано, что задача сводится к задаче о максимальном паросочетании [3], и для её решения применим алгоритм Хопкрофта–Карпа.

В дальнейшем планируется создание приближенного эффективного алгоритма, отбирающего как объекты, так и признаки, то есть решающего общую, не разбитую на две части, задачу. Предполагается, что он будет опираться на полученные теоретические оценки и точные алгоритмы.

Литература

1. *Воронцов К.В.* Комбинаторный подход к оценке качества обучаемых алгоритмов // Мат. вопр. киберн. — М.: Физматлит, 2004.
2. *Загоруйко Н.Г.* Прикладные методы анализа данных и знаний. — Новосибирск: ИМ СО РАН, 1999.
3. *Кормен Т.Х., Лейзерсон С.Е., Ривест Р.Л.* Алгоритмы. Построение и анализ: [пер. с англ.]; под ред. А. Шеня. — М.: МЦНМО, 2002.

УДК 53.088:519.6

Минимизация неопределённостей измерения и вычисления при дискретизации непрерывных данных

Л.С. Терехов¹, А.А. Лаврухин²

¹Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН

²Омский государственный университет путей сообщения

lavruhinaa@gmail.com

На основе постулированного динамического обобщения соотношения неопределённостей (ДСН) физики макроскопических объектов [1, 2] предложен алгоритм, обеспечивающий минимальную неопределённость как натурального измерения при каждом отсчёте, так и численного (компьютерного, инструментального) вычисления в каждом узле [3, 4]. Вычислительным элементом алгоритма является оптимальный динамический интервал неопределённости, адаптируемый на каждом шаге к интервальной производной и отношению сигнал–шум.

На входе алгоритма – непрерывно изменяющаяся одномерная измеряемая величина или вычисляемая непрерывная функция. В результате работы алгоритма в общем

случае получается сеточная функция с неравномерно расположенными узлами (отсчётами), представляющими подготовленные данные для интегрирования, дифференцирования (свободного от расходимости, появляющейся в результате некорректного определения) или решения задачи Коши с наименьшими неопределённостями.

Согласно предложенному постулату, неопределённость Δf измеряемой функции f независимого аргумента t полагается равной сумме случайной и детерминированной динамической составляющих.

ДСН записывается для каждого i -го отсчёта или узла в форме $\Delta f_{\min i} \Delta t_i^* = 1/\sqrt{\mu}$, где параметр μ определяется отношением мощностей детерминированной и стохастической компонент функции f . При натуральных измерениях μ представляет отношение сигнал–шум, а при инструментальных вычислениях μ по порядку величины равно разрядности вычислительной машины. Оптимальный динамический интервал аргумента t функции $f(t)$ определяется как $\Delta t_i^* = (\sqrt{\mu_{i-1}} \cdot |\Delta f_{\min}(\Delta t_{i-1}^*)/\Delta t_{i-1}^*|)^{-0,5}$, где $i = 2, 3, \dots$. Значение функции f на интервале Δt_i^* имеет минимальную неопределённость $\Delta f_{\min i}$.

Обсуждаемый адаптивный алгоритм первоначально был построен для оптимизации параметров зондирующего сигнала при натуральных измерениях параметров ионосферного слоя [1]. Новый подход к процессу измерения позволил объяснить необъяснимый ранее эффект «наложения» ионограмм, полученных со спутника и с поверхности Земли [5], что также явилось первым экспериментальным подтверждением постулата ДСН.

Помимо достижения минимальной неопределённости в отсчётах и узлах, ДСН позволяет устранить проблему некорректности численного дифференцирования.

Были описаны практические примеры применения алгоритма в задаче численного интегрирования и при решении задачи Коши (в том числе методом Рунге–Кутты). Рассматривалась функция $f(x) = 1/x$. При численном интегрировании использование адаптивного интервала позволило уменьшить число дискретных шагов в 74 раза, а ошибку – в 14 раз по сравнению с равномерным дискретным шагом. При решении задачи Коши число шагов уменьшено в 1,4 раза, а ошибка – в 2,2 раза по сравнению с классическим адаптивным итерационным выбором оптимального шага, который применяется в методе Рунге–Кутты.

Как показывают примеры, подтверждающие динамический постулат, натурные измерения и компьютерные вычисления (являющиеся, как и измерения, физическим процессом) имеют одинаковую природу и структурную идентичность [4].

В отличие от известных методов предложенный адаптивный алгоритм объединяет натурные измерения и компьютерные вычисления в единый измерительно-информационный процесс, при котором дискретизация данных отражает исходный непрерывный процесс с наименьшими потерями исходной информации.

Литература

1. Терехов Л.С. Ошибки измерения при импульсном радиозондировании слоя плазмы // Исследования по статистической радиотехнике, дифференциальным уравнениям и алгебре: Сборник научных трудов ИИТПМ. – Омск, 1992. – С. 45–57.
2. Терехов Л.С. О полной погрешности радиоволновых измерений неоднородного слоя плазмы // Геомагнетизм и Аэронавигация. – 1998. – Т. 38 № 6. – С. 142–148.
3. Lev S. Terekhov. On quantization of the uncertainty in measureable macroscopic quantity // Russian Physics Journal. V. 49 – 2006. – N 9. – P. 981–986.

4. *Terekhov L.S., Lavrukhin A.A.* On affinity of physical processes of computing and measurements // Book of abstracts of 15th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetics and Verified Numerics. – 2012. – P. 182–183.
5. *Piggot B.P., Raver K.* Руководство URSI по интерпретации и обработке ионограмм. – М.: Наука, 1977. – 343 с.

УДК 519.72

Об оптимальных методах квантования сигналов

А.А. Лаврухин¹, Л.С. Терехов², Е.Д. Зачатейский¹

¹Омский государственный университет путей сообщения

²Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН

lavruhinaa@gmail.com

К настоящему времени известен ряд алгоритмов дискретизации и квантования непрерывных сигналов [1], позволяющих получать оптимальные в соответствии с различными критериями уровни квантования. Однако по-прежнему чаще всего в приложениях используется равномерное квантование в связи с простотой его реализации.

Рассматриваются алгоритмы неравномерного квантования [1, 2, 3] при априорной информации о сигнале (плотности распределения вероятностей): оптимального по уровню (обеспечивающего минимизацию среднеквадратичной ошибки); оптимального по энтропии (обеспечивающего максимизацию количества информации); субоптимального (определяемого по аналогии с оптимальным по энтропии, что обеспечивает простоту вычисления, но приближенного по своим характеристикам к оптимальному по ошибке).

Предложенные в работах [4, 5] динамическое соотношение неопределенностей, выполняющееся для функциональных зависимостей (в том числе и для любого сигнала как функции времени), и соответствующий метод квантования (алгоритм получения динамической адаптивной временной сетки), обеспечивающий минимальную неопределенность значения функции на оптимальном интервале, зарекомендовавшие себя на ряде задач [6], были использованы для сравнительного анализа с упомянутыми выше оптимальными методами квантования.

Выяснилось, что динамическое адаптивное квантование дает результат, находящийся между двумя оптимумами: по количеству информации и по среднеквадратичной ошибке. Таким образом, квантование в соответствии с динамическим соотношением неопределенностей является оптимальным, но не требует априорной информации о сигнале, итерационных процедурах и операциях обращения функции.

Литература

1. *Gray R.M. [et al.]*. Quantization // IEEE Transactions on Information Theory. – 1998. – V. 44, N 6. – P. 2325–2383.
2. *Грицутенко С.С., Лаврухин А.А., Панькин С.В.* Критерии оптимальности для неравномерного квантования в задачах уплотнения цифровых каналов связи // Инновационные проекты и новые технологии в образовании, промышленности и на транспорте. / Омский гос. ун-т путей сообщения. – 2011. – С. 214–219.
3. *Зачатейский Е.Д., Лаврухин А.А.* Исследование оптимизационных методов квантования сигналов // Инновационные проекты и новые технологии в образовании,

- промышленности и на транспорте / Омский гос. ун-т путей сообщения. – 2012. – С. 318–323.
4. *Терехов Л.С.* О полной погрешности радиоволновых измерений неоднородного слоя плазмы // Геомагнетизм и Аэронавигация. – 1998. – Т. 38, № 6. – С. 142–148.
 5. *Терехов Л.С.* О квантовании неопределённости измеряемой макроскопической величины // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2006. – Т. 49, № 9. – С. 981–986.
 6. *Terekhov L.S., Lavrukhin A.A.* On affinity of physical processes of computing and measurements // Book of abstracts of 15th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetics and Verified Numerics. – 2012. – P. 182–183.

УДК 519.87

Использование метода перевзвешенных наименьших квадратов для построения смеси моделей логистической регрессии

К.В. Павлов^{1,2}, В.В. Стрижов^{1,2}

¹Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

²Московский физико-технический институт (государственный университет)

kirill.pavlov@phystech.edu

Рассматривается задача построения смеси l моделей классификации. Предполагается, что объекты принадлежат в вероятностном пространстве, исходная зависимость $p(y|\vec{x})$ выражается как композиция моделей $p(y|\vec{x}, \vec{w})$ формулой

$$p(y|\vec{x}) = \sum_{k=1}^l p(\vec{w}|\vec{x}) p(y|\vec{x}, \vec{w}) = \sum_{k=1}^l \pi_k p(y|\vec{x}, \vec{w}_k).$$

Далее предполагается, что объекты в выборке независимы и плотность совместного распределения преобразуется в произведение плотностей распределения каждого объекта:

$$p(\vec{y}|\vec{x}_1 \dots \vec{x}_m) = \prod_{i=1}^m p(y_i|\vec{x}_i) = \prod_{i=1}^m \sum_{k=1}^l \pi_k p(y_i|\vec{x}_i, \vec{w}_k).$$

Используя принцип максимума правдоподобия, будем максимизировать вероятность выборки $p(\vec{y}|\vec{x}_1 \dots \vec{x}_m) \rightarrow \max$. Проще это делать, введя функцию правдоподобия $Q(\vec{w}_1 \dots \vec{w}_l, \vec{\pi})$ как логарифм плотности вероятности данных:

$$Q(\vec{w}_1 \dots \vec{w}_l, \vec{\pi}) = \sum_{i=1}^m \ln \left[\sum_{k=1}^l \pi_k p(y_i|\vec{x}_i, \vec{w}_k) \right].$$

Задачу максимизации функционала качества можно решать с помощью метода Лагранжа [1], [2], который дает необходимые условия экстремума. Найти параметры, доставляющие максимум функционалу Q , можно с использованием EM-процедуры, которая на каждом шаге поочередно фиксирует либо значения параметров моделей, либо их априорные вероятности. Значения параметров конкретных моделей можно найти с помощью метода наименьших перевзвешенных квадратов [3]. В случае задачи классификации используется модель логистической регрессии. Вероятность принадлежности к положительному классу выражается в терминах логистической

функции: $p(y = 1 | \vec{x}, \vec{w}) = \sigma = \frac{1}{1 + \exp(-\vec{x}^T \vec{w})}$. Формула для обновления параметров модели имеет вид

$$\vec{w}^{new} = \vec{w}^{old} - (X^T G_k B X)^{-1} X^T G_k (\vec{\sigma} - \vec{y}),$$

Где матрица G_k диагональная, ее элементы – вероятности принадлежности к соответствующим моделям, матрица B – диагональная матрица дисперсий объектов. Алгоритм построения смеси моделей использует полученную формулу на M -шаге, на E -шаге происходит оценка априорных вероятностей моделей.

Алгоритм построения смеси моделей логистической регрессии сравнивался с алгоритмом жесткого отнесения к моделям, когда объекту приписывается ровно одна модель. В качестве меры качества использовалось значение AUC. Смесь моделей показала лучшие результаты на контрольной выборке.

