

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)



ТРУДЫ
56-й НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ МФТИ

Всероссийской научной конференции
«Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных
наук в современном информационном обществе»

Всероссийской молодежной научно-инновационной
конференции
«Физико-математические науки: актуальные проблемы
и их решения»

25–30 ноября 2013 года

УПРАВЛЕНИЕ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
Том 1



Москва–Долгопрудный–Жуковский
МФТИ
2013

Министерство образования и науки Российской Федерации
Российская академия наук
Московский физико-технический институт
(государственный университет)
Российский фонд фундаментальных исследований

ТРУДЫ
56-й НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ МФТИ

Всероссийской научной конференции
«Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных
наук в современном информационном обществе»

Всероссийской молодежной научно-инновационной
конференции
«Физико-математические науки: актуальные проблемы
и их решения»

25–30 ноября 2013 года

УПРАВЛЕНИЕ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
Том 1

Москва–Долгопрудный–Жуковский
МФТИ
2013

УДК 519.6(06)
ББК 22.1
Т78

Т78 **Труды 56-й научной конференции МФТИ: Всероссийской научной конференции «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе», Всероссийской молодежной научно-инновационной конференции «Физико-математические науки: актуальные проблемы и их решения».** Управление и прикладная математика. Том 1. — М.: МФТИ, 2013. — 157 с.
ISBN 978-5-7417-0493-6

В первом томе представлены материалы по фундаментальной математике и различным направлениям прикладной математики, в частности, математическому моделированию в экономике, интеллектуальному анализу данных, исследованию операций, Computer Science, оптимизации.

В 2013 году на ФУПМ были открыты две новые секции. В настоящий том вошли тезисы секции «Современные методы выпуклой оптимизации», которую возглавляют всемирно известные ученые в этой области Б.Т. Поляк и Ю.Е. Нестеров. Также в этот том вошли пленарные доклады член-корреспондента РАН Ю.П. Попова (ИПМ РАН), академика РАН Ю.Г. Евтушенко (ВЦ РАН), профессора И.Е. Капорина (ВЦ РАН).

УДК 519.6(06)
ББК 22.1

Конференция поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (научные проекты РФФИ № 13-07-06050 и № 13-02-06830).

ISBN 978-5-7417-0493-6

© Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)», 2013

Программный комитет конференции

- Н.Н. Кудрявцев*, член-корреспондент РАН, ректор института — **председатель**
А.А. Муравьев, кандидат технических наук, старший научный сотрудник,
проректор по научной и инновационной работе — **заместитель председателя**
О.А. Горшков, доктор технических наук, профессор, проректор по учебной работе
— **заместитель председателя**
- М.В. Алфимов*, академик РАН — директор Центра фотохимии РАН
А.Ф. Андреев, академик РАН — заведующий кафедрой
С.Т. Беляев, академик РАН — профессор
- Е.П. Велихов*, академик РАН — Президент НИЦ «Курчатовский институт»
В.Ф. Гантмахер, член-корреспондент РАН — заведующий кафедрой
Ю.В. Гуляев, академик РАН — директор ИРЭ РАН
В.П. Иванников, академик РАН — директор ИСП РАН
А.С. Коротеев, академик РАН — директор Центра Келдыша
Н.А. Кузнецов, академик РАН — заведующий кафедрой
- В.Л. Макаров*, академик РАН, член Президиума РАН — директор ЦЭМИ РАН
В.Е. Форттов, академик РАН — Президент РАН, директор ОИВТ РАН
Б.Е. Патон, академик РАН — президент НАН Украины
В.Т. Черепин, член-корреспондент НАН Украины — директор ФТИЦ НАН
Украины
С.А. Жданок, академик НАН Беларуси
С.Н. Гаричев, доктор технических наук — декан ФРТК
М.Р. Трунин, доктор физико-математических наук — декан ФОПФ
С.С. Негодяев, кандидат технических наук — декан ФАКИ
В.М. Некипелов, профессор, доктор химических наук — декан ФМХФ
В.В. Иванов, член-корреспондент РАН — декан ФФКЭ
В.В. Вышинский, доктор технических наук, профессор — декан ФАЛТ
А.А. Шананин, доктор физико-математических наук, профессор — декан ФУПМ
А.Г. Леонов, доктор физико-математических наук, профессор — декан ФПФЭ
В.Е. Кривцов, кандидат физико-математических наук, доцент — декан ФИВТ
А.В. Мелерзанов, кандидат медицинских наук — декан ФБМФ
- П.К. Кашкаров*, доктор физико-математических наук, профессор — декан ФНБИК
К.В. Балакин, доктор химических наук — заведующий кафедрой
Ю.М. Белоусов, доктор физико-математических наук, профессор — заведующий
кафедрой
В.Н. Бондарик, кандидат технических наук — заведующий кафедрой
А.П. Иванов, доктор физико-математических наук, профессор — заведующий
кафедрой
А.В. Кваченко, кандидат технических наук — заведующий кафедрой
А.И. Кобзев, доктор философских наук, профессор — заведующий кафедрой
Э.С. Кульпин-Губайдуллин, доктор философских наук, профессор,
член-корреспондент РАЕН — заведующий кафедрой
А.В. Максимычев, доктор физико-математических наук, профессор —
заведующий кафедрой

Б.Б. Надеждин, кандидат физико-математических наук — заведующий кафедрой

В.А. Никишкин, кандидат физико-математических наук — заведующий кафедрой

И.Б. Петров, член-корреспондент РАН — заведующий кафедрой

Е.С. Половинкин, доктор физико-математических наук, профессор — заведующий

кафедрой

В.В. Сербиненко, доктор философских наук, профессор — заведующий кафедрой

А.А. Тельнова, кандидат филологических наук, доцент — заведующий кафедрой

А.С. Холодов, член-корреспондент РАН — заведующий кафедрой

В.И. Шамшурин, доктор социологических наук, профессор — заведующий

кафедрой

Р.М. Энтов, академик РАН — заведующий кафедрой

Содержание

Пленарное заседание	13
<i>Ю.П. Попов</i> О консервативности разностных схем	13
<i>Ю.Г. Евтушенко</i> Методы решения экстремальных задач большой размерности	13
<i>И.Е. Капорин, О.Ю. Милюкова, Ю.Г. Бартенев</i> Решение сверхбольших спектральных задач с разреженными матрицами на современных суперкомпьютерах	13
Секция высшей математики	15
<i>А.А. Фонарев</i> О решении уравнений с потенциальными монотонными операторами в ве- щественном гильбертовом пространстве	15
<i>М.Х. Нуман Эльшейх</i> Операторы Шредингера на разветвленных многообразиях	16
<i>В.Б. Трушин</i> Теорема о продолжении функций как свойство банахова пространства и ин- струмент для получения оценок скорости сходимости некоторых аппрокси- маций	17
<i>Д.А. Зенюк</i> О представлении функций распределения дробными интегралами Римана— Лиувилля	18
<i>Г.М. Иванов</i> Критерий гильбертова пространства в терминах УВО-модуля и стягивае- мость покрытий выпуклых множеств шарами.	19
<i>А. Йаакбариев</i> О полугруппах, генерируемых задачами Коши для гиперболических функцио- нально-дифференциальных уравнений с отклонениями пространственных переменных	21
<i>С.С. Бельмесова</i> Построение клиновидных областей и ламинации для одного квадратичного отображения плоскости	22
<i>Г.Е. Иванов, М.С. Лопушански</i> Теоремы об отделимости для невыпуклых множеств в пространствах с несимметричной полунормой	23
<i>А.Ю. Головки</i> Плотность гладких функций в весовых пространствах Соболева с весами, локально отделенными от нуля	24
<i>А.С. Фильченков</i> Пример гладкого косога произведения на плоскости, имеющего топологи- чески транзитивный, но не топологически эргодический аттрактор	26