Литература

1. *Jacobs R.A., Jordan M.I., Nowlan S.J.* Adaptive mixtures of local experts // *Neural Computation*. – V. 3. – 1991.
2. *Bishop C.M.* *Pattern Recognition and Machine Learning*. – New York: Springer, 2006. – 740 p.
3. *Павлов К.В., Стрижов В.В.* Выбор многоуровневых моделей в задачах банковского кредитного скоринга // Труды 15-й научной конференции «Математические методы распознавания образов». – 2011. – С. 158–161.

УДК 004.852; 519.254

Оценивание вероятности успеха в одной серии испытаний Бернулли по другой серии при наличии зависимости между вероятностями успеха

А.А. Мафусалов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Вычислительный центр им. Дородницына РАН

maa9564@mail.ru

Имеется множество объектов $\{x_1, \dots, x_M\}$. Каждому объекту x_i соответствуют две последовательности испытаний Бернулли. Первая имеет длину $n_i + 1$, вероятность успеха p_i и число успехов $k_i + a_i$ (a_i – индикатор успеха $(n_i + 1)$ -го испытания). Вторая имеет длину m_i , вероятность успеха r_i и число успехов l_i . Предполагается, что вероятности успеха в двух последовательностях связаны некоторой зависимостью. Требуется предсказать вероятность успеха для $(n_i + 1)$ -го испытания в первой последовательности по результатам предыдущих испытаний в первой последовательности и результатам испытаний во второй последовательности, т.е. построить оценку вероятности успеха как функцию вида $f(n_i, k_i, m_i, l_i)$. Введем обозначение: $X_i = (n_i, k_i, m_i, l_i)$. Для измерения качества модели будем использовать функционал правдоподобия. Значение функционала правдоподобия на функции f есть $L(f) = \sum_i \ln |1 - a_i - f(X_i)|$. Введем предположения относительно природы зависимости вероятностей успеха p и r . Рассмотрим два подхода.

1. *Функциональная зависимость.* Предположим, что вероятности успеха связаны зависимостью $p_i = \varphi(r_i, \gamma)$, где γ – вектор параметров (рассматривается линейная модель $p_i = \gamma_0 r_i + \gamma_1$). Рассмотрим семейство функций $f(X_i) = (k_i + \alpha(X_i)) / (n_i + \beta(X_i))$, являющихся оценками максимума апостериорной вероятности, где $\beta(X_i) =$

$= \lambda_0 m_i / ((\lambda_1 n_i + 1)(m_i + \lambda_2))$ — функция редуцирования длины второй последовательности, λ — вектор параметров; $\alpha(X_i) = \beta(X_i) \varphi(r(m_i, l_i, \theta), \gamma)$, $r(m_i, l_i, \theta) = (l_i + \theta_0) / (m_i + \theta_1)$ — оценка максимума апостериорной вероятности успеха во вторых последовательностях испытаний, θ — вектор параметров. Поставим задачу оптимизации на рассматриваемом семействе: $L(f(\cdot, \gamma, \lambda, \theta)) \rightarrow \max_{\gamma, \lambda, \theta}$.

2. *Стохастическая зависимость*. Предположим, что случайные величины p и r распределены согласно некоторой априорной двумерной функции распределения $H(p, r)$ с плотностью $h(p, r)$. Тогда для каждого объекта можно вычислить апостериорное распределение и, следовательно, апостериорное математическое ожидание: $E(p|X) =$

$= \frac{1}{Z} \iint pt(p, r)pt(p, r)dp$, Z — нормировочная константа, $t(p, r) = p^{k_i}(1-p)^{n_i-k_i}r^{l_i}(1-r)^{m_i-l_i}$. Бета-распределения хорошо моделируют априорные распределения вероятностей успеха, поэтому в качестве маргинальных функций распределений возьмем функции бета-распределения. Объединим маргинальные распределения в двумерное посредством копулы [1] из параметрического семейства копул. В качестве функции H возьмем функцию $H(p, r) = C(H_1(p, \xi), H_2(r, \eta), \zeta)$, где $C(u, v, \zeta) = uv + \zeta uv(1-u)(1-v)$ (Farlie–Gumbel–Morgenstern – семейство копул), $H_1 = \text{Beta}(\xi_0, \xi_1)$, $H_2 = \text{Beta}(\eta_0, \eta_1)$. Получим функцию $f(X, \zeta, \xi, \eta) = E(p|X)$. Поставим задачу оптимизации на рассматриваемом семействе: $L(f(\cdot, \zeta, \xi, \eta)) \rightarrow \max_{\zeta, \xi, \eta}$.

Для каждой задачи оптимизации получен оптимальный набор гиперпараметров и вычислены максимальные значения функционала правдоподобия.

Обозначим через $f^*(X) = \sum_{X_i=X} a_i / \sum_{X_i=X} 1$ тривиальное решение задачи $L(f^*) = \max L(f)$. Рассмотрим класс функций вида $f(n, k, m, l) = g(n, k)$, оценивающих вероятность успеха только по первой последовательности. Аналогично найдём функцию g^* , такую, что $L(g^*) = \max L(g)$.

Эксперименты на реальных данных показали, что стохастические модели достигают больших значений целевого функционала качества, чем функциональные. Кроме того, модели вида $f(n, k, m, l)$ могут достигать большего качества, чем теоретически возможное для моделей вида $g(n, k)$.

Полученные значения правдоподобия: $L(f^*) = -0.1377$, $L(g^*) = -0.1686$. Для функций вида $g(n, k)$: -0.1701 . Для функций функционального подхода: -0.1679 . Лучший результат для функций стохастического подхода: -0.1677 .

Рассматриваемая задача имеет непосредственное отношение к задаче предсказания вероятности клика по рекламному баннеру, в частности к уточнению прогноза клика по одной позиции за счет использования статистики кликов по другой позиции [2]. Эксперименты проведены на данных, предоставленных компанией Яндекс.

Литература

1. Genest C., Favre A.-C. Everything You Always Wanted to Know about Copula Modeling but Were Afraid to Ask // Journal of Hydrologic Engineering. – 2007. – V. 12, N 4. – P. 347–368.
2. Chen Y., Yan T.W. Position-normalized click prediction in search advertising. – ACM. – 'KDD'. – 2012. – P. 795–803.

УДК 001.103:002

Сервисная модель организации быстрых тематических консультаций в реальном времени с переменным числом пользователей и динамически изменяющимся информационным окружением системы

С.П. Кульдин

Московский физико-технический институт (государственный университет)
kuldin.sp@mipt.ru

Существующие на сегодняшний день системы организации обсуждений можно условно разделить на две основные группы: форумы и чаты. Первая группа характеризуется выраженной тематической направленностью отдельных бесед, тогда как вторая – тем, что обсуждения происходят в реальном времени. Однако в условиях экспоненциального роста объемов и скоростей передачи информации между людьми существующих средств оказывается недостаточно для того, чтобы справиться с нарастающими потребностями в быстром обсуждении, всесторонней оценке, поиске и фильтрации той или иной информации. Реализации промежуточных вариантов сервисов между названными группами («форумов в реальном времени» или «тематических чатов») являются следующим шагом в развитии средств коммуникации и должны решить ряд задач, возникающих в таких областях, как, например, организация быстрых тематических медицинских консультаций или интеллектуальная семантическая маршрутизация в контакт-центрах [1].

Однако создание подобных систем сталкивается с рядом проблем, среди которых:

- формирование адекватного семантического профиля участников по небольшому и фрагментированному набору данных о них [2];
- построение специальных метрик для сравнения семантических профилей;
- нахождение подходящих участников беседы в реальном времени в условиях переменного числа пользователей в сети и их динамически меняющихся интересов;
- учет фактора постоянно меняющегося информационного окружения системы.

В данной работе проводится последовательное построение сервисной модели, позволяющей решить перечисленные проблемы в совокупности. В процессе работы проведено всестороннее исследование возможных способов решения перечисленных проблем. Особое внимание уделено нахождению и исследованию вариантов формирования адекватного к задаче семантического профиля пользователя по небольшому и фрагментированному набору данных о нем, а также построению специальных метрик для сравнения семантических профилей.

Литература

1. *Aas I.M.* Organizing for remote consultations in health care - the production process // Behaviour and Information Technology. – 2003. – V. 22, N 2. – P. 91–100.
2. *Chevalier M.* [et al.]. User Models for Adaptive Information Retrieval on the Web: Towards an Interoperable and Semantic Model // IJARAS. – 2012. – N 3.3.

УДК 519.254

Вероятностный подход к построению упругих графов при моделировании топологической структуры данных

К.С. Скипор

Московский физико-технический институт (государственный университет)
skiporkonstantin@mail.ru

В данной работе рассматривается задача вложения упругого графа $G = (V, E, \Lambda, \vec{\mu})$ в пространство объектов R^n [1]. Здесь обозначены множества вершин V , ребер E и модулей упругостей Λ и $\vec{\mu}$. Граф G можно вложить в пространство R^n с помощью некоторого отображения $\varphi : V \rightarrow R^n$ множества вершин V в R^n . Помимо понятия вложения, к графу G можно применять различные элементарные трансформации [1–2], изменяющие структуру самого графа. В связи с этими понятиями определяются три типа сложности вложения графа: геометрическая, структурная $SC(G)$ (число структурных элементов) и сложность конструкции $CC(G)$ (число применений элементарных трансформаций из простейшего графа). Геометрическая сложность задается энергией упругости:

$$U^{\text{упр}}(G, Y) = \frac{1}{2} \sum_j \sum_s \lambda_{js} \|y_j - y_s\|^2 + \sum_j \mu_j \left\| y_j - \frac{\sum_s m_{js} y_s}{\sum_s m_{js}} \right\|^2, \text{ где } y_j = \varphi(v_j), v_j \in V.$$

В вероятностной интерпретации данных можно говорить, что любой объект относится к некоторой вершине графа (или находится в соответствующем состоянии) с некоторой вероятностью. В качестве вероятностной модели берется параметрическая модель гауссовской смеси распределений с неизвестным вектором параметров $\vec{\theta}$ матожиданий и ковариационных матриц [3]. Изначально мы задаем априорные вероятности. Множество P апостериорных вероятностей принадлежности объекта $x \in R^n$ к определенной вершине является для нас неизвестным.

С учетом введенной сложности и принятой вероятностной модели вложение графа G в пространство объектов задается полной энергией вложения, учитывающей внутреннюю энергию системы точек $U^{\text{вн}}(P, Y)$, энтропию системы $S^{\text{энт}}(P)$ и энергию упругости:

$$U^{\text{полн}}(P, X, Y, G) = U^{\text{вн}}(P, Y) - \frac{1}{\beta} S^{\text{энт}}(P) + U^{\text{упр}}(G, Y).$$

Основная решаемая задача состоит в том, чтобы построить оптимальное в смысле

$$U^{\text{полн}}(P, X, \varphi(V), G) \rightarrow \min_{P, \varphi: Y \rightarrow R^n}$$

вложение графа G заданной сложности в пространство объектов.

Данная задача решается с помощью итеративного EM-алгоритма. На μ -шаге определяются неизвестные апостериорные вероятности P для фиксированного положения вершин $Y^{\text{фикс}}$ и параметров распределения $\vec{\theta}^{\text{фикс}}$, а на M -шаге определяются новые положения вершин Y и новые параметры распределения $\vec{\theta}$ для фиксированных вероятностей $P^{\text{фикс}}$.