<i>А.В. Гавриков</i>	
Т-неприводимые расширения для некоторых типов орграфов и их объединений	27
<i>М.О. Голубев</i>	
Пример порождающего в слабом смысле множества, не являющегося порождающим	28
<i>А.В. Селиверстов</i>	
Несовместность системы двух уравнений	29
<i>А.Д. Грехнева</i>	
Градиентный взрыв решения задачи Коши для нелинейного уравнения Шредингера с отклоняющимся аргументом	31
<i>Т.А. Ишханян</i>	
Новые зависимости для производной вырожденной функции Гойна	32
Секция квазилинейных уравнений и обратных задач	34
<i>М.И. Исаев</i>	
Оценки устойчивости в обратной задаче Гельфанда при больших энергиях	34
<i>Р.Г. Новиков</i>	
Обратная задача рассеяния при фиксированной энергии с неперопределенными данными	34
<i>А.Д. Агальцов</i>	
Теоремы характеристики, обращения и единственности для преобразования Радона по гиперповерхностям уровня положительно однородных функций	35
<i>Е.К. Вдовина, К.А. Волосов, Л.В. Пугина, А.К. Волосова</i>	
Моделирование «пульсирующих» режимов пространственной динамики свертывания крови	36
<i>А.Н. Данилин</i>	
Алгоритм пересчета волнового поля на новый уровень	38
<i>Л.Н. Пестов</i>	
Граничная жесткость двумерных <i>SGM</i> -многообразий	39
<i>Т.Э. Баграмян</i>	
Оптимальное восстановление функций по неточно заданному преобразованию Радона	40
<i>В.С. Михайлов, М.И. Белшиев</i>	
Обратная динамическая задача для одномерной системы Дирака	41
Секция анализа систем и решений	42
<i>И.Ф. Гималтдинов</i>	
Применение модифицированной модели Рамсея для анализа кредитно-сберегательного поведения России и Казахстана	42
<i>Н.К. Обросова, А.А. Шананин</i>	
О рыночной стоимости неэффективного производства в условиях неразвитой торговой инфраструктуры и нестабильного рынка кредитов	43

<i>А.Ю. Флёрова, Т.А. Нагапетян</i>	
Условия существования особого режима в задаче о монопольном производстве двух различных товаров	45
<i>Е.А. Старостин</i>	
Современные тенденции дистрибьюции в России	46
<i>Е.Г. Молчанов, А.А. Шананин</i>	
Обратные задачи, возникающие при анализе технологической структуры производства в условиях глобализации	48
Секция математического моделирования в экономике, экологии и социологии . .	49
<i>В.Г. Бабиков</i>	
Моделирование поведения кредитных портфелей и стресс-тест	49
<i>Э.В. Антонова, В.В. Благодатнов</i>	
Применение модели Лотки–Вольтерра в экономике	50
<i>И.И. Ларченко, Е.Р. Орлова</i>	
ИМодификация модели Марковица–Тобина для решения задачи диверсификации рисков реальных инвестиций с использованием рыночного портфеля финансовых активов	51
<i>Э.М. Хамитов</i>	
Моделирование деятельности фонда взаимного страхования	52
<i>Н.Н. Оленев, А.И. Долматова</i>	
Идентификация модели экономики с социальной стратификацией	53
<i>М.А. Лепская</i>	
Исследование экономических параметров, стимулирующих рождаемость, в энтропийной модели формирования специфицированного по возрасту коэффициента рождаемости	55
<i>Н.П. Пильник, И.П. Станкевич</i>	
Методика устранения сезонности, инвариантная к процедуре дефлирования	56
<i>Н.П. Пильник, В.А. Савицкий</i>	
Исследование проблемы неопределенности цен в динамических моделях общего экономического равновесия	58
<i>А.А. Асташов</i>	
Оценка влияния выбора стратегии на эффективность газоперерабатывающего предприятия: покупка–переработка–продажа или процессинг	60
<i>А.С. Семаков, Н.В. Белотелов</i>	
Математическая модель расчета экономического капитала кредитного риска финансового института	60
<i>А.Л. Прочко</i>	
Современные подходы к построению оптимального портфеля на российском рынке ценных бумаг	61
<i>А.А. Жукова, И.Г. Поспелов</i>	
Применение метода возмущений к исследованию стохастической модели поведения агента на рынке не вполне ликвидного товара	62
<i>М.С. Дедова, Д.И. Малахов, Н.П. Пильник</i>	
Новые подходы к описанию и моделирование банковской системы России . .	63

<i>К.В. Чепурченко</i>	
Об эволюционной интерпретации обобщенной модели расчета матрицы корреспонденций А.Дж. Вильсона	65
Секция экспериментальной экономики	67
<i>О.Р. Меньшикова, Т.С. Бабкина, И.С. Меньшиков, Е.М. Лукинова</i>	
Использование теста IAT для определения степени принадлежности участника эксперимента к своей группе	67
<i>О.Р. Меньшикова, И.С. Меньшиков, М.А. Лепская, Е.М. Лукинова</i>	
Влияние этапа социализации на поведение участников социально-экономического эксперимента	68
<i>А.Д. Игнатов</i>	
Взаимосвязь функционального состояния игроков и равновесия на лабораторных рынках	69
<i>Р.И. Яминов, И.С. Меньшиков</i>	
Исследование эластичности функции спроса абонентов пропорционального и интерактивного алгоритмов распределения интернет-канала методами экспериментальной экономики	70
<i>С.А. Скиндерев, И.С. Меньшиков</i>	
<i>N</i> -ядро для кооперативных игр с нулевыми выигрышами малых коалиций	71
<i>С.А. Скиндерев</i>	
Об опыте моделирования рынка программного обеспечения в лаборатории	72
<i>А.В. Шкловер, Е.М. Лукинова, М.Г. Мягков, Р.И. Яминов</i>	
Исследование социальности как фактора принятия решения и методов её количественного измерения	73
<i>О.А. Максакова, В.И. Лукьянов, О.Р. Меньшикова, А.В. Шкловер, А.Д. Игнатов</i>	
Ментальное путешествие во времени как способ актуализации хронотопического сознания: возможности кинетографии	75
<i>Е.Л. Кудрявцев</i>	
Проблема определения класса игр «Выбери число»	76
<i>О.Р. Меньшикова, И.В. Санникова, И.С. Меньшиков, Е.М. Лукинова</i>	
Влияние психологических характеристик участников на их стремление к кооперации в ходе лабораторных экспериментов	77
Секция математических основ управления	79
<i>А.С. Тихомиров</i>	
Нижние оценки трудоемкости одного класса марковских алгоритмов случайного поиска	79
<i>Д.В. Зайцев</i>	
Конфликтная игра со случайным количеством игроков	80
<i>Т.С. Обидина</i>	
Исследование задержек, возникающих при пересечении перекрестка, с точки зрения теории массового обслуживания	82
<i>С.Л. Семаков</i>	
Управление количеством предлагаемого сезонного товара в период межсезонья в торговых сетях	84

<i>А.О. Олейников, А.В. Колногоров</i>	
Получение упрощенных стратегий для параллельной обработки в случай- ной среде с различными размерами групп	84
Секция предсказательного моделирования и оптимизации	86
<i>С.А. Королев, В.А. Любецкий</i>	
Модель формирования устойчивых геномов в среде генов	86
<i>Н.В. Учителев</i>	
Классификация текстовой информации с помощью SVM	87
<i>Н.А. Бессарабов</i>	
Оптимизация структуры теста в случае квалификационного тестирования	90
<i>П.А. Юдин</i>	
Краткий анализ математических моделей процессов влияния в социальных сетях	91
<i>А.А. Бедринцев</i>	
Представление данных с помощью минимальных эллипсоидов	92
<i>К.С. Непеина</i>	
Преимущества метода распознавания сейсмических сигналов с помощью алгоритмов машинного обучения на территории Восточно-Европейской платформы	94
<i>Е.Р. Капушев, Е.В. Бурнаев, М.Г. Беляев</i>	
Оценивание точности регрессионной модели в случае дизайнов со структурой тензорного произведения	96
Секция проблем интеллектуального анализа данных, распознавания и прогнози- рования	97
<i>А.И. Фрей</i>	
Комбинаторная оценка вероятности переобучения на основе кластеризации и покрытий множества алгоритмов	97
<i>А.А. Романенко</i>	
Применение агрегирующего алгоритма В. Вовка в задаче прогнозирования при несимметричной функции потерь с аддитивной компонентой	98
<i>А.П. Мотренко</i>	
Сравнение порождающего и разделяющего подходов к классификации ма- лых выборок	100
<i>А.А. Романенко</i>	
Применение методов машинного обучения к выделению временных выра- жений в русскоязычных текстах	101
<i>Г.И. Рудой</i>	
Исследование устойчивости существенно нелинейных регрессионных моде- лей к погрешностям в обучающей выборке	102
<i>С.О. Воронов</i>	
Построение обучаемого алгоритма распознавания научного контента в сети Интернет	104