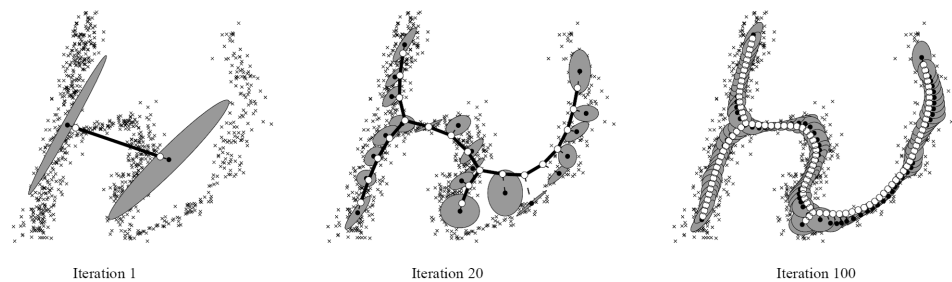


Рис. 1. Демонстрация вложения графа заданной сложности в двумерное пространство. Номер итерации характеризует сложность конструкции $CC(G)$. Крестики — исходные объекты, белые точки — вершины графа (связаны сплошными черными отрезками — ребрами), черные точки и серые эллипсы характеризуют параметры гауссовского распределения — матожидание и ковариационную матрицу соответственно

Литература

1. *Gorban A.N., Zinovyev A.Y.* Principal graphs and manifolds. — CoRR. — 2008. — abs/0809.0490.
2. *Löwe M.* Algebraic approach to single-pushout graph transformation // Theor. Comput. Sci. — 1993. — V. 109, N 1–2. — P. 181–224.
3. *Bishop C.M.* Pattern Recognition. — Oxford: Clarendon Press, 1995.

Секция систем математического обеспечения

УДК 004;004.75

Интеграция хранилища прикладных схем в портал геопространственных данных «ГеоМета»

С.С. Фионов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

`fionov@gmail.com`

В современном мире геоинформационные сервисы применяются при решении многих прикладных задач. Появились сервисы, которые позволяют пользователям работать не только со статичными изображениями карт, но и с данными, имеющими более сложную структуру. Накопленные данные зачастую представлены в разных, несовместимых друг с другом форматах. Возникает необходимость работы с различными источниками пространственных данных, форматы данных в которых могут быть описаны с помощью прикладных схем. Это возможно сделать с помощью хранилища прикладных схем с возможностью импорта, просмотра и экспорта схем. Хранилище прикладных схем позволяет хранить структуру данных заданных источников, что упрощает дальнейшую работу с этими данными.

Для работы с множеством прикладных схем необходимо добавить хранилище прикладных схем в портал геопространственных данных «ГеоМета». Портал «ГеоМета» – это стандартизированная и децентрализованная среда управления пространственной информацией, разработанная для доступа к базам геоданных, картографическим продуктам и связанным с ними метаданным из различных источников, облегчающая обмен пространственной информацией между организациями и ее совместное использование посредством Интернета [1].

Для выполнения этой задачи необходимо разработать для портала новый модуль, называемый блоком портала. В блоке содержится программный код, реализующий его функциональность, а также веб-интерфейс к нему. В качестве основы для хранилища прикладных схем выбрано приложение GmlImporter, позволяющее загружать прикладные схемы геопространственных данных в базу данных в виде модели General Feature Model [2], описываемой стандартом ISO 19109. Эта модель позволяет представлять в объектном виде типы пространственных объектов и их свойства. Для миграции кода приложения на платформу «ГеоМета» были изучены используемые программные средства GmlImporter и платформы «ГеоМета», выявлены проблемы переноса кода. Необходимо было преобразовать схему данных GmlImporter для совместимости с базой портала, заново описать объектно-реляционное отображение, а также при переносе кода избавиться от лишних зависимостей. В результате из кода убраны такие приемы, как Dependency Injection, а также произведен переход с ORM Hibernate на ODMG.

После завершения миграции кода разработана недостающая функциональность по восстановлению (выгрузке) прикладной схемы [3] из метамодели.

Был создан веб-интерфейс к полученному коду для загрузки, просмотра, поиска и выгрузки прикладных схем в портале «ГеоМета».

В результате проделанной работы получено работоспособное хранилище прикладных схем в портале «ГеоМета». Это позволяет работать с различными источниками данных, формат данных которых описывается различными прикладными схемами, а также в перспективе автоматически создавать приложения для работы с данными, описанными заданной прикладной схемой.

Литература

1. Атаева О.М., Кузнецов К.А., Серебряков В.А., Филиппов В.И. Портал интеграции пространственных данных «ГеоМета». – М: ВЦ РАН, 2010. – С. 7.
2. ISO/TS 19109:2005 Geographic information – Rules for application schema. – P. 10.
3. ISO/TS 19139:2007 Geographic information – Metadata – XML schema implementation – P. 11.

УДК 681.3.06

К вопросу о разработке методов анализа информации торгов по закупкам

В.В. Костин

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
kosvic11@mail.ru

В статье рассматривается вопрос разработки методов анализа данных торгов по закупкам и создания аналитической системы поддержки принятия решений (СППР) на их основе.

Все проводимые торговые процедуры на электронных площадках регламентированы действующим законодательством. В случае торгов по государственным закупкам они регламентируются Федеральным законом № 94. На данный момент на рассмотрении в Думе находится законопроект о Федеральной контрактной системе.

В статье формализуются процедуры торгов, выделяются параметры доступной информации. Рассматриваются имеющиеся торговые площадки и информация, хранящаяся на них в открытом и частично открытом доступах.

В качестве первого этапа создания системы рассматривается система сбора информации в хранилище данных. Собираемые данные могут храниться как в виде структурированных данных, так и в виде протоколов на естественном языке, имеющих слабую структуру. В первом случае данные напрямую переносятся в хранилище. В случае слабоструктурированного текста на естественном языке строится система интеллектуального анализа текста (text mining) для извлечения и структуризации актуальной информации. Используя имеющуюся надежную информацию, создается онтология смысловых зависимостей между терминами.

В рамках второго этапа создания СППР проводится анализ имеющихся методов интеллектуального анализа данных и рассматриваются возможности их модификации для увеличения эффективности в рамках конкретных данных, а так же рассматриваются формальные процедуры для предварительной обработки данных, выделяются наиболее приоритетные данные, корректируется структура данных. В качестве результатов анализа выдаются тривиальные поведенческие императивы отдельных участников торгов, вычисляются оптимальные сроки проведения торгов. Для контролирующих органов выделяется возможность анализа торгов на предмет

нарушения действующего законодательства путем сговора или иных противоправных нетривиальных для стороннего наблюдателя действий.

Третьим этапом создания СППР становится внедрение системы семантического анализа полученных данных. Предоставляется «что–если» анализ и семантический поиск торгов. Оба инструмента основаны на онтологическом строении хранилища данных и применения машины вывода.

Таким образом, описываемая система позволит выбирать оптимальное поведение любому из участников процесса закупок, в том числе и контролирующему органу.

Литература

1. Мерцалов А.Н. Автоматизация процессов планирования зерновых ресурсов мукомольного производства: – М., 2009.
2. Аbruков В.С., Николаева Я.Г., Макаров Д.Н., Сергеев А.А. Разработка моделей социальных явлений с помощью средств «Data Mining» / Социологический диагноз культуры российского общества второй половины XIX-начала XXI вв.: материалы Всероссийской конференции «Третьи чтения по истории российской социологии» (20–21 июня 2008г., Санкт-Петербург) под. ред. В.В Козловского. – СПб.: Интерсоцис, 2008. – С. 49–55.
3. Яременко Ф.В., Бездушный А.Н. К вопросу выражения требований федеральных законов в виде формальных спецификаций бизнес–процессов. // Современные проблемы математики, информатики и биоинформатики. – 11–14 октября 2011. – Академгородок, Новосибирск, Россия.
4. Костин В.В., Бездушный А.Н. К вопросу создания информационно-аналитической системы месторождений редких металлов // Современные проблемы математики, информатики и биоинформатики. – 11–14 октября 2011. Академгородок, Новосибирск, Россия.
5. Филатов В.А., Щербак С.С., Хайрова А.А. Разработка высокоэффективных средств создания и обработки онтологических баз знаний. – <http://shcherbak.net/razrabotka-vysokoeffektivnyx-sredstv-sozdaniya-i-obrabotki-ontologicheskix-baz-znaniy/>

УДК 681.3.06

Применение дескрипционной логики для верификации детализированных моделей бизнес-процессов

Ф.В. Яременко

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
yaremenkofv@gmail.com

Жизненный цикл процесса состоит из следующих этапов: постановка задачи, моделирование, исполнение, наблюдение, оптимизация, реинжиниринг [1]. Постановка задачи, как правило, документируется в вербальной форме. Результатом этапа моделирования является формальная спецификация процесса, которая может быть использована как основа для построения информационной системы или для внедрения процесса на производстве. Для того чтобы убедиться, что разработанная модель соответствует поставленным требованиям, необходимо перевести вербальное описание постановки задачи в формальное описание высокоуровневой недетализированной модели процесса и использовать ее для верификации разработанной модели. Так как требования к процессу могут изменяться несколько раз на протяжении жизненного

цикла и структура процесса может сильно усложняться, то задача автоматической верификации моделей процессов является актуальной.

Детализация процесса – это верифицируемое преобразование абстрактной (высокоуровневой) формальной спецификации в точный исполняемый процесс [2]. Верификация детализации процесса состоит из проверок ограничений модели, таких как порядок исполнения заданий [3]. В качестве формальной спецификации процессов будем рассматривать BPMN-диаграммы [4]. BPMN-диаграмма – это направленный граф, вершинами которого могут быть действия, события и логические операторы, а ребрами представлен поток управления. Пусть ES_P процесса P представляет множество всех возможных путей в графе диаграммы BPMN, которые могут быть пройдены от начального до конечного события процесса. Если граф содержит циклы, то это множество бесконечно. Обозначим действия абстрактного процесса как A, B, C, \dots . Каждое из действий детализированного процесса соответствует одному из действий абстрактного процесса, так как является частью его уточнения. Обозначим все действия детализированного процесса, советующие действию A как a_1, a_2, \dots, a_n , B – b_1, b_2, \dots, b_m и т.д. Элементы множества ES_P будем обозначать как последовательно записанные вершины, через которые проходит путь в графе, например ABC или $a_1a_2b_1c1$.

Утверждение: Процесс Q является корректной детализацией процесса P , если ES_Q включено во множество ES_P после проведения следующих преобразований.

1. Переименование всех вершин a_1, a_2, \dots, a_n в A, b_1, b_2, \dots, b_m в B и т.д.
2. Замена двух и более подряд следующих одинаковых букв одной.

Так как исполняемое множество может быть бесконечным, то проверить корректность детализации непосредственно по утверждению, указанному выше, не представляется возможным. В работе описано построение соответствующей онтологии $O_{P>Q}$ с помощью ALC-дескрипционной логики [5]. Верификация детализации может быть проведена с помощью проверки выполнимости всех концептов онтологии. Невыполнимые концепты являются источниками неверной детализации.

Автором были применены методы верификации детализации процессов при реализации информационно-аналитической системы по обработке заявок на предоставление услуг. Было апробировано программное средство TwoUse (<http://code.google.com/p/twouse/>) для получения онтологий абстрактных и детализированных процессов в виде OWL-онтологий (Web Ontology Language) из BPMN-диаграмм, а также проведено построение результирующих онтологий детализации и поиск недостижимых концептов с помощью машины вывода, которая входит в состав TwoUse. Таким образом, была произведена полностью автоматическая верификация детализации исполняемых ПОТов работ, высокоуровневая модель которых построена из вербального описания постановки задачи.

Литература

1. *Burlton R.* Business Process Management: Profiting From Process. – Sams Publishing, 2001. – p. 416.
2. Википедия: Program refinement http://en.wikipedia.org/wiki/Program_refinement
3. *Ren Y., Groner G., Lemcke J., Rahmani T., Friesen A., Zhao Y., Pan J.Z., Staab S.* Validating Process Refinement with Ontologies // CEUR Workshop Proceedings. – 2009. – V. 524. – P. 1–15.
4. Business Process Model and Notation. Версия спецификации 2.0. <http://www.omg.org/spec/BPMN/2.0/>

5. *Baader F.* The Description Logic Handbook. – New York: Cambridge University Press, 2003. – p. 505.

УДК 519.685.7

Автоматизация поиска и публикации OWL-онтологий в рамках семантической сети

А.А. Бездушный

Московский физико-технический институт (государственный университет)

`andrey.bezdushny@gmail.com`

Последнее десятилетие «всемирная паутина» испытывает бурное развитие, получая все большую роль и значимость в жизни и деятельности общества. На фоне этого широкое распространение получили семантические технологии, одной из целей которых является придание слабоструктурированным данным семантической составляющей, делая их пригодными для машинной обработки. Автоматическая обработка накладывает на данные ряд ограничений, таких как соответствие общепринятым схемам в рамках семантической сети, описываемых с помощью OWL-онтологий. На данный момент консорциумом W3C разработан ряд стандартных онтологий, формализующих различные предметные области, однако все они расположены в различных источниках и не имеют общего интерфейса для навигации и поиска по классам и свойствам, представленным в них.

В работе рассматриваются основные принципы организации репозитория OWL-онтологий (необходимого компонента в развитии работ, представленных в [3]), формулируются требования, предъявляемые к нему, описывается базовая архитектура системы, представляющей пользовательский интерфейс доступа к репозиторию. Система должна предоставлять интерфейсы создания и ведения в репозитории собственных OWL-онтологий, описания внешних OWL-онтологий, поиска по репозиторию, просмотра найденных элементов и навигации по связанным с ними элементам. В интерфейсе поиска выделяются следующие виды фильтров:

1. Полнотекстовый поиск по описанию онтологий, представленных в них классах и их свойствах.
2. Поиск классов по свойству – в результаты поиска попадают только классы, содержащие указанное свойство. Свойство может быть задано явно (с указанием url) или косвенно, с наложением определенных условий на содержание его характеристик (например, на содержание описания свойства).
3. Поиск по родительскому классу – в результаты поиска попадают только классы, наследуемые от указанного в аргументах поиска.
4. Поиск элементов схемы по образцу – поиск претендентов, соответствующих заданным критериям, среди опубликованных в открытом доступе ресурсов.

При поиске должна предоставляться возможность задать произвольное количество представленных выше фильтров. При этом поиск может происходить как по всему репозиторию, так и по конкретным онтологиям или их группам, задаваемым рубрикацией или условиями отбора.

Результаты поиска могут быть отсортированы по ряду критериев, таких как используемость элемента (количество опубликованных ресурсов связанных с данным элементом), рейтинг пользователей, релевантность, дата публикации схемы.

Интерфейс просмотра элемента схемы (класса или свойства) должен предоставлять возможность навигации по связанным элементам, таким как родительские клас-

сы (свойства) или классы (свойства) аналоги (owl:sameAs), а также приводить примеры использования элемента.

Вопросы поиска, публикации и стандартизации онтологий являются весьма популярными на данный момент. В работе [1] рассмотрены существующие репозитории онтологий и формализованы требования, предъявляемые к ним. В работе [2] предложен набор базовых требований, которым должны соответствовать публикуемые онтологии. Результаты этих публикаций оказали существенное влияние как на постановку задачи, так и на саму работу.

Литература

1. *d'Aquin M., Noy N.F.* Where to Publish and Find Ontologies? A Survey of Ontology Libraries. – <http://tm.durusau.net/?p=22249>.
2. *Hartmann J., Palma R., Sure Y.* OMV – Ontology Metadata Vocabulary.
3. *Бездушный А.А.* Автоматизация разработки интернет-информационных систем на базе OWL-онтологий // Труды 54-й Научной Конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». –2011.

УДК 004.056.52

Реализация доменной аутентификации по протоколу NTTP в веб-приложении на основе Java

А.В. Полиев

Московский физико-технический институт (государственный университет)
poliyev@gmail.com

Работа посвящена исследованию способов реализации встроенной доменной аутентификации Microsoft Windows в web-приложение на основе Java. Целью исследования было определение наиболее простого в реализации способа внедрения такого вида аутентификации.

Доменная авторизация в Microsoft Windows реализуется с помощью службы Active Directory [1, 2]. Active Directory – это реализация службы каталогов корпорации Microsoft для операционных систем семейства Windows NT. Служба позволяет уникально идентифицировать пользователей и дает возможность администраторам использовать групповые политики для более простой настройки пользовательской рабочей среды и их привелегий. В ходе доменной авторизации используется информация текущего пользователя из доменов Active Directory для автоматического входа на защищенные компьютеры, серверы или web-ресурсы, расположенные в локальной сети. В Windows применяется четыре основных протокола аутентификации: LAN Manager, NTLM, NTLM v2 и Kerberos. Рассмотрены два последних из них, так как только они являются достаточно защищенными в настоящее время.

При реализации доменной аутентификации применяющейся на web-ресурсах необходим особый формат NTTP-сообщений. Информация для аутентификации передается последовательностью парных сообщений «запрос-ответ». Этот формат вместо двух стандартных сообщений, предполагает большее количество парных сообщений. Это происходит из-за того, что клиент и сервер в рамках протокола NTTP не могут непосредственно поддерживать постоянное соединение, поэтому необходимо в каждом сообщении дополнительно передавать специальный ключ – идентификатор сессии.

Был реализован метод опознавания пользователя корпоративной интрасети при помощи фреймворка WAFFLE [3] для доменной аутентификации Windows. С помощью данного фреймворка проводилась аутентификация пользователя и дальнейшая авторизация при помощи информации о данном пользователе в домене интрасети.

Для разработки программного кода был выбран следующий набор технологических решений Java- и web-технологий: Java Enterprise Edition 6, Java Server Pages (JSP), HTML, CSS. Тестирование выполненной реализации показало работоспособность данного варианта реализации и его соответствие требованиям и целям поставленной задачи.

Литература

1. NT LAN Manager (NTLM) Authentication Protocol Specification. <http://msdn.microsoft.com/en-us/library/cc236621.aspx>
2. Allen R., Lowe-Norris A.G. Active Directory. – 2nd Edition. – O'Reilly, 2003.
3. WAFFLE – Windows & Active Directory Authentication Framework for Java. <http://dblock.github.com/waffle/>

УДК 004.22

Представление данных с помощью библиотеки ExtJS в веб-приложении на основе JavaServer Pages

Л.А. Алимпиев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

leo.alimpiev@gmail.com

Данная работа посвящена внедрению интерактивного интерфейса в веб-приложение, созданное в соответствии с шаблоном проектирования MVC (модель-представление-контроллер), реализованное на основе JavaServer Pages.

Внедрение осуществлялось путём создания обёртки (шаблон проектирования адаптер [2]) библиотеки ExtJS [1] для использования в качестве представления в контроллере веб-приложения.

ExtJS – это JavaScript библиотека для разработки интерактивных пользовательских интерфейсов в веб-приложениях, которая:

1. является кросс-браузерной,
2. позволяет легко создавать динамические веб-страницы на основе AJAX,
3. предоставляет широкий набор анимированных графических компонентов (окна, формы, меню, таблицы, деревья),
4. предоставляет удобный интерфейс для работы с локальным хранилищем данных, cookies, xml и json.

В ходе работы с ExtJS набор полей ввода в формах и таблицах был расширен полем выбора кода различных классификаторов (ОКПО, ОКВЭД и др.), которое реализовано на JavaScript библиотеке dojo [3].

Переход на новый интерфейс осуществлялся без затрагивания модели приложения. В результате внедрения библиотеки ExtJS получена возможность динамического редактирования и обновления данных на веб-страницах (передача данных происходит в фоновом режиме, без полного обновления страницы), а также возможность переноса проверки введенных пользователем данных на клиентскую сторону веб-приложения. При этом полученные возможности не требуют никакой работы с

JavaScript и AJAX, так как ExtJS предлагает прозрачный интерфейс для работы с данными и их представлением, а разработанный адаптер позволяет работать с этим интерфейсом (уже на языке Java), учитывая потребности самого веб-приложения.

Литература

1. Ext JS 4.1.2 API Documentation.
<http://docs.sencha.com/ext-js/4-1/#!/api>
2. *Freeman E., Sierra E.K., Bates B.* Head First Design Patterns. – O'Reilly. 2004.
3. The Dojo Toolkit API Documentation. <http://dojotoolkit.org/api/>

УДК 004.457

Реализация комплексного программного решения для оценки психофизиологического состояния оператора

С.Х. Шайхлисламов

Московский физико-технический институт (государственный университет)
sha-sabir@yandex.ru

В работе рассматриваются вопросы реализации программного решения для использования современных методов кардиоинтервалографии в оценке психофизиологического состояния человека – оператора. Целью работы является исследование и реализация программного комплекса, объединяющего доступные (в продаже) датчики измерения сердечного ритма, смартфон (как пульт управления и монитор состояния оператора, рекомендаций для него) и вычислительно-аналитический сервер для расчета показателей в реальном времени по существующим математическим моделям кардиоинтервалографии [1–3].

Каждый пользователь обладает набором измерительных датчиков, которые подключены к мобильному устройству (смартфону). Все данные, записываемые во время занятий оздоровительной физической культурой (бег, езда на велосипеде, плавание, ходьба, прогулки и др.), аккумулируются мобильным устройством и транслируются на сервер для последующего их хранения, обработки и сравнительного анализа, выработки рекомендаций по коррекции состояния здоровья пользователя. Полученные выводы доступны специалистам и самому пользователю через смартфон и в их «личных кабинетах» на сайте.

Планируется проведение апробации сервисов системы в Московском физико-техническом институте (МФТИ) на базе кафедры физической культуры; профилактория, прохождение лечебного курса в котором будет способствовать укреплению здоровья, повышению иммунитета, адаптационных возможностей, расширению функциональных резервов организма и увеличению работоспособности с рекомендациями для каждого студента индивидуальной схемы процедур с учетом его состояния здоровья; поликлиники МФТИ; медико-биологических подразделений МФТИ и др.

Литература

1. *Макац В.Г., Макац Д.В., Макац Е.Ф., Макац Д.В.* Основы вегетативной биодиагностики (ВВД) по В. Макацу. Прототипы ВВД – электропунктурные диагностики и кардиоинтервалография. – <http://www.medlinks.ru/article.php?sid=41522>
2. *Котенко Н.В.* диссертация на соискание ученой степени кандидата медицинских наук. – М., Метаболические нарушения и их коррекция у беременных с избыточным весом и ожирением: 2011.

3. *Снежницкий В.А.* Методологические аспекты анализа сердечного ритма в клинической практике // Медицинские новости. – 2004. – № 9. – С. 37–43.

УДК 004.031.42

Среда интеграции данных научных библиотек, архивов и музеев

О.М. Атаева

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
ataevaoli@inbox.ru

Одной из важных современных тенденций развития информационного пространства является тенденция на интеграцию разнородных ресурсов в рамках распределенных информационных систем, в том числе распределенных электронных библиотек.

Основной архитектурный принцип этих систем – децентрализованное создание и хранение цифровых данных в сочетании с централизованной базой метаданных, а также общими сервисами навигации и поиска во всем распределенном информационном пространстве. При этом метаданные могут и должны также храниться на сервере участника, обеспечивая более специфические возможности поиска в локальной системе.

Наиболее развитой и универсальной информационно-технологической средой для проектов интеграции электронных коллекций научной и культурной информации, прежде всего создаваемых в академической среде, является портал «Libmeta» созданный коллективом специалистов Вычислительного центра РАН. Портал «Libmeta», – это стандартизированная и децентрализованная среда управления информацией электронных фондов, разработанная для интеграции ресурсов институтов памяти (библиотек, архивов и музеев), содержащих объекты научного наследия и связанными с ними метаданными из различных источников, облегчающая обмен информацией и ее совместное использование посредством интернета.

Система поддерживает следующие основные типы ресурсов: предметы (музейные), единица описания (архивы) и дополнительные типы ресурсов, такие как организация, персона, публикация, проект и различные рубрикаторы и классификаторы. Требование стандартизации метаданных физических музейных предметов и их мультимедийных (фото, видео, аудио) представлений привело к созданию дополнительных прикладных профилей поддержки музейной деятельности. В LibMeta также поддерживаются коллекции, которые позволяют хранить классические ресурсы (архивные, музейные) и иметь любые вложенные наборы объектов (выставочные, выездные, по хранению и пр.).