<i>Е.Ю. Зайцев</i>	
Балансировка данных методом оптимизации функционала полного скользящего контроля	105
<i>А.М. Катруца</i>	
Быстрый алгоритм нахождения метрических сгущений с использованием матрицы парных расстояний в ранговых шкалах	106
<i>Д.О. Перекрестенко</i>	
Определение типа активности человека по данным с акселерометра	107
<i>К.В. Чувиллин</i>	
Эффективный алгоритм сравнения структурированных текстовых файлов на примере документов в формате LaTeX	108
<i>Е.В. Чувиллина</i>	
Постановка задачи и поиск параметров марковских моделей для обнаружения локальных неоднородностей в сигналах со сложной структурой	110
<i>Н.А. Разин, Е.О. Черноусова, О.В. Красоткина, В.В. Моттль</i>	
Применение Машины Релевантных Объектов в задачах восстановления числовых зависимостей	112
Секция современных методов выпуклой оптимизации	113
<i>Г.К. Каменев</i>	
Оптимальные методы полиэдральной аппроксимации выпуклых тел	113
<i>С.В. Шпирко, Ю.Е. Нестеров</i>	
Решение задач квадратичного программирования с относительной точностью и ее применение в задачах механики деформируемого твердого тела	115
<i>В.А. Стукалюк, В.Г. Жадан, Я.С. Пронин</i>	
Построение двойственного метода простой итерации для решения линейной задачи полуопределенного программирования	116
<i>Ю.В. Максимов</i>	
Точность аппроксимации задачи максимизации полуопределенной квадратичной формы на булевом кубе при больших значениях максимума	117
<i>П.Е. Двуреченский, Ю.Е. Нестеров, В.Г. Спокойный</i>	
Применение методов выпуклой оптимизации для решения сильно выпукловогнутых седловых задач оптимального управления	117
Секция структурных методов статистики и оптимизации	119
<i>Д.М. Островский</i>	
Неравенство концентрации для метода экспоненциального взвешивания	119
<i>А.В. Гаглоев, Б.Т. Поляк</i>	
Сравнение различных методов скорейшего спуска для квадратичной функции	120
<i>Ю.В. Максимов</i>	
Аппроксимация несбалансированных булевых функций схемами глубины 2	121
<i>М.Г. Беляев, Е.Р. Капушев</i>	
Построение регрессии на гауссовских процессах по выборкам с полным факторным планом эксперимента	123

<i>Н.К. Животовский</i>	
Неравенства концентрации для семейства квадратичных форм	124
<i>Г.А. Кабатянский, В.Г. Спокойный</i>	
О дискретном робастном сжатии отсчетов и обобщенной задаче Улама . . .	125
<i>Е.Ю. Клочков</i>	
Сложность алгоритма Markov Chain Monte Carlo применительно к задаче ранжирования веб-страниц	126
Секция теоретической информатики	128
<i>М.И. Исаев</i>	
Перечисление подграфов с заданной последовательностью степеней вершин	128
<i>А.А. Рубцов</i>	
Исследование функции высоты контекстно-свободных языков	128
<i>И.М. Хузиев</i>	
Группа автоморфизмов симметричных графов Кэли над группой Z_2^n . Отношение антиподальности	130
<i>И.В. Козлов</i>	
Устойчивость в задаче поиска минимального разреза в графе	130
<i>А.В. Бабенко, М.Н. Вялый</i>	
Тождества глубины 3 с многочленами	131
<i>Р.А. Гимадеев</i>	
Построение плотных множеств слов, попарно различимых конечными автоматами небольшого размера	132
Секция систем математического обеспечения	134
<i>К.С. Гудков</i>	
Обмен данными между корпоративными информационными системами на основе сервис-ориентированной архитектуры	134
<i>Н.Г. Рогова</i>	
Онтологическое моделирование средств управления семантического портала	135
<i>И.А. Меньшиков</i>	
Распределенные базы данных, используемые в транспортных компаниях с удаленными офисами	136
<i>А.А. Бездушный</i>	
Обзор систем семантического управления персональной информацией . . .	137
<i>А.А. Бездушный</i>	
Прототипирование системы семантического управления персональной информацией	139
<i>Р.Р. Яубатыров</i>	
Стандарт RSS. Унифицированное представление данных для их обработки	141
<i>Р.И. Хайруллин</i>	
Прототипирование библиотеки теплофизических свойств веществ	142

<i>И.А. Варфоломеев, И.В. Якимчук</i>	
Сравнение трёхмерных микротомографических изображений путём их совмещения	146
<i>А.В. Полиев</i>	
Реализация интеграции баз данных с использованием web-сервисов на основе Java	147
<i>Я.С. Пронин, В.А. Стукалюк, И.А. Костромин</i>	
Распределение сети беспилотных летательных аппаратов по территории с целью информационного покрытия целей	148
<i>В.В. Костин</i>	
Автоматизированный сбор информации в сети Интернет	149
<i>В.В. Костин</i>	
Обзор методов и методик интеллектуального анализа текста	150
<i>К.А. Косолапов</i>	
Создание системы харвестинга для портала «Геомета»	151
<i>Л.А. Алимпиев</i>	
Создание научной социальной сети на основе существующих электронных библиотек	152
<i>Ф.В. Яременко</i>	
Спецификация и анализ семантически-аннотированных моделей потоков работ с помощью темпоральных дескрипционных логик	153
<i>Ф.В. Яременко</i>	
Обзор языка SWRL (Semantic Web Rule Language)	155

Пленарное заседание

УДК 519.6

О консервативности разностных схем

*Ю.П. Попов*¹¹ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

УДК 519.854

Методы решения экстремальных задач большой размерности

*Ю.Г. Евтушенко*¹¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

evt@ccas.ru

Излагаются результаты решения оптимизационных задач различных классов: нахождение глобального экстремума в задачах безусловной, условной и многокритериальной оптимизации. В основе алгоритмов решения этих задач лежит метод неравномерных покрытий. Рассмотрены современные методы решения задач линейного программирования большой размерности, в которых число неизвестных достигает десятки миллионов и число ограничений доходит до сотен тысяч. Приведены результаты вычислительных расчетов на современных многопроцессорных вычислительных комплексах.

УДК 519.614:004.272.26

Решение сверхбольших спектральных задач с разреженными матрицами на современных суперкомпьютерах

*И.Е. Капорин*¹, *О.Ю. Милюкова*², *Ю.Г. Бартнев*³¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,² Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,³ Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики

igorkaporin@mail.ru

Одной из часто встречающихся и весьма трудоемких стандартных вычислительных задач является решение частичной обобщенной задачи на собственные значения $Ax = \lambda Bx$ с большими разреженными симметричными положительно определенными матрицами, если требуется вычислить достаточно много младших собственных пар. При этом возможность экономии памяти дает итерационным методам серьезное преимущество по сравнению с методами, использующими точную разреженную треугольную факторизацию матрицы A . Кроме того, итерационные методы обладают более гибкой структурой вычислений, что облегчает их параллельную реализацию. В работе [1] рассматривается массивно-параллельное предобусловливание [2–5] итерационного решателя типа LOBPCG [6]. Предобусловливание основано на специальном методе согласования [4] приближенных треугольных

факторизаций [7] перекрывающихся главных подматриц исходной матрицы коэффициентов. Разработанный решатель был реализован в виде комплекса программных модулей VC_RAN_EIG и испытан в составе пакетов программ инженерного анализа [8], разработанных ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ». Приводятся результаты тестирования построенного спектрального решателя на реальных задачах с матрицами, содержащими до миллиарда ненулевых элементов, на современном многоядерном мультипроцессоре с эффективным использованием до 3000 вычислительных ядер.

Авторы выражают благодарность В.А. Ерзунову, А.Н. Стаканову и Е.Б. Щаниковой за помощь в разработке и интеграции библиотеки VC_RAN_EIG в комплекс библиотек параллельных решателей LParSol ВНИИЭФ [9].

Работа выполнялась по договору между ВЦ РАН и ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», а также поддерживалась Целевыми программами П-15 и П-18 президиума РАН, грантом РФФИ 11-01-00786, грантом НШ-5264.2012.1 и программой ОМН №3 РАН.