Стандарты – одна из ключевых составляющих инфраструктуры данных институтов памяти. Они задают язык и правила взаимодействия участников, без которых это взаимодействие невозможно. Введение стандартов обеспечивает совместимость на уровне данных и программных средств, позволяет избежать потерь информации и открывает новые возможности по интеграции данных и их совместной обработке. Существенное различие во внутренних моделях данных, используемых в различных музеях, библиотеках и архивах, является главной проблемой на пути решения задачи интеграции данных [1], [2]. Для преодоления этой проблемы в решаемой задаче интеграции данных было предложено участникам экспортировать метаданные из своего внутреннего формата в формат на базе Dublin Core с применением синтаксиса XML,

так как во внутренних используемых форматах удается выделить общую часть, которая ложится в рамки предложенного формата.

Основой для описания схем метаданных в LibMeta служат технологии Semantic Web. В Semantic Web широко используется язык RDF, а также его специализация для описания онтологий – OWL. Логичным является выбор RDF как языка обмена метаданными между системами. Кроме того, для интеграции с универсальными агрегаторами в СУЭБ LibMeta поддерживается взаимодействие по протоколу OAI-PMH [3], базирующемся на использовании стандарта Dublin Core [4].

Портал «Libmeta» является результатом научно-исследовательской работы, проводимой при поддержке РФФИ, и объединяет АИС нескольких участников, а именно НПБ им К.Д. Ушинского, Государственного Дарвиновского музея, ГПНТБ России, Архива РАН, БЕН РАН. Используются ключевые, международные стандарты, применяемые при разработке СУЭБ. В проекте реализованы средства интеграции приложений с разными источниками/каталогами метаданных/данных, сервис директорий метаданных, унифицированный интерфейс поиска данных. Особое внимание уделено стандартам и методам реализации платформы для создания распределенной среды интеграции неоднородных источников данных электронных фондов институтов памяти. Настоящая работа поддерживается грантом РФФИ № 11-07-00331-а.

Литература

1. Антопольский А.Б. Вопросы интеграции библиотек, архивов и музеев по научному наследию // Информационное обеспечение науки: новые технологии. – 2011.
2. Антопольский А.Б., Каленкова А.А., Каленов Н., Серебряков В.А., Сотников А. Принципы разработки интегрированной системы для научных библиотек, архивов и музеев // Информационные ресурсы России. – 2012. – № 1(125).
3. Бездушный А.Н., Бездушный А.А., Серебряков В.А., Филиппов В.И. Интеграция метаданных Единого Научного Информационного Пространства РАН. – М.: ВЦ РАН. – 2006.
4. The Dublin Core Metadata Element Set: an American national standard // Dublin core metadata initiative. <http://dublincore.org/documents/dces/>.

УДК 528.9:004.65

Построение прикладных приложений на базе портала «Геомета» на примере приложения по особо охраняемым природным территориям

К.Б. Теймуразов

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

la-miptconf@intring.ru

Портал «Геомета» создавался для решения «общих» задач: сбор, хранение, поиск и отображение ресурсов, метаданных о ресурсах и прикладных схем. В рамках портала реализованы соответствующие сервисы. Требований к данным, за исключением требования соответствия стандартам, не накладывается.

Конечным пользователям, как правило, требуются приложения для работы с конкретными прикладными областями. В рамках соответствующих прикладных областей существуют свои дополнительные требования и ограничения, возникают дополнительные связи.

Очевидно, что любая «общая» система может работать с «частными». Но, как правило, делает это менее эффективно, в частности, за счет того, что невозможно учесть дополнительные требования и данные.

Таким образом, возникает задача по созданию конкретных приложений в рамках портала.

«Конкретизация» приложения под предметную область состоит в создании специализированной для данной области прикладной схемы, создания физического хранилища, учитывающего вид прикладной схемы, создание интерфейсов для работы с этими ресурсами.

Естественно, что любая система создания прикладных приложений будет обладать недостатками, присущими «общим» системам по сравнению с «конкретными». Однако они будут менее выраженными.

В рамках портала «Геомета» создано хранилище прикладных схем, соответствующее форматам ISO. Разработка хранилища ресурсов для прикладных приложений ведется на основании прикладной схемы, которая также соответствует требованиям ISO. Таким образом, первая решаемая задача — автоматизация создания хранилища ресурсов по имеющейся прикладной схеме.

Автоматизация создания приложения заключается в автоматическом создании структуры хранилища данных, включая таблицы данных, метаданных и заполнение таблиц метаданных.

Портал «Геомета» работает с георесурсами посредством геосервера. Геосервер воспринимает в качестве хранилища георесурсов как шейп-файлы, так и базы данных, включая постгис. Прикладные схемы смогут описывать достаточно сложные структуры данных, в то время как хранилище данных геосервера должно быть простым: каждому ресурсу соответствует единственная таблица, содержащая и координаты, и атрибуты. Таким образом, при построении физического хранилища требуется создать сложную структуру данных и набор представлений для предоставления геосерверу таблиц данных, с которыми он способен работать.

Одновременно возникают задачи поиска: поиск ресурсов по их атрибутам. Это включает возможность вывода данных о том, какие типы ресурсов содержатся в базе данных, а также какие возможные атрибуты для поиска у них существуют.

Соответственно автоматизация построения прикладного приложения включает в себя создание таблиц метаданных: список ресурсов, списков атрибутов, а также интерфейсы для осуществления поиска, включая веб-страницы и процедуры поиска на уровне СУБД.

Первым приложением, созданным по указанной методике, является проект по особо охраняемым природным территориям.

Прикладная схема проекта создана на базе европейской инициативы INSPIRE с расширением схемы для поддержки требований ФЗ «Об особо охраняемых природных территориях», реализовано физическое хранилище данных на базе этой схемы, а также интерфейсы для поисковых запросов.

В результате работы выявлена методика и реализованы механизмы, позволяющие создавать сложные реляционные хранилища географических данных на основе разработанных прикладных схем. Создаваемые при этом надстройки над созданными хранилищами позволяют работать portalу «Геомета», в рамках его архитектуры реализовывать интерфейсы без настройки ядра портала под каждую прикладную задачу.

Литература

1. *Кошкарев А.В.* Директива INSPIRE и национальные инициативы по ее реализации [HTML] (<http://www.gisa.ru/54638.html>).
2. Концепция создания и развития инфраструктуры пространственных данных Российской Федерации от 25 августа 2006 г. № 1465 [DOC] (<http://www.gisa.ru/file/file780.doc>).
3. Федеральный закон № 33-ФЗ «Об особо охраняемых природных территориях» от 14 марта 1995 г. (по состоянию на 01.01.2010) [HTML] (<http://www.legis.ru/misc/doc/312/>).
4. ISO 19109. Geographic information – Rules for application schema (Правила для прикладных схем).

Секция структурных методов статистики и оптимизации

УДК 517.977.8

Применение методов выпуклой оптимизации для решения седловых задач оптимального управления

П.Е. Двуреченский¹, Ю.Е. Нестеров²

¹Московский физико-технический институт (государственный университет), ²Catholic University of Louvain
pavel.dvurechensky@gmail.com

В теории дифференциальных игр рассматриваются задачи управления системой с динамикой, заданной дифференциальным уравнением, в условиях помехи, неопределенности или конфликта. В частности, рассматриваются игры двух лиц с противоположными интересами. Каждый из игроков выбирает некоторое свое управляющее воздействие на систему, стремясь достичь своей цели. В докладе рассматривается класс игр с линейной динамикой на конечном интервале времени и выпукловогнутому целевому функционалу, состоящим из интегрального слагаемого, зависящего от управлений игроков и слагаемых, зависящих от положения системы в фиксированном конечном наборе моментов времени. Первый игрок стремится минимизировать значение функционала путем выбора своего управления, второй – максимизировать. Рассматривается задача поиска оптимального гарантированного результата для каждого из игроков, которая сводится задаче поиска седловой точки функционала на прямом произведении двух пространств функций, зависящих от времени. В предположении, что седловая точка существует, в докладе предлагается численный метод поиска цены игры (значения функционала в седловой точке), а также оптимальных стратегий управления для каждого из игроков. Метод строится следующим образом. В [1] предложен эффективный прямодвойственный метод решения выпуклых конечномерных задач оптимизации и показано, что он может быть применен для решения конечномерных седловых задач с точностью ε за $O\left(\frac{1}{\varepsilon^2}\right)$ итераций. Дифференциальное уравнение динамики в рассматриваемой в докладе задаче сводится к линейному ограничению типа равенства. Это позволяет применить принцип Лагранжа и добавить ограничения в целевой функционал. Для получившейся эквивалентной задачи строится двойственная, которая оказывается конечномерной седловой задачей. Для решения двойственной задачи применяется указанный прямодвойственный метод. По информации, генерируемой при решении двойственной задачи, восстанавливается приближенное решение прямой задачи – цена игры и оптимальные стратегии. Производится оценка погрешности вычисления цены игры и невязки в линейных ограничениях. Доказывается, что описанная конструкция позволяет находить приближенное решение исходной задачи с точностью ε за $O\left(\frac{1}{\varepsilon^2}\right)$ итераций. Этот подход также может быть применен для решения задач с ограничениями типа попадания фазового вектора системы в некоторые заданные моменты времени на некоторые заданные выпуклые компакты.

Работа выполнена в рамках лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании (ПреМоЛаб), ФУПМ МФТИ, грант Правительства РФ дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. *Nesterov Yu.* Primal-dual subgradient methods for convex problems // *Mathematical Programming.* – 2009. – V. 120, N 1. – P. 221–259.

УДК 519.246.8, 519.234

Использование универсальных компрессоров для обнаружения структурных изменений во временных рядах

А.Л. Суворикова

Московский физико-технический институт (государственный университет)
a.suvorikova@gmail.com

На сегодняшний день в различных областях анализа данных возникает задача обнаружения структурных изменений (разладок) исследуемого процесса. Например, мониторинг динамики показателей датчиков сейсмической активности используется для выявления предвестников землетрясений, что в свою очередь помогает предсказывать появление самих землетрясений. В основе решения таких задач лежит предположение о том, что разладка проявляется в изменении вероятностных характеристик наблюдаемого процесса (изменение среднего, дисперсии и т.д.). Обзор существующих подходов к наискорейшему обнаружению разладок можно найти в [1], [2].

Следует отметить, что изменение параметров вероятностного распределения, которое порождает данные, не всегда влечет за собой изменение наблюдаемых характеристик. Поэтому необходим метод, позволяющий обнаруживать изменения вида самого распределения. В данной работе предлагается один из возможных способов, основанный на обработке данных универсальным компрессором. Прежде чем подробнее останавливаться на его описании, необходимо ввести основные понятия.

A – конечный алфавит ($|A| = m < +\infty$),

$P(\cdot)$ – истинная (неизвестная) функция распределения, заданная на множестве A ,

$\bar{x}(n) = (x_1 x_2 \dots x_n) \in A^n$ – обучающая последовательность, $\bar{x}(n) : x_i \sim P(\cdot)$,

$\tilde{P}(\cdot|\bar{x}(n))$ – эмпирическая функция распределения на A , построенная по $\bar{x}(n)$,

$\bar{y} = (y_1 y_2 \dots y_l) \in A^l$ – тестовая последовательность, $y_i \in A$,

$cr(\bar{y}|\bar{x}(n)) \triangleq -\log_2\{\tilde{P}(\bar{y}|\bar{x}(n))\}$ – коэффициент сжатия (*compression rate*).