Литература

1. Капорин И.Е., Милюкова О.Ю. Предобусловленный блочный итерационный метод для массивно-параллельного решения частичной обобщенной симметричной задачи на собственные значения // Труды XIV Международной конференции «Супервычисления и математическое моделирование». 1–5 октября 2012. Саров / под ред. Р.М. Шагалиева. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2013. С. 333–344.
2. Kaporin I.E., Konshin I.N. A parallel block overlap preconditioning with inexact submatrix inversion for linear elasticity problems // Numer. Linear Algebra Appls. 2002. V. 9. P. 141–162.
3. Капорин И.Е., Милюкова О.Ю. Массивно-параллельный алгоритм предобусловленного метода сопряженных градиентов для численного решения систем линейных алгебраических уравнений // Сб. трудов отдела проблем прикладной оптимизации ВЦ РАН / под ред. В.Г. Жадана. М.: изд-во ВЦ РАН, 2011. С. 32–49.
4. Kaporin I.E. New convergence results and preconditioning strategies for the conjugate gradient method // Numer. Linear Algebra Appls. 1994. V. 1, N 2. P. 179–210.
5. Капорин И.Е. Использование полиномов Чебышева и приближенного обратного треугольного разложения для предобусловливания метода сопряженных градиентов // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2012. Т. 52, № 2. С. 179–204.
6. Knyazev A.V. Toward the optimal preconditioned eigensolver: locally optimal block preconditioned conjugate gradient method // SIAM J. Sci. Comput. 2001. V. 23, N 2. P. 517–541.
7. Kaporin I.E. High quality preconditioning of a general symmetric positive matrix based on its $U^T U + U^T R + R^T U$ -decomposition // Numer. Linear Algebra Appls. 1998. V. 5. P. 484–509.
8. Циберева К.В. [и др.]. Пакет программ ЛОГОС. Обзор текущих возможностей решения задач прочности // Тезисы докладов на XIV Международном семинаре «Супервычисления и математическое моделирование». 1–5 октября 2012. Саров. С. 159–161.
9. Бартенев Ю.Г. [и др.]. Комплекс LParSol для решения СЛАУ // Тезисы докладов на XIII Международном семинаре «Супервычисления и математическое моделирование». 3–7 октября 2011. Саров. С. 34–36.

Секция высшей математики

УДК 517.988.8

О решении уравнений с потенциальными монотонными операторами в вещественном гильбертовом пространстве

А.А. Фонарев¹

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

fonanat@akado.ru

Исследуется сходимость последовательности проекционного итерационного процесса (ПИП), сочетающего в себе проекционный метод и итерационный процесс, к решению (возможно, неединственному) уравнения $\Phi(x) = 0$ ($x \in H$) с потенциальным монотонным оператором Φ из вещественного гильбертова пространства H в H .

Здесь и далее используется терминология из [1]. Для обозначения сходимости в H и слабой сходимости в H используются символы \rightarrow и \rightharpoonup соответственно.

Пусть $\{H_i\}_{i=1}^\infty$ — такая последовательность подпространств (замкнутых) пространства H , что $H_i \subseteq H_{i+1}$ для каждого $i \geq 1$; p_i — оператор ортогонального проектирования пространства H на H_i ($i \geq 1$).

Предположим, что: 1) оператор Φ ограниченный; 2) $K \equiv \{x \in H : \Phi(x) = 0\} \neq \emptyset$; 3) из $z_n \in H_{i_n}$ ($i_{n+1} > i_n$ для $n \geq 1$), $z_n \rightharpoonup z$ и $p_{i_{n+1}}\Phi(z_n) \rightarrow 0$ ($n \rightarrow \infty$) следует, что $z_n \rightarrow z$ ($n \rightarrow \infty$) и $z \in K$.

В силу монотонности оператора Φ не предполагается, что множество K состоит из одного элемента.

Отметим, что условие 3) является условием усиленной замкнутости оператора Φ относительно нуля (см. [2–6]).

Пусть $\alpha'_i > 0$ ($i \geq 1$), ряд $\sum_{i=1}^\infty \alpha'_i$ расходится, а ряд $\sum_{i=1}^\infty (\alpha'_i)^2$ сходится; δ и γ — такие числа, что $\delta \geq \gamma > 0$.

Рассмотрим последовательность $\{y_i\}_{i=1}^\infty$ ПИП $y_{i+1} = y_i - \alpha_i p_{i+1} \Phi(y_i)$, $\alpha_i > 0$ ($i \geq 1$), с произвольным начальным элементом $x_1 \in H_1$.

При сделанных предположениях справедлива следующая теорема.

Теорема. Пусть $\alpha_i = \alpha'_i/d_i$, $b_i + \delta \geq d_i \geq b_i + \gamma$ ($i \geq 1$) и выполняется хотя бы одно из следующих двух условий:

- 1) $b_i = \|\Phi(y_i)\|$ ($i \geq 1$) и ряд $\sum_{i=1}^\infty \alpha'_i \|z - p_{i+1}z\|$ сходится для каждого $z \in K$;
- 2) $b_i = \max(\|y_i\|, \|p_{i+1}\Phi(y_i)\|)$ ($i \geq 1$) и ряд $\sum_{i=1}^\infty \alpha'_i \|p_{i+1}\Phi(p_{i+1}z)\|$ сходится для каждого $z \in K$.

Тогда $y_i \rightarrow y$ ($i \rightarrow \infty$).

Теорема является обобщением теоремы 2 в [6], ибо здесь используется ограниченность оператора Φ вместо равномерной непрерывности оператора Φ на ограниченных множествах пространства H . И теорема — это результат о сходимости последовательности ПИП к решению уравнения с потенциальным монотонным оператором.

Литература

1. Вайнберг М.М. Вариационный метод и метод монотонных операторов в теории нелинейных уравнений. М.: Наука, 1972. 416 с.

2. *Похожяев С.И.* О разрешимости нелинейных уравнений с нечётными операторами // Функциональный анализ и его приложения. 1967. Т. 1, № 3. С. 66–73.
3. *Фонарев А.А.* О решении уравнений с усиленно замкнутыми операторами // Труды 53-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». Часть VII. Управление и прикладная математика. Том 1. М.: МФТИ, 2010. С. 34–35.
4. *Фонарев А.А.* О решении нелинейных уравнений с усиленно замкнутыми потенциальными операторами // Динамика неоднородных систем / под ред. Ю.С. Попкова; Труды ИСА РАН. Т. 53(1). М.: Книжный дом ЛИБРОКОМ, 2010. С. 179–184.
5. *Fonarev A.A.* On the solution of equations with monotone potential operators // Abstracts Amer. Math. Soc. 1981. V. 2, N 4. P. 415–416.
6. *Фонарёв А.А.* О некотором проекционном итерационном методе решения нелинейных уравнений // Некоторые проблемы фундаментальной и прикладной математики и их приложения в задачах физики: сб. науч. тр. М.: МФТИ, 2005. С. 241–247.

УДК 517.98

Операторы Шредингера на разветвленных многообразиях

*М.Х. Нуман Эльшейх*¹

¹ Российский университет дружбы народов

mohnuman@hotmail.com

В сообщении рассматриваются операторы Шредингера на разветвленных многообразиях. Общая теория самосопряженных расширений симметрических операторов дается теоремой фон Неймана (см. [1]) в терминах отображений дефектных подпространств симметрического оператора. В нашей работе описание множества самосопряженных расширений симметрического оператора дается в терминах линейных соотношений для граничных значений функции из области определения оператора и ее нормальной производной в точках ветвления и граничных точках графа или разветвленного многообразия. В случае одномерных разветвленных многообразий, называемых графами, описание операторов Шредингера дано в работе [2], в которой изучался граф с конечным множеством ребер. В настоящем сообщении продолжено исследование работы [2], а именно найдено множество операторов Шредингера для графа со счетным множеством ребер и для разветвленного многообразия переменной размерности в терминах описания самосопряженных расширений симметрического оператора, изначально заданного на гладких финитных функциях, носитель которых не содержит точек ветвления. Реализация этой цели основана на анализе линейных соотношений в пространстве граничных значений (см. [3]) функций из области определения оператора Шредингера.

Литература

1. *Рид М., Саймон Б.* Методы современной математической физики. Функциональный анализ. Т. 1. М.: Мир, 1977.
2. *Сакбаев В.Ж., Смолянов О.Г.* Диффузия и квантовая динамика на графах // Доклады РАН. 2013. Т. 451, № 2. С. 141–145.
3. *Яковлев Г.Н.* О следах функций из пространства W_p^l на кусочно-гладких поверхностях // Матем. сб. 1967. Т. 74(116), № 4. С. 526–543.

УДК 517.98.25

Теорема о продолжении функций как свойство банахова пространства и инструмент для получения оценок скорости сходимости некоторых аппроксимаций

В.Б. Трушин¹

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

trushinvb@mail.ru

Пусть E – рефлексивное банахово пространство с нормой $\|\cdot\|$, $p(\cdot)$ – непрерывная полунорма в E , $N = \{u \in E : p(u) = 0\}$, фактор-пространство E/N с нормой $\|\|\pi u\|\| = \inf\{\|u + v\|, v \in N\}$, где π – каноническое вложение. E/N – рефлексивное банахово пространство и $\|\|\pi u\|\|' = p(u)$ – норма E/N , подчиненная $\|\|\pi u\|\|$. Будем говорить [1, 2], что пара (E, p) обладает условием П, если $\|\|\pi u\|\|$ эквивалентна $\|\|\pi u\|\|'$. Символ П здесь выбран как напоминание о том, что это свойство в конкретных примерах связано с возможностью продолжения функций с сохранением гладкости и некоторой оценкой. Для соболевских пространств $W^{k,l}(\omega)$, где ω – ограниченная область с регулярной границей, справедлива лемма о продолжении с оценкой вне ω [3] с сохранением класса функций, из которой вытекает, что эти пространства удовлетворяют условию П в некоторых перечисленных ниже случаях [1, 2].

Далее все множества являются ограниченными областями с регулярными границами, и $\bar{\omega}_i \subset \omega_{i+1}$, $i = 1, 2$, $\Omega = \omega_2 \setminus \bar{\omega}_1$. Число $l > 1$. Пары, обладающие свойством П:

1) $E = W_0^{k,l}(\omega_2)$ или $E = W^{k,l}(\omega_2)$, $p(u) = |u|_{1,l,\Omega}$ или $p(u) = \|u\|_{1,l,\omega_1}$;
 2) $p(u) = |u|_{1,l,\omega_1}$, $E = W_0^{k,l}(\omega_2)$ или $E = W^{k,l}(\omega_2)$ в этих случаях, $N = \{u \in E : u(x) = C, C \in R, \forall x \in \omega_1\}$.

3) пусть теперь $\Omega = \bigcup_{4 \leq i \leq k} \omega_i$, где $\omega_i \subset \omega_2$, $i = 4, \dots, k$, $\bar{\omega}_i \cap \bar{\omega}_j = \emptyset$, $i \neq j$ и $\partial\omega_2 \subset \partial\omega_k$,

r – целое $4 \leq r \leq k$, $p(u) = \sum_{4 \leq i \leq r-1} \|u\|_{1,l,\omega_i} + \sum_{r \leq i \leq k} |u|_{1,l,\omega_i}$, $N = \{u \in W_0^{k,l}(\omega_2) : u(x) = C_i, \forall x \in \omega_i\}$, где $C_i = 0$, $i = 4, \dots, r-1$ и $i = k$, а при $i = r, \dots, k-1$, $C_i \in R$. Тогда пространство $E = W_0^{k,l}(\omega_2)$ обладает свойством П.

4) $\Omega = \bigcup_{4 \leq i \leq k} \omega_i$, где $\omega_i \subset \omega_2$, $i = 4, \dots, k$, $\bar{\omega}_i \cap \bar{\omega}_j = \emptyset$, $i \neq j$ и $\partial\omega_2 \subset \partial\omega_k$, r – целое $4 \leq r \leq k$, $p(u) = \sum_{4 \leq i \leq r-1} |u|_{1,l,\omega_i} + \sum_{r \leq i \leq k} \|u\|_{1,l,\omega_i}$, $N = \{u \in W_0^{k,l}(\omega_2) : u(x) = C_i, \forall x \in \omega_i\}$, где $C_i = 0$, $i = r, \dots, k$, а при $i = 4, \dots, r-1$, $C_i \in R$. Тогда пространство $E = W^{k,l}(\omega_2)$ обладает свойством П.

Задачу: найти $u = u_0 \in K : (Au, v) = 0, \forall v \in N$ – назовем обобщенной краевой задачей. В поставленных условиях такая задача однозначно разрешима в E и эквивалентна вариационному неравенству: найти $u = u_0 \in K : (Au, v - u) \geq 0$ при всех $v \in K$.

Свойство П позволяет получать оценки скорости сходимости некоторых аппроксимаций. Рассмотрим простой случай, часто встречающийся на практике $A : E \rightarrow E^*$ – радиально непрерывный, сильно монотонный с константой $m > 0$ оператор, т.е. $(Au - Av, u - v) \geq m\|u - v\|^2$, $u, v \in E$, (f, v) действие $f \in E^*$ на элемент $v \in E$, $F : E \rightarrow E^*$ – радиально непрерывный, монотонный оператор, удовлетворяющий условиям: $\forall u, v \in E (Fu - Fv, u - v) \geq \alpha p^2(u - v)$, $\alpha > 0$; $(Fu - Fv, u - v) > 0$, $u, v \in E$, $u - v \notin N$, и для всех $u, v \in E, x, y \in N (F(u + x), v + y) = (Fu, v)$, $K = \{u \in E : Fu = 0\} \neq \emptyset$. Тогда $\forall \psi \in K K = \psi + N$ и уравнение $Fu + \varepsilon Au = 0$, $\varepsilon > 0$ имеет единственное решение $u = u_\varepsilon$. При $\varepsilon \rightarrow +0$ последова-

тельность u_ε сильно в E стремится к $u_0 \in K$ единственному решению обобщенной краевой задачи. И справедливы оценки $p(u_\varepsilon - u_0) \leq C\varepsilon$, $\|u_\varepsilon - u_0\| \leq C\sqrt{\varepsilon}$, где $C > 0$.

Приведенные построения можно рассматривать как обобщенную схему метода фиктивных областей. В конкретных примерах исходная краевая задача изучается как обобщенная краевая задача в пространстве $E_0 = W^{k,l}(\omega_1)$, а последняя редуцируется в уравнение $Fu = 0$ в пространстве $E = W^{k,l}(\omega_2)$. Оператор A при этом носит вспомогательный характер и задает продолжение решения исходного уравнения с E_0 в E .

Литература

1. Трушин В.Б. Об одной общей схеме метода фиктивных областей и ее приложениях: дис. ... канд. физ.-матем. наук. М.: МИАН СССР, 1982. 124 с.
2. Трушин В.Б. Операторы монотонного типа. LAP: Lambert Academic Publishing. 2013. 91 с.
3. Трибелль Х. Теория интерполяции, функциональные пространства и дифференциальные операторы. М.: Мир, 1980. 664 с.

УДК 519.213

О представлении функций распределения дробными интегралами Римана—Лиувилля

Д.А. Зенюк¹

¹ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
eldrich@yandex.ru

Исследование интегралов и производных нецелого порядка имеет богатую и продолжительную историю, однако лишь в последние десятилетия дробное исчисление стало широко применяться в различных инженерных и естественнонаучных задачах (см. [1–4]). Так, в цикле работ Жимаре [5–7] была предпринята попытка построения *дробной теории вероятностей*, основанная на непосредственной замене обычных интегральных операторов в определениях функции распределения, моментов и характеристической функции дробными интегралами. Тем не менее рассмотренная жимаре-функция распределения не позволяет ввести вероятностную меру, удовлетворяющую аксиомам Колмогорова.

В представляемой работе исследовался вопрос о возможности корректного представления функций распределения случайных величин (т. е. монотонно возрастающих непрерывных слева ограниченных функций) интегралами Римана—Лиувилля от функций плотности с ограниченным или неограниченным носителями:

$$F(x) = (I^\alpha p)(x), \quad \alpha > 0. \quad (1)$$

Анализ показал, что в общем случае, когда порядок интегральных операторов α является нецелым, неотрицательность функции плотности $p(x)$ не является ни необходимым, ни достаточным условием для корректности определения (1). Для функций плотности с ограниченным носителем были получены несколько простых достаточных условий, гарантирующих неубывание функции распределения в конструкции (1).

Следует отметить, что соответствие между функциями распределения вида

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ f(x), & x \in (a, b], \\ 1, & x > b \end{cases}$$

и функциями плотности при нецелых α не является однозначным, поскольку производная Римана—Лиувилля от постоянной, вообще говоря, отлична от нуля [1], таким образом, форма носителя функции плотности должна быть выбрана заранее на основе некоторой априорной информации.