В рамках данной работы для оценки параметров статистической модели $\tilde{P}(\cdot|\bar{x}(n))$ предлагается использовать арковские цепи переменного порядка. Их моделирование происходит при помощи универсальных компрессоров: РРМ, СТW и т.д. [3]. Для построенной с их помощью эмпирической функции распределения $\tilde{P}(\cdot|\bar{x}(n))$ выполняется следующее условие [4]:

$$\left\{ \begin{array}{l} cr(\bar{y}|\bar{x}(n)) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \min, y_j, x_i \sim P(\cdot), \\ cr(\bar{y}|\bar{x}(n)) \not\xrightarrow{n \rightarrow \infty} \min, y_j \sim Q(\cdot) \neq P(\cdot), x_i \sim P(\cdot). \end{array} \right. \quad (1)$$

Предложенный метод обнаружения структурных изменений заключается в том, что:

1. На каждом шаге n исследуемые данные $\bar{x}(N) = (x_1 x_2 \dots x_n x_{n+1} \dots x_N)$ разбиваются на обучающее $\bar{x}_{training}(n) = (x_1 x_2 \dots x_n)$ и тестовое $\bar{x}_{test}(l) = (x_{n+1} \dots x_{n+l})$, $n + l \leq N$ множества.

2. Строится $\tilde{P}(\cdot|\bar{x}_{training}(n))$ и оценивается $y_n = cr(\bar{x}_{test}(l)|\bar{x}_{training}(n))$.
3. С учетом (1), предполагается, что разладка в ряде $\bar{x}(N)$ повлечет за собой существенное изменение уровня тренда в ряде $\bar{y} = (y_1 y_2 \dots y_{N-l})$.

Был проведен ряд экспериментов, где в качестве исследуемых данных использовались художественные произведения различных авторов. Временной ряд моделировался как конкатенация двух отрывков из романов, написанных разными авторами. Структурное изменение в таком ряде – смена авторства. В большинстве случаев оно было заметно на глаз. Пример зависимости коэффициента сжатия от номера шага n показан на рис. 1. Вертикальная линия – граница раздела между текстами. Белая линия – линия тренда.

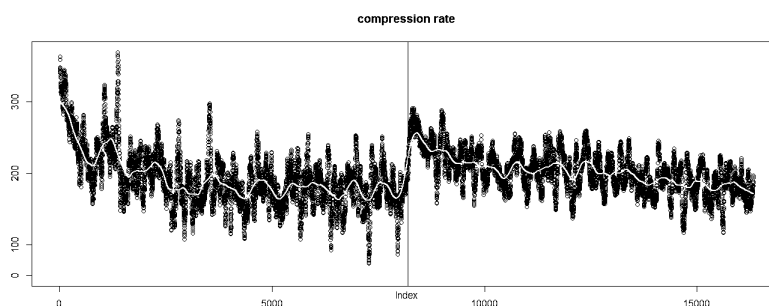


Рис. 1.

Литература

1. *Basseville M., Nikiforov I.V.* Detection of Abrupt Changes: Theory and Application. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993. – p. 469.
2. *Ширяев А.Н.* Вероятностно-статистические методы в теории принятия решений. – М.: МЦНМО, 2011. – 144 с.
3. *Begleiter R., El-Yaniv R., Yona G.* On prediction Using Variable Order Markov Models. // Journal of Artificial Intelligence Research. – 2004. – N 22. – P. 385–421.
4. *Rissanen J.* Universal Coding, Information, Prediction and Estimation. // IEEE Transactions on Information Theory. – 1984. – V. IT-30, N 4. – P. 629–636.

УДК 519.23+519.226

Оракульное неравенство для метода экспоненциального взвешивания упорядоченных оценок

Е.А. Крымова

Институт проблем передачи информации РАН им. А.А. Харковича, Московский физико-технический институт (государственный университет), Компания Datadvance, PreMoLab

ekkrym@gmail.com

В работе рассматривается задача восстановления неизвестного вектора $\bar{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_n)$ по зашумленным наблюдениям:

$$Y_i = \mu_i + \sigma \xi_i, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

где ξ_i – белый шум, уровень шума $\sigma > 0$ считается известным. Будем рассматривать линейные оценки вида $\hat{\mu}_i^h = h_i Y_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, где $h \in H$ и H некоторое множество. Риск некоторой оценки $\hat{\mu}^h(Y)$ определяется следующим образом:

$$r(\hat{\mu}, \mu) = E_{\mu} \|\hat{\mu}(Y) - \mu\|^2,$$

здесь E_μ – математическое ожидание по мере, порожденной наблюдениями.

Нетрудно показать, что средне-квадратичный риск оценки $\hat{\mu}^h(Y)$ имеет вид

$$R(\hat{\mu}^h(Y), \mu) = \|(1-h)\mu\|^2 + \sigma^2 \|h\|^2.$$

Очевидно, что риск зависит от $h \in H$ и можно найти его минимум по множеству H . Такая величина называется риском оракула: $r^H(\mu) = \min_{h \in H} R(\hat{\mu}^h(Y), \mu)$.

Необходимо построить оценку вектора $\bar{\mu}$ на основе семейства линейных оценок $\hat{\mu}^h(Y) = hY$, $h \in H$ такую, чтобы ее риск был бы близок к риску оракула.

В данной работе предполагается, что множество H состоит из упорядоченных множителей, то есть

1. $h_i \in [0, 1]$, $i = 1, \dots, n$ для всех $h \in H$.
2. $h_{i+1} \in h_i$, $i = 1, \dots, n$ для всех $h \in H$.
3. Если для некоторого натурального k и некоторых $h, g \in H$ выполнено $h_k < g_k$, тогда $h_i < g_i$ для всех $i = 1, \dots, n$.

Нашей целью является вывод оракульных неравенств, позволяющих контролировать риск в случае агрегации оценок из упорядоченного семейства множеств с использованием экспоненциального метода взвешивания. Этот способ агрегации имеет долгую и интересную историю и берет начало в [1]. Он основан на вычислении выпуклой комбинации оценок из некоторого семейства $h \in H$ с весами $\sum_{h \in H} w^h(Y) = 1$.

Новая оценка имеет вид $\hat{\mu}(Y) = \sum_{h \in H} w^h(Y) \hat{\mu}^h(Y)$.

Будем использовать веса $w^h(Y)$ вида $w^h(Y) = \pi^h \exp[-\frac{r(Y, \hat{\mu}^h)}{2\beta\sigma^2}] / Z$. В этом выражении за $\bar{r}(Y, \hat{\mu}^h)$ обозначена несмещенная оценка риска оценки $\hat{\mu}^h(Y)$

$$\bar{r}(Y, \hat{\mu}^h) = (1-h)Y^2 + 2\sigma^2 h_1 - \sigma^2 n$$

и π^h – априорные веса специального вида. Будет показано, что экспоненциальное взвешивание позволяет улучшить неравенство Кнайпа [2], точнее справедлива следующая теорема об оценке сверху риска $\bar{\mu}(Y)$, которая является основным результатом работы.

Теорема. Пусть $\beta \geq 4$. Тогда, равномерно по $\mu \in \mathbb{R}^n$, выполнено неравенство

$$E_\mu \bar{\mu} - \mu^2 \leq r^H(\mu) + 2\beta\sigma^2 \log\left[\frac{r^H(\mu)}{\sigma^2} + \Psi\left(\frac{r^H(\mu)}{\sigma^2}\right)\right],$$

где $\Psi(x) > 0$, $x \geq 0$ – неубывающая функция, ограниченная в нуле, такая, что $\Psi(x) \leq \frac{Cx}{\log(x)}$.

Отметим, что в отличие от результата, приведенного в [3], данная верхняя оценка не зависит ни от размерности множества H ни от n . Приведенная оценка имеет такую же структуру, как и оракульное неравенство Кнайпа.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, МФТИ, грант правительства РФ дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. *Nemirovski A.* Topics in non-parametric statistics. Lectures Notes in Math. – Berlin: Springer-Verlag, 2000.
2. *Kneip A.* Ordered linear smoothers // Annals of Stat. – 1994. – N 22. – P. 835–866.
3. *Dalayan A., Salmon J.* Sharp oracle inequalities for aggregation of affine estimators. – arXiv:1104.3969v2.

УДК 519.2

Теорема Бернштейна–фон Мизеса для гиперпараметров гауссовской модели

Н.П. Балдин¹, В.Г. Спокойный^{1,2,3}

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)

²Weierstrass-Institute for Applied Analysis and Stochastics

³Humboldt University

nick.baldin@yandex.ru

В 2011 году в работе [1] была предложена мажоризационная техника, которая позволяет использовать квадратичную аппроксимацию (мажоризацию) эмпирического процесса. Уникальность результатов в том, что теория допускает мисспецификацию модели и применима для фиксированных размерностей выборок. Только в нескольких работах [2–3] применяется не асимптотический подход. Цель данной работы заключается в том, чтобы расширить область применения подхода на случай гладкого априорного распределения гиперпараметра для гауссовского распределения параметра и показать справедливость теоремы для апостериорного распределения гиперпараметра.

Данные Y случайны, описываются некой мерой P . Параметрическое предположение, что мера из семейства $P \in (P_\theta, \theta \in \Theta \subseteq \mathcal{R}^p) \ll \mu_0$, где μ_0 — произвольная доминирующая мера. Лог-функция правдоподобия имеет вид $L(\theta) = \log \frac{dP_\theta}{d\mu_0}(Y)$. Для данной функции мы имеем истинное значение параметра модели θ^* . Апостериорное распределение параметра есть $\vartheta|Y \propto \exp L(\theta) \Pi(d\theta)$, где $\Pi(d\theta)$ — априорное распределение параметра.

Теорема Бернштейна–фон Мизеса: для любого борелевского множества A

$$P(D(\vartheta - \theta^*) \in A|Y) \approx \Phi(\xi, A),$$

где $D^2 = -\nabla^2 EL(\theta^*)$ и $\xi = D^{-1}\nabla L(\theta^*)$. В задачах регуляризации вводится штраф за сложность модели, чтобы избежать переобучения. При введении штрафующего члена лог-функция правдоподобия $L_{\varkappa}(\theta) = L(\theta) - \text{pen}(\varkappa)$. Аналогичным образом выглядят оценки параметров θ_{\varkappa}^* . В данной работе используется квадратичный тип регуляризации. И главный вопрос в задачах регуляризации — это как правильно выбрать степень регуляризации модели; см. [4–5]. Основная идея работы заключается в том, чтобы рассмотреть совместную лог-функцию правдоподобия $L(\varkappa, \theta)$ и ее оценку максимума правдоподобия (θ^*, \varkappa^*) и показать справедливость теоремы для параметров (\varkappa, θ) , а затем спроецировать результат на \varkappa . Подход заключается в том, чтобы рассмотреть иерархическую модель

$$Y|\theta \sim \mathcal{N}(\theta, \sigma^2 I),$$

$$\vartheta|\varkappa \sim \mathcal{N}(0, \varkappa^{-1} G^2),$$

$$\varkappa \sim \pi(d\varkappa)$$

и показать концентрационные свойства гиперпараметра \varkappa вокруг истинного значения \varkappa^* . Результат работы: показана справедливость теоремы для гиперпараметра при определенных условиях. Рассмотрены примеры, худшие случаи, когда теорема должна не выполняться. Показана зависимость концентрационных свойств от априорного распределения гиперпараметра модели. Рассмотрены случаи неинформативного и экспоненциальных распределений.

Автор поддержан Лабораторией структурных методов анализа данных и оптимизации в предсказательном моделировании «ПреМоЛаб» грант правительства РФ, дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. *Spokoiny V.* Parametric estimation. Finite sample theory // Ann. Stat. – 2011. – V. 150.
2. *Boucheron S., Massart P.* A high-dimensional wilks phenomenon. Probability // Theory and Related Fields. – 2011. – V. 150 – P. 405–433. 10.1007/s00440-010-0278-7.
3. *Boucheron S., Gassiat E.* A Bernstein-von Mises theorem for discrete probability distributions. Electron // J. Stat. – 2009. – V. 3 P. 114–148.
4. *Birge L., Massart P.* Gaussian model selection // J. Eur. Math. Soc. (JEMS). – 2001. – V. 3(3). – P. 203–268.
5. *Birge L., Massart P.* Minimal penalties for Gaussian model selection. Probab // Theory Relat. Fields. – 2007. – V. 138(1–2). – P. 33–73.