Полученные результаты могут служить основой для построения адекватных процедур статистического анализа случайных процессов на фрактальных множествах со сложной структурой (см. также [8]).

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ, проекты № 11-01-00887, № 13-01-00617.

Литература

1. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987. 688 с.
2. Miller K.S., Ross B. An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations. New York etc.: John Wiley & Sons, 1993. 366 p.
3. Podlubny I. Fractional differential equations. San Diego etc.: Academic Press, 1999. 366 p.
4. Zaslavsky G.M. Chaos, fractional kinetics, and anomalous transport // Physics Reports. 2002. V. 371, N 6. P. 461–580.
5. Jumarie G. Fractional Euler's integral of first and second kinds. Application to fractional Hermit's polynomials and to probability density of fractional order // Journal of Applied Mathematics & Informatics. 2010. V. 28, N 1–2. P. 257–273.
6. Jumarie G. Probability calculus of fractional order and fractional Taylor's series application to Fokker–Planck equation and information of non-random functions // Chaos, Solitons & Fractals. 2009. V. 40, N 3. P. 1428–1448.
7. Jumarie G. Path probability of random fractional systems defined by white noises in coarse-grained time. Applications of fractional entropy // Fractional Differential Calculus. 2011. V. 1, N 1. P. 47–87.
8. Зенюк Д.А., Митин Н.А., Орлов Ю.Н. Моделирование случайного блуждания на канторовом множестве: препринт / ИПМ им. М.В. Келдыша. М., 2013. № 31.

УДК 517.982.252

Критерий гильбертова пространства в терминах УВО-модуля и стягиваемость покрытий выпуклых множеств шарами.

Г.М. Иванов¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
grimivanov@gmail.com

Пусть X — линейное нормированное пространство. Через coA обозначим выпуклую оболочку множества $A \subset X$, через $\rho(x, A)$ — расстояние от точки $x \in X$ до множества A , через $B_r(a)$ — замкнутый шар радиуса r с центром в точке $a \in X$. Уклоном множества $A \subset X$ от множества $B \subset X$ называется величина $h^+(A, B) = \sup_{x \in A} \rho(x, B)$. Заметим, что в ситуации $B \subset A$, которая имеет место ниже, уклонение $h^+(A, B)$ совпадает с расстоянием Хаусдорфа между множествами A и B . Величина $h^+(coD, D)$ называется *уклоном выпуклой оболочки* (УВО) множества $D \subset X$. УВО-модулем пространства X назовем величину

$$\zeta_X = \sup_{D \subset B_1(0)} \rho h^+(coD, D).$$

В докладе обсуждается ряд оценок УВО-модулей лебеговых пространств, критерий гильбертовости пространства в терминах уклонения выпуклой оболочки, а также взаимосвязь УВО-модуля со стягиваемостью покрытий выпуклых множеств шарами.

В случае лебеговых пространств получена следующая оценка.

Теорема 1. *Для УВО-модуля пространства $L_p[\Omega]$, $1 \leq p \leq +\infty$ верно неравенство*

$$\zeta_{L_p[\Omega]} \leq 2 \left| \frac{1}{p} - \frac{1}{p'} \right|,$$

где $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$. В случае $p \in \{1, 2, \infty\}$ неравенство точное.

При доказательстве используются неравенства, доказанные в работе [1].

В работе [2] автор показал, что УВО-модуль гильбертова пространства равен 1. В настоящем докладе приводится следующее усиление этого утверждения.

Теорема 2. *Для банахова пространства X равенство $\zeta_X = 1$ выполняется тогда и только тогда, когда пространство X гильбертово или $\dim X = 2$.*

Необходимо отметить, что идея доказательства теоремы 1 похожа на идеи, используемые в работе [3].

В докладе показано, что теорема 2 взаимосвязана со стягиваемостью покрытий выпуклых множеств шарами равного радиуса.

Определение 1. Будем говорить, что покрытие ограниченного выпуклого множества шарами допустимо, если радиусы этих шаров одинаковы, а их центры лежат в исходном выпуклом множестве.

Нетрудно показать, что в двумерных и гильбертовых пространствах всякое допустимое покрытие шарами стягиваемо. Однако уже в трехмерном случае верно следующее утверждение.

Теорема 3. *Если трехмерное банахово пространство X не является евклидовым, то в нем существует ограниченное выпуклое множество и его допустимое нестягиваемое покрытие шарами.*

При доказательстве теоремы 3 использовались результаты работ [4], [5].

Литература

1. *Pichugov S.A.* On separability of sets by hyperplanes in L_p // Analysis Mathematica. 1991. V. 17, N 1. P. 21–33.
2. *Иванов Г.М.*, Уклонение выпуклой оболочки ограниченных множеств // Труды МФТИ. 2012. Т. 4, № 4. С. 105–112.
3. *Гаркави А.Л.*, О чебышёвском центре и выпуклой оболочке множества // УМН. 1964. Т. 19, № 6. С. 139–145.
4. *Половинкин Е.С., Балашов М.В.*, Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. 2-е изд. испр. и доп. М.: Физматлит, 2007. 440 с.
5. *Alexandroff P.* Uber den allgemeinen Dimensionsbegriff und seine Beziehungen zur elementaren geometrischen Anschauung // Mathematische Annalen. 1928. P. 617–635.

УДК 517.972

О полугруппах, генерируемых задачей Коши для гиперболических функционально-дифференциальных уравнений с отклонениями пространственных переменных

А. Йаакбариев¹

¹ Российский университет дружбы народов (государственный университет)
amir-yaakbariev@mail.ru

В настоящей работе исследуются вопросы корректной разрешимости задачи Коши для модельного гиперболического дифференциально-разностного уравнения вида:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) = Lu(x, t) + f(x, t), (x, t) \in R^d \times (0, +\infty), \quad (1)$$

$$u(x, +0) = u_0(x), \frac{\partial u}{\partial t}(x, +0) = u_1(x), x \in R^d, \quad (2)$$

где

$$Lu(x, t) = \Delta u(x, t) + \sum_{k=1}^n \{ [a_k(u(x - h_k, t) + u(x + h_k, t))] + [i((b_k, \nabla u(x - h_k, t)) + (b_k, \nabla u(x + h_k, t)))] + [c_k(\Delta u(x - h_k, t) + \Delta u(x + h_k, t))] \} - \varkappa u(x, t).$$

Здесь $a_k, c_k, \varkappa \in R$ и $h_k > 0$ при каждом $k \in 1, \dots, N$, а $b_k \in R^d$ — вектор в R^d при каждом $k \in 1, \dots, N$, f — числовая функция, заданная на множестве $(0, +\infty) \times R^d$, а u неизвестная числовая функция, заданная на области $(0, +\infty) \times R^d$.

Оператор L называется сильно эллиптическим, если существуют такие константы $C_0 > 0$ и $\gamma_0 \geq 0$, что для любого $u \in H^2$ выполняется неравенство

$$(-Lu, u) \geq C_0 \|u\|_{H^1}^2 - \gamma_0 \|u\|_H^2.$$

Определение. Функцию $u(t)$ будем называть *сильным решением задачи Коши* (1), (2), если она принадлежит пространству $W_{2,\gamma}^2(R_+, A^2)$ при некотором $\gamma \in R$, удовлетворяет уравнению (1) и тождественно удовлетворяет условию (2).

Мы предполагаем, что оператор $-L$ является сильно эллиптическим и строго положительным, и полагаем $-L = A^2$, где A — строго положительный оператор в гильбертовом пространстве H с областью определения H^1 . Последнее предположение приводит к тому, что оператор A имеет ограниченный самосопряженный обратный A^{-1} .

Теорема 1. Пусть $-L$ — сильно эллиптический и строго положительный оператор в гильбертовом пространстве H . Тогда если $u_0 \in H^{3/2}$ и $u_1 \in H^{1/2}$, $f \in L_{2,\gamma}(R_+, H)$ и $-L = A^2$, то задача Коши (1) и (2) имеет в пространстве $W_{2,\gamma}^2(R_+, A^2)$ единственное решение u , которое допускает представление

$$u(x, t) = e^{\gamma t} [g(x, t) + A^{-1} \int_0^t \sin(A(t-s)) e^{-\gamma(t-s)} F_\gamma(x, s) ds].$$

Покажем, что однородная задача Коши (1), (2) (то есть задача Коши с $f \equiv 0$), имеющая единственное решение из пространства $W_2^2(R_+, A^2)$, при произвольных начальных условиях $u_0 \in D(A^{3/2})$ и $u_1 \in D(A^{1/2})$ задает полугруппу в гильбертовом пространстве начальных данных

$$K = D(A^{3/2}) \oplus D(A^{1/2}).$$

Теорема 2. Однопараметрическое семейство преобразований $U(t), t \geq 0$ является полугруппой в пространстве K , сохраняющей значение функционала энергии.