УДК 519.2

Равномерные свойства локальной оценки максимального правдоподобия

М.М. Жилова^{1,3,4}, В.Г. Спокойный^{1,2,3,4}

¹Weierstrass Institute

²Humboldt University Berlin

³Московский физико-технический институт (государственный университет)

⁴Лаборатория структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании
zhilova@wias-berlin.de

Идея локального оценивания заключается в том, чтобы ослабить глобальное параметрическое условие на модель, предполагая его выполнение только в локальной окрестности аргумента неизвестной функции. Локализация функции правдоподобия позволяет получить локальную оценку максимального правдоподобия (ОМП) при условии глобального параметрического предположения. В докладе показаны неасимптотические свойства локальной ОМП, равномерные по локальному аргументу, такие как концентрация вблизи истинного параметра и покрытие истинного параметра доверительным множеством. Результаты были получены на основе общего неасимптотического подхода [1] с использованием локального квадратичного брейкетинга и верхней функции для приращения функции правдоподобия.

Введем следующие параметрические предположения.

1. $f(\cdot) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ – неизвестная функция, параметризованная с помощью p -мерного вектора, $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^p$, $\theta^* \in \Theta$ – истинный параметр, такой, что $f(\cdot) = f(\cdot, \theta^*)$.
2. X_1, \dots, X_n – детерминированные регрессоры.

3. Y_1, \dots, Y_n – независимые случайные наблюдения, имеющие распределения $P_{f(X_i)}$ из регулярного семейства $\{P_u, u \in U \subset \mathbb{R}\}$.

Локальная функция правдоподобия определяется как взвешенная сумма логарифмических функций правдоподобия для каждого наблюдения:

$$L(\theta, x) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^n l_i(\theta) w_i(x),$$

где $l_i(\theta) \stackrel{\text{def}}{=} \log \frac{dP_{f(X_i, \theta)}}{d\mu_0}(Y_i)$, $w_i(x) \stackrel{\text{def}}{=} K\left(\frac{x-X_i}{h}\right)$ – весовые функции, $h > 0$ – фиксированный параметр сглаживания, $0 \leq K(x) \leq 1$, $K(x) = K(-x)$, $\int_{-\infty}^{+\infty} K(x) dx = 1$.

Сглаженная таким образом функция правдоподобия дает в окрестности каждой точки x из ограниченного множества $\mathcal{X} \subset \mathbb{R}$ локальную оценку максимального правдоподобия:

$$\tilde{\theta}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{argmax}_{\theta \in \Theta} L(\theta, x).$$

Введем новый параметр $v \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} \theta \\ x \end{pmatrix} \in \Theta \times \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^{p+1}$, $\tilde{v}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} \tilde{\theta}(x) \\ x \end{pmatrix}$, $x_0 \in \mathcal{X}$ – фиксированная точка, $\Upsilon_0(x_0, r) \stackrel{\text{def}}{=} \{v : \|V(x_0)(v - v^*(x_0))\| \leq r\}$ – локальная эллиптическая окрестность с центром $v^*(x_0) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} \theta^* \\ x_0 \end{pmatrix}$ и радиусом r . \mathcal{X}_M – ε -сеть на \mathcal{X} , $\#\mathcal{X}_M = M$. На случайном множестве $C(x_0, r) \subset \bigcup_{x: \tilde{v}(x) \in \Upsilon_0(x_0, r)} \{\tilde{v}(x) \in \Upsilon_0(x_0, r)\}$ справедливо

$$\begin{aligned} \sup_{x: \tilde{v}(x) \in \Upsilon_0(x_0, r)} \left\| D_\varepsilon(x_0) \left(\tilde{\theta}(x) - \theta^* \right) - \xi_\varepsilon(x_0) \right\|^2 &\leq \\ &\leq 2\Delta(x_0, r), \end{aligned}$$

где $P\left(\sup_{x_0} \Delta(x_0, r) > z(y, \cdot)\right) \leq e^{-y}$, $z(y, \cdot)$ – детерминированная функция $\cong \operatorname{const}(\varepsilon)$

$((p+1) + y + \log M)$ для не слишком большого y ,

$D^2(x_0) \stackrel{\text{def}}{=} \alpha \nabla_\theta^2 EL(\theta^*, x_0)$ – аналог информации Фишера, $\xi(x_0) \stackrel{\text{def}}{=} D^{-1}(x_0) \nabla_\theta L(\theta^*, x_0)$, $\alpha > 0$ – фиксированные константы.

Следующим шагом показано, что вероятность попадания $\tilde{v}(x)$ в окрестность $\Upsilon_0(x_0, r)$, на которой справедливы локальные результаты, велика ($\cong 1 - e^{-y}$) равномерно по x и x_0 .

В приведенных рассуждениях параметр сглаживания h фиксирован. В дальнейшем планируется расширить результаты до равномерных также по h .

Литература

1. *Spokoiny V.* Parametric estimation. Finite sample theory // Annals of Statistics. – 2008.
2. *Fan J. [et al.]*. Local polynomial modelling and its applications. – Chapman and Hall, 1996. – P. 341.

Работа выполнена при поддержке лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, грант Правительства Российской Федерации № 11.G34.31.0073.

УДК УДК 519.2

Теорема Бернштейна-фон Мизеса для гиперпараметров гауссовской модели

Н.П. Балдин¹, В.Г. Спокойный^{1,2,3}

¹«ПреМоЛаб», Московский физико-технический институт (государственный университет),

²Weierstrass-Institute for Applied Analysis and Stochastics, Berlin, ³Humboldt University,

Berlin

nick.baldin@yandex.ru

В 2011 году в работе [1] была предложена мажоризационная техника, которая позволяет использовать квадратичную аппроксимацию (мажоризацию) эмпирического процесса. Уникальность результатов была в том, что теория допускает мисспецификацию модели и применима для фиксированных размерностей выборок. Только в нескольких работах [2–3] применяется не асимптотический подход. Цель данной работы заключается в том, чтобы расширить область применения подхода на случай гладкого априорного распределения гиперпараметра для Гауссовского распределения параметра и показать справедливость теоремы для апостериорного распределения гиперпараметра.

Данные Y случайны, описываются некой мерой P . Параметрическое предположение, что мера из семейства $P \in (P_\theta, \theta \in \Theta \subseteq \mathcal{R}^p) \ll \mu_0$, где μ_0 – произвольная доминирующая мера. Лог-функция правдоподобия имеет вид $L(\theta) = \log \frac{dP_\theta}{d\mu_0}(Y)$. Для данной функции мы имеем истинное значение параметра модели θ^* . Апостериорное распределение параметра есть $\vartheta | Y \propto \exp\{L(\theta)\}\Pi(d\theta)$, где $\Pi(d\theta)$ – априорное распределение параметра.

Теорема Бернштейна-фон Мизеса: для любого борелевского множества A

$$P(D(\vartheta - \theta^*) \in A | Y) \approx \Phi(\xi, A)$$

где $D^2 = -\nabla^2 EL(\theta^*)$ и $\xi = D^{-1}\nabla L(\theta^*)$

В задачах регуляризации вводится штраф за сложность модели, чтобы избежать переобучения. При введении штрафующего члена лог-функция правдоподобия $L_\varkappa(\theta) = L(\theta) - \text{pen}(\varkappa)$. Аналогичным образом выглядят оценки параметров θ_\varkappa^* . В данной работе используется квадратичный тип регуляризации. И главный вопрос в задачах регуляризации – это как правильно выбрать степень регуляризации модели; см. [4–5]. Основная идея работы заключается в том, чтобы рассмотреть совместную лог-функцию правдоподобия $L(\varkappa, \theta)$ и ее оценку максимума правдоподобия (θ^*, \varkappa^*) и показать справедливость теоремы для параметров (\varkappa, θ) а затем спроецировать результат на \varkappa . Подход заключается в том, чтобы рассмотреть иерархическую модель

$$\begin{aligned} Y | \theta &\sim \mathcal{N}(\theta, \sigma^2 I), \\ \vartheta | \varkappa &\sim \mathcal{N}(0, \varkappa^{-1} G^2), \\ \varkappa &\sim \pi(d\varkappa) \end{aligned}$$

и показать концентрационные свойства гиперпараметра \varkappa вокруг истинного значения \varkappa^* . Результат работы: показана справедливость теоремы для гиперпараметра при определенных условиях. Рассмотрены примеры, худшие случаи, когда теорема должна не выполняться. Показана зависимость концентрационных свойств от априорного распределения гиперпараметра модели. Рассмотрены случаи неинформативного и экспоненциальных распределений.

Автор поддержан Лабораторией структурных методов анализа данных и оптимизации в предсказательном моделировании «ПреМоЛаб» грант правительства РФ дог. 11.G34.31.0073

Литература

1. *Spokoiny V.*, Parametric estimation. Finite sample theory. Ann. Stat. – 2011.
2. *Boucheron S. and Massart P.*, A high-dimensional wilks phenomenon. Probability // Theory and Related Fields. – 150.405–433. 10.1007/s00440-010-0278-7.
3. *Boucheron S. and Gassiat E.*, A Bernstein-von Mises theorem for discrete probability distributions // Electron. J. Stat. – 2009. – 3.114–148.
4. *Birge L. and Massart P.* Gaussian model selection // J. Eur. Math. Soc. (JEMS). – 2001. – 3(3). – P. 203–268.
5. *Birge L. and Massart P.*, Minimal penalties for Gaussian model selection // Probab. Theory Relat. Fields. – 2007. – 138(1-2). – P. 33–73.

Секция теоретической информатики

УДК 519.681.4

Исследование автоматных преобразований контекстно-свободных языков

А.А. Рубцов

Московский физико-технический институт (государственный университет)
rubtsov99@gmail.com

Задача об автоматных преобразованиях КС-языков возникает при исследовании моделей обобщённо-недетерминированных автоматов (ОНА) в рамках классификации классов сложности. Модель ОНА была представлена в работах [1] и [2]. Кроме того, задача об автоматных преобразованиях КС-языков является естественной сама по себе. Хомский и Шютценберже показали, что любой КС-язык является морфическим образом пересечения языка Дика с n типами скобок с некоторым регулярным языком. Этот результат является классическим в теории формальных языков. Поскольку в рамках автоматных преобразований реализуются операции взятия морфизма и пересечения с регулярным языком, то вопрос о классификации КС-языков становится естественным вопросом для данной задачи.

Под автоматным преобразователем понимается детерминированный конечный автомат с выходом. Выход автомата зависит только от состояния, в котором находится автомат. В старой терминологии автоматный преобразователь является автоматом Мура. Автоматные преобразования регулярных языков в рамках модели ОНА исследовались в работе [3], и была получена классификация классов сложности, возникающих в рамках модели ОНА. Классы ОНА с регулярными фильтрами соответствуют либо классу *LogSpace*, либо классу *NLogSpace*, причём фильтры, соответствующие классу *LogSpace*, замкнуты относительно автоматных преобразований, то есть если регулярному фильтру соответствует класс *LogSpace*, то и автоматному преобразованию фильтра будет соответствовать данный класс.

В настоящей работе показано, что языки Дика с одним типом скобок не сводятся автоматически к языкам Дика с двумя типами скобок. Из этого факта следует жёсткость модели ОНА относительно автоматных преобразований данных фильтров — в первом случае модели ОНА соответствует класс *NLogSpace*, во втором — класс *P*. Получено обобщение теоремы Хомского–Шютценберже — любой КС-язык является образом при некотором автоматном преобразовании языка Дика с двумя типами скобок. То есть язык Дика с двумя типами скобок является КС-полным относительно автоматных преобразований.

Работа поддержана грантом РФФИ 11-01-00398.