Литература

1. Власов В.В., Сакбаев В.Ж. О корректной разрешимости в шкале пространств Соболева некоторых дифференциально-разностных уравнений // Дифференциальные уравнения. 2001. Т. 37, № 9. С. 1194–1202.
2. Власов В.В., Шматов К.И. Корректная разрешимость уравнений гиперболического типа с последствием в гильбертовом пространстве // Труды математического института им. В.А. Стеклова. Т. 243. С. 127–137.
3. Йаакбариев А., Сакбаев В.Ж. Представление формулами Фейнмана полугрупп, порожденных параболическими, дифференциально-разностными операторами // Труды МФТИ. 2012. Т. 4, № 4(16).
4. Муравник А.Б. О задаче Коши для некоторых неоднородных дифференциально-разностных параболических уравнений // Математические заметки. Т. 74, № 4. С. 538–548.
5. Скубачевский А.Л. Эллиптические дифференциально-разностные уравнения с вырождением // Труды ММО. 1997. Т. 59. С. 240–285.

УДК 517.987.5

Построение клиновидных областей и ламинации для одного квадратичного отображения плоскости

С.С. Бельмесова¹

¹ Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского
belmesovass@mail.ru

Рассмотрено квадратичное отображение плоскости

$$F_2 = (xy, (x - 2)^2), \quad (1)$$

возникающее при изучении коэффициентов отражения и прохождения плоской волны с заданным импульсом в поле кристаллической решетки с некоторым специальным расположением узлов [1].

В [2] дано описание неограниченных траекторий, а в [3] сформулирована теорема о неблуждающем множестве отображения (1).

В настоящем докладе приведены геометрические построения во внешности замкнутого инвариантного треугольника $\Delta_2 = \{(x; y) \in R^2 : x, y \geq 0, x + y \leq 4\}$, используемые в доказательстве теоремы о неблуждающем множестве из [3].

При любом $n \geq 1$ положим $F_2^n(x, y) = (f_{2,n}(x, y), g_{2,n}(x, y))$.

В первом квадранте плоскости xOy определим необходимые нам инвариантные подмножества (см. [2]):

1. Внешность треугольника Δ_2 – множество $G_{\Delta_2} = \{(x; y) \in R^2 : x, y \geq 0, x + y > 4\}$.
2. Неограниченное множество $D_{2,+\infty} = \{(x; y) \in R^2 : x \geq 3, y \geq 1\}$.
3. Неограниченное множество $\tilde{G} = G_{\Delta_2} \cap (\bigcup_{i=0}^{+\infty} F_2^{-i}(D_{2,+\infty}))$, где $F_2^{-i}(D_{2,+\infty})$ – i -й полный прообраз множества $D_{2,+\infty}$.
4. Неограниченное множество $G' = \tilde{G}_{\Delta_2} \setminus \text{int} \tilde{G}$, где $\text{int}(\cdot)$ означает внутренность множества.

Сформулируем основной результат данного доклада.

Теорема А. (A1.) Множество \tilde{G} всюду плотно в G_{Δ_2} , и \tilde{G} состоит из блуждающих точек отображения F_2 .

(A2.) Множество G' совершенно, нигде неплотно в G_{Δ_2} и представимо в виде объединения графиков C^1 -гладких строго монотонных неограниченных функций, определяющих вполне инвариантную относительно F_2 ламинацию в G_{Δ_2} .

Приведены результаты совместной работы автора с Л.С. Ефремовой.

Литература

1. Avishai Y., Berend D. Transmission through a Thue-Morse chain // Physical Review. В 1992. V. 45(6). P. 2717–2724.
2. Bel'mesova S.S., Efremova L.S. On unbounded trajectories of a certain quadratic mapping of the plane // Journal of Mathematical Sciences. 2009. V. 157, N 3. P. 433–441.
3. Bel'mesova S.S., Efremova L.S. On the concept of integrability for discrete dynamics systems; criterion, applications to mathematical problems of quasicrystal physics // Proceedings of NOMA'13. Workshop. Zaragoza, Spain. September 3–4. 2013. P. 13–14.

УДК 517.982.252

Теоремы об отделимости для невыпуклых множеств в пространствах с несимметричной полунормой

Г.Е. Иванов¹, М.С. Лопушански¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
masha.alexandra@gmail.com

Одной из основных теорем классического выпуклого анализа является теорема об отделимости гиперплоскостью двух выпуклых непересекающихся множеств. Исследованию различных классов сильно и слабо выпуклых множеств посвящены работы [1–4], в которых сильная и слабая выпуклость множества определяется через норму банахова пространства. В настоящей работе, так же как и в работе [5], вместо нормы мы рассматриваем функцию Минковского неограниченного квазишара, что позволяет применять развиваемые здесь методы к надграфикам функций. Под квазишаром в нормированном пространстве E понимается выпуклое замкнутое множество $M \subset E$, для которого нулевой элемент E является внутренней точкой и $M \neq E$. Функция Минковского $\mu_M(x) = \inf \{t > 0 \mid x \in tM\}$ такого квазишара представляет собой несимметричную полунорму и используется в определениях сильно выпуклых и слабо выпуклых множеств. В работе получены теоремы об отделимости границей квазишара двух непересекающихся множеств, одно из которых сильно выпукло, а другое – слабо выпукло.

Пусть $M \subset E$ – квазишар. M -расстоянием от точки $x \in E$ до множества $A \subset E$ называется

$$\rho_M(x, A) = \inf_{a \in A} \mu_M(x - a).$$

Обозначим через $\mathbb{SC}(M)$ и $\mathbb{WC}(M)$ классы множеств, соответственно сильно и слабо выпуклых относительно квазишара M (см. [5]). Следующие результаты получены в предположении, что квазишар M является параболическим и ограниченно равномерно выпуклым (см. [5]).

Теорема 1. Пусть $D \in \mathcal{SC}(-rM)$, $A \in \mathcal{WC}(RM)$, $A + \text{int}RM \neq E$, где $0 < r < R$. Пусть $0 < \rho_M(D, A) < R - r$. Тогда существуют $b, c \in E$ такие, что $D \subset c - rM \subset \subset b - \text{int}RM \subset E \setminus A$.

M -проекцией точки $x \in E$ на множество $A \subset E$ называется множество

$$P_M(x, A) = A \cap (x - \rho_M(x, A)M).$$

Множеством единичных проксимальных нормалей к множеству $A \subset E$ в точке $a \in A$ относительно квазишара $M \subset E$ называется

$$N_M^1(a, A) = \{z \in E \mid \mu_M(z) = 1, \exists t > 0 : a \in P_M(a + tz, A)\}.$$

Пусть задан квазишар $M \subset E$. Множество $A \subset E$ называется M -замкнутым, если для любой точки $x \in E \setminus A$ справедливо неравенство $\rho_M(x, A) > 0$.

Множество $A \subset E$ называется M -квазиограниченным, если оно M -замкнуто и

$$\sup_{a \in \partial A} \sup_{z \in N_M^1(a, A)} \|z\| < +\infty, \quad \forall d > 0. \\ \|a\| \leq d$$

Теорема 2. Пусть E – конечномерное нормированное пространство. Пусть $D \in \mathcal{SC}(rM)$, $A \in \mathcal{WC}(RM)$ и M -квазиограниченно, $A + \text{int}RM \neq E$, где $0 < r < R$. Пусть $\rho_M(D, A) = 0$ и $A \cap \text{int}D = \emptyset$. Тогда существуют точки $z, y \in E$ такие, что $\text{int}D \subset z - \text{intr}M \subset y - \text{int}RM \subset E \setminus A$.

Теорема 3. Пусть M – равномерно выпуклый и равномерно гладкий квазишар, $D \in \mathcal{SC}(rM)$, $A \in \mathcal{WC}(RM)$, где $0 < r < R$. Пусть $A \cap D = \emptyset$, $\text{int}D \neq \emptyset$. Тогда существуют точки $z, y \in E$ такие, что $\text{int}D \subset z - \text{intr}M \subset y - \text{int}RM \subset E \setminus A$.

Открытый вопрос. Существенно ли в теореме 3 условие равномерной гладкости квазишара M ?

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 13-01-00295-а.

Литература

1. Иванов Г.Е. Слабо выпуклые множества и функции: теория и приложения. М.: Физматлит, 2006.
2. Половинкин Е.С., Балашов М.В. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. М.: Физматлит, 2007.
3. Clarke F. H., Stern R. J., Wolenski P. R. Proximal Smoothness and Lower- C^2 Property // J. Convex Anal. 1995. V. 2, N 1, 2. P. 117–144.
4. Bernard F., Thibault L., Zlateva N. Characterization of proximal regular sets in super reflexive Banach spaces // J. Convex Anal. 2006. V. 13, N 3, 4. P. 525–559.
5. Иванов Г.Е., Лопушански М.С. Аппроксимативные свойства слабо выпуклых множеств в пространствах с несимметричной полунормой // Труды МФТИ. 2012. V. 4, № 4. P. 94–104.

УДК 517.518.2

Плотность гладких функций в весовых пространствах Соболева с весами, локально отделенными от нуля

А.Ю. Головки¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
andrewgolovko@yandex.ru

В 1953 году в работе [1] была доказана плотность гладких функций в пространствах Соболева W_p^s с нормой, включающей сумму норм всех несмешанных обоб-

щенных частных производных порядка не выше s . В 1974 г. В.И. Буренков в работе [2] доказал плотность гладких функций в пространствах Соболева с нормой, включающей сумму норм обобщенных частных производных только порядка s .

Также была показана плотность гладких функций в весовых пространствах Соболева с весами определенного вида. Именно с весом, удовлетворяющим условию Макенхаупта (см., например, работу [3]). Также имеются некоторые результаты с весом, равным функции расстояния до границы.

Наш доклад посвящен плотности гладких функций в весовых пространствах Соболева с произвольным весом, локально ограниченным и локально отделенным от нуля. Мы обобщаем доказательство из [4] на весовой случай, а также на случай пространств Соболева, содержащих нормы не всех обобщенных частных производных соответствующего порядка (в том числе и на анизотропный случай).

Следует отметить, что даже в случае $s = 1$, $p = 2$ для двумерного шара плотность гладких функций имеет место не для произвольных весов (см., например, работу Жикова [5]).

Пусть на множестве G задана положительная функция $v(x)$. Введем обозначение $\|f\|_{L_{p,v}(G)} = (\int_G |f(x)|^p v(x) dx)^{\frac{1}{p}}$ при $1 \leq p < \infty$. Через $C^\infty(G)$ обозначим множество функций, бесконечно дифференцируемых в G .

Пусть $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Пусть $1 \leq m \leq n$. Пусть введены $i_0 = 0$, $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_m = n$. Пусть $\chi_j(i) = 1$ при $i_{j-1} + 1 \leq i \leq i_j$, $\chi_j(i) = 0$ при $1 \leq i \leq i_{j-1}$ и $i_j + 1 \leq i \leq n$. При $\alpha \in \mathbb{N}^n$ положим $\alpha^j = \chi_j \alpha$, то есть $\alpha^j = (0, \dots, \alpha_{i_{j-1}+1}, \dots, \alpha_{i_j}, 0, \dots, 0)$, так что $\alpha = \sum_{j=1}^m \alpha^j$.

Определение 1. Пусть $G \subset \mathbb{R}^n$ – открытое множество. Назовем функцию $v : G \rightarrow (0, +\infty)$ локально отделенной от нуля, если для любого компакта $K \subset G$ существует константа $C_1 > 0$ такая, что для всех $x \in K$ выполнено неравенство $v(x) \geq C_1$.

Определение 2. Пусть $G \subset \mathbb{R}^n$ – открытое множество. Назовем функцию $v : G \rightarrow (0, +\infty)$ локально ограниченной, если для любого компакта $K \subset G$ существует константа $C_2 > 0$ такая, что для всех $x \in K$ выполнено неравенство $v(x) \leq C_2$.

Заметим, что любая положительная непрерывная функция является локально отделенной от нуля и локально ограниченной.

Существуют функции, которые являются локально отделенными от нуля и локально ограниченными, но не принадлежат никакому классу Макенхаупта. Таким образом, мы рассматриваем новый класс весовых функций, не содержащийся в ранее изученных.

Теорема. Пусть $G \subset \mathbb{R}^n$ – открытое множество, $n \geq 2$, $1 \leq p < \infty$, $m \in \mathbb{N}$, $1 \leq t \leq n$, $s_j \in \mathbb{Z}_+$ (при $j = \overline{1, m}$), $v_\alpha : G \rightarrow (0, +\infty)$ – локально отделенные от нуля и локально ограниченные функции при $\alpha = \alpha^j$, $|\alpha| = s^j$ (при $j = \overline{1, m}$) и $\alpha = 0$. Тогда множество $C^\infty(G)$ плотно в весовом пространстве Соболева с нормой $\|f\|_{W_{p, \vec{v}_\alpha, m}} = A + B$, где $A = \sum_{j=1}^m \sum_{|\alpha| = s_j} \|D^\alpha f\|_{L_{p, v_\alpha}(G)}$, а $B = \|f\|_{L_{p, v_0}(G)}$.

Автор благодарит О.В. Бесова за обсуждение данного доклада и ряд полезных замечаний.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 11-01-0074, 12-01-31206), гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-6431.2012.1), АВЦП «Развитие на-

учного потенциала высшей школы» (проект 1.1821.2011), Министерства образования и науки РФ (соглашение 8215).

Литература

1. *Deny J., Lions J.L.* Les espaces du type de Beppo // Ann. Inst. Fourier. 1953/1954. V. 5. P. 305–370.
2. *Буренков В.И.* О плотности бесконечно дифференцируемых функций в пространствах Соболева для произвольного открытого множества // Тр. МИАН СССР. 1974. Т. 131. С. 39–50.
3. *Gol'dshtein V., Ukhlov A.* Weighted Sobolev spaces and embedding theorems // American Mathematical Society. 2009. N 7. P. 3829–3850.
4. *Мазья В.Г.* Пространства Соболева. Ленинград: ЛГУ, 1985. 416 с.
5. *Жиков В.В.* О весовых соболевских пространствах // Математический сборник. 1998. Т. 189, № 8. С. 27–58.

УДК 517.987.5

Пример гладкого косо́го произведения на плоскости, имеющего топологически транзитивный, но не топологически эргодический аттрактор

*А.С. Фильченков*¹

¹ Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского
radren@mail.ru

В докладе представлены результаты, являющиеся продолжением работ [1], [2].

Определение 1 [3]. Пусть X – топологическое пространство. Отображение $\varphi : X \rightarrow X$ называется *топологически транзитивным*, если существует такая точка $x_0 \in X$, что её траектория $O_\varphi(x) = \{\varphi^n(x)\}_{n \in \mathbb{N}}$ плотна в X .

Определение 2. Отображение $\varphi : X \rightarrow X$ называется *топологически эргодическим*, если для любого натурального n отображение φ^n топологически транзитивно.

Рассмотрим C^3 -гладкие косо́е произведения отображений интервала, т.е. отображения вида

$$F(x, y) = (f(x), g_x(y)), \quad (1)$$

где $g_x(y) = g(x, y)$, причём фазовым пространством F является замкнутый прямоугольник $I = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2]$.

Обозначим через $T_{fb}^3(I)$ класс C^3 -гладких отображений вида (1), удовлетворяющих следующим условиям:

$$(C.1) \text{ шварциан } S(g_x(y)) = \frac{\partial^3 g_x(y)}{\partial y^3} - \frac{3}{2} \left(\frac{\partial^2 g_x(y)}{\partial y^2} \right)^2 < 0 \text{ при всех } (x, y) \in I \text{ таких, что}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} g_x(y) \neq 0;$$

(C.2) отображение $g_x : [a_2, b_2] \rightarrow [a_2, b_2]$ при любом $x \in [a_1, b_1]$ имеет не более одной критической точки в интервале (a_2, b_2) , причём эта точка невырожденная;

(C.3) $g_x(a_2) > a_2$, $g_x(b_2) = a_2$ при любом $x \in [a_1, b_1]$, где $\partial([a_2, b_2])$ – граница отрезка $[a_2, b