Литература

1. Вялый М.Н. О моделях недетерминизма для двусторонних автоматов // Труды VIII международной конференции «Дискретные модели в теории управляющих систем». – М.: МаксПресс, 2009. – С. 54–60.

2. *Vyalvi M.N.* On models of a nondeterministic computation // Proc. of CSR 2009. – Springer Lecture Notes in Computer Science. – 2009. – V. 5675. – P. 334–345.
3. *Рубцов А.А.* О регулярных языках-подсказках в модели обобщённых недетерминированных автоматов // Математические модели и задачи управления: сб. научн. тр. / Моск. физ.-техн. ин-т. – М.: – 2011. – С. 61–67. ISBN 978-5-7417-0350-2.
4. *Рубцов А.А.* Исследование на жёсткость моделей обобщённых недетерминированных автоматов. // Труды 54-й научной конференции МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе». Управление и прикладная математика. – 2011. – Т. 1. – С. 61–62.
5. *Хопкрофт Дж., Мотвани Р., Ульман Дж.* Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. Изд. 2-е. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2002.
6. *Sipser M.* Introduction to the Theory of Computation. – PWS. – 1997.

УДК 519.1

Задача перечисления эйлеровых циклов в графах

М.И. Исаев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Ecole Polytechnique, France

Isaev.M.I@gmail.com

Пусть G является простым связным неориентированным графом, все вершины которого имеют четную степень. Эйлеровым циклом в графе G называется замкнутый путь, который использует все ребра G ровно один раз. Будем считать, что два эйлеровых цикла эквивалентны, если один из них является циклической перестановкой другого. Пусть $EC(G)$ обозначает число классов эквивалентности эйлеровых циклов в графе G .

Задача о точном подсчете числа эйлеровых циклов в простом неориентированном графе (т.е. графе без петель и кратных ребер) является полной для класса $\#P$ (см. [2]) и, следовательно, трудной с точки зрения теории сложности. Более того, стоит отметить, что в отличие от многих других сложных задач перечисления на графах (см., например, [1] и [6]) даже приближенные и вероятностные алгоритмы для подсчета $EC(G)$ до сих пор не были получены в литературе.

Что касается класса полных графов K_n , точное выражение $EC(K_n)$ при нечетном n неизвестно (легко видеть, что $EC(K_n) = 0$ для четных n), и получена только асимптотическая формула (см. [5]): при нечетном $n \rightarrow \infty$

$$EC(K_n) = (1 + O(n^{-1/2+\epsilon})) \cdot W,$$

$$W = 2^{\frac{(n-1)^2}{2}} \pi^{1/2} e^{-\frac{n^2}{2} + \frac{11}{12}n} n^{\frac{(n-2)(n+1)}{2}}$$

для любого фиксированного $\epsilon > 0$.

Данный доклад основан на работах [3], [4], в которых обобщен подход из [5] и получена асимптотическая формула для подсчета числа эйлеровых циклов в графах, обладающих сильными смешивающими свойствами. Искомое значение определено с точностью до мультипликативной ошибки $O(n^{-1/2+\epsilon})$.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ №11-01-00398.

Литература

1. *Sanjeev A., Kargery D., Karpinski M.* Polynomial Time Approximation Schemes for Dense Instances of NP-Hard Problems // Proceeding STOC '95 Proceedings of the twenty-seventh annual ACM symposium on Theory of computing. – 1995.
2. *Brightwell G., Winkler P.* Note ob Counting Eulerian Circuits // Proceedings of the 7th ALENEX and 2nd ANALCO 2005, ALENEX/ANALCO 2005. – Vancouver, BC, C Demetrescu, R Sedgewick and R Tamassia (eds.). – 2005. – P. 259–262. – arXiv:cs/0405067.
3. *Isaev M.* Asymptotic behaviour of the number of Eulerian circuits // Electronic Journal of Combinatorics. – 2011. – V. 18(1). – P. 219.
4. *Isaev M.* Asymptotic enumeration of Eulerian circuits for graphs with strong mixing properties // e-print: hal-00739760.
5. *McKay B.D., Robinson R.W.* Asymptotic enumeration of eulerian circuits in the complete graph // Combinatorics, Probability and Computing. – 1998. – V. 7(4). – P. 437–449.
6. *Mihail M., Winkler P.* On the number of Eulerian orientations of a graph // Algorithmica. – 1996. – V. 16. – P. 402–414.

УДК 519.177

Исследование квантового блуждания в графах Кэли

И.М. Хузиев

Московский физико-технический институт (государственный университет)

`ilnur.khuziev@yandex.ru`

- Исследовано квантовое блуждание в графах Кэли конечных абелевых групп.
- Обобщена конструкция из работы [1] для симметричной системы образующих в группе Z^n_2 .
- Получены оценки на вероятность возвращения в начальную вершину и на вероятность попадания в противоположную вершину графа.
- Вероятность возвращения в начальную вершину (за линейное время от числа ребер) для большого множества параметров отличается от единицы не более чем на обратный полином от размерности группы.
- Вероятность попадания в противоположную вершину (за линейное время от числа ребер) для некоторых параметров отделена от нуля обратным полиномом от размерности группы.
- Получены оценки для коэффициентов многочленов Кравчука.

Литература

1. *Kempe J.* Quantum Random Walks Hit Exponentially Faster // Probability Theory and Related Fields. – 2005. – V. 133(2). – P. 215–235.
2. *Moore C., Russell A.* Quantum Walks on the Hypercube // Randomization and Approximation Techniques in Computer Science. – Berlin/Heidelberg Springer, 2002. – 952 p.
3. *Китаев А., Шень А., Вялый М.* Классические и квантовые вычисления. – М.: МЦНМО – ЧеРо, 1999.

УДК 519.174.1

Снижение оценки трудоемкости приближенного решения задачи минимального k -разреза

И.В. Козлов

Московский физико-технический институт (государственный университет)
volokno@inbox.ru

Рассматривается задача поиска минимального k -разреза в графе $\min k$ -cut. Задан граф $G(V, E) : |V| = n, |E| = m$, весовая функция $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ и целое число k . Требуется найти множество ребер с минимальным суммарным весом, при удалении которых граф распадается на k компонент связности $\{V_1, \dots, V_k\}$. Данная задача является NP -трудной, если k – параметр входа [1], поэтому рассматриваются приближенные алгоритмы. Наиболее точные из существующих приближенных алгоритмов находят k -разрез с весом, не более чем в $(2 - \frac{2}{k})$ раза большим, чем минимальный. Вопрос о существовании алгоритмов с лучшей точностью приближения остается открытым.

В работе [2] рассмотрен приближенный алгоритм SPLIT из работы [3], с использованием в качестве внутренней процедуры нахождения минимального разреза вероятностный алгоритм Каргера [4], основанный на рекурсивном подсчете минимальных разрезов на подграфах. Было доказано, что получался $(2 - \frac{2}{k})$ -приближенный алгоритм для задачи $\min k$ -cut, имеющий трудоемкость $O(km\sqrt{n\log n \log n})$.

В настоящей работе предлагается схема, использующая в качестве внутренних процедур не точные, а приближенные алгоритмы, при незначительном снижении результирующей точности приближения.

Теорема. *Если в качестве внутренней процедуры в алгоритме SPLIT использовать приближенный алгоритм типа Лас-Вегас, основанный на рекурсии подграфов из работы [4], то получим 2-приближенный алгоритм для задачи $\min k$ -cut, имеющий трудоемкость $O(mk^3 \log^2 n)$, что меньше рекордной оценки из [2], если $k < \sqrt[4]{\frac{n}{\log n}}$.*

Данная оценка актуальна для графов большой размерности.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ №11-01-00398.

Литература

1. *Goldschmidt O., Hochbaum D.S.* Polynomial algorithm for the k -cut problem // Proc. 29th Ann. IEEE Symp. on Foundations of Comput. Sci. – 1988. – P. 444–451.
2. *Козлов И.В.* Об одном алгоритме решения задачи минимального k -разреза // Материалы XI Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения». – 2012. – С. 290–292.
3. *Saran H., Vazirani V.* Finding k -cuts within twice the optimal // Proc. 32nd Ann. IEEE Symp. on Foundations of Comput. Sci. – 1991. – P. 743–751.
4. *Karger D.* Random sampling in cut, flow, and network design problems // Mathematics of Operations Research. – 1999. – V 24. – P. 383–413.

УДК 51.77

О классах вложимых в $(-1, 1)$ куб конусов в задаче об оценке эластичности замещения производственных факторов

Е.Г. Молчанов

Московский физико-технический институт (государственный университет)
molch64@gmail.com

При оценке коэффициента эластичности замещения производственных факторов на микроуровне с помощью обобщенной модели Хаутеккера–Йохансена возникает задача согласованности коэффициента эластичности замещения производственных факторов ε со статистикой, приводящая к следующей проблеме моментов:

$$\exists \mu(x) \geq 0; \mu(R_+^2) < +\infty : \int_{\mathbf{R}_+^2} \theta \left(1 - (p_1^t x_1 \oplus_{\rho} p_2^t x_2) \right) \mu(dx) = y^t,$$

где $\theta()$ — функция Хевисайда, $t = 1, \dots, T$, $\rho = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}$.

В [1] было описано, что существование неотрицательной меры равносильно вопросу принадлежности вектора $y(\rho)$ конусу $\text{cone}(\mathbf{B})$, где \mathbf{B} есть множество характеристических спектров областей разрезания \mathbf{R}_+^2 CES-функциями вида $(p_1^t x_1 \oplus_{\rho} p_2^t x_2) = 1$, $t = 1, \dots, T$. Этот вопрос зависит только от структуры разрезания (спектров областей), величины ρ и статистики y^t .

В связи с этим имеет смысл изучать конические оболочки множества характеристических спектров областей разрезания \mathbf{R}_+^2 CES-функциями. В [1] и [2] было показано, что возможные множества областей разрезания \mathbf{R}_+^2 CES-функциями совпадают с возможными множествами областей разрезания \mathbf{R}_+^2 прямыми.

Определения. Назовем конус A вложимым в $(-1, 1)$ куб, если $A \cap \cap [-1, 1]^n$ — целый полиэдр. Двойственно-вложимым в $(-1, 1)$ куб назовем конус, вложимый в $(-1, 1)$ куб, двойственный к которому также вложим в $(-1, 1)$ куб.

В докладе описываются основные свойства рассматриваемых классов, а также необходимые и достаточные условия принадлежности конических оболочек областей разрезания \mathbf{R}_+^2 прямыми указанным классам.

Литература

1. Шанагин А.А. Непараметрический метод анализа технологической структуры производства // Математическое моделирование. — 1999. — Т. 11, №. 9. — С. 116–122.

Научное издание

Труды
55-й научной конференции МФТИ:

Всероссийской научной конференции «Проблемы фундаментальных и прикладных
естественных и технических наук в современном информационном обществе»
Научной конференции «Современные проблемы фундаментальных и прикладных
наук в области физики и астрономии»
Всероссийской молодежной научной конференции «Современные проблемы
фундаментальных и прикладных наук»

19–25 ноября 2012 года

Управление и прикладная математика. Том 1

Составители:

А.В. Гасников, Е.Г. Молчанов

Редакторы:

В.А. Дружинина, И.А. Волкова, О.П. Котова, Л.В. Себова

Набор и вёрстка:

*Д.М. Казённова, Е.А. Казённова, Н.Е. Кобзева, П.В. Колмаков, Н.Г. Петракова,
Е.В. Пруцкова, А.В. Рожнев, Э.Ю. Хлебус*

Подписано в печать 16.11.2012. Формат 60 × 84 $\frac{1}{16}$
Усл. печ. л. 16,75. Уч.-изд. л. 15,0. Тираж 100 экз. Заказ №313.

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт
(государственный университет)»

141707, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
E-mail: rio@mail.mipt.ru

Отдел оперативной полиграфии «ФИЗТЕХ-ПОЛИГРАФ»
141707, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
E-mail: polygraph@mipt.ru
тел. (495)408-84-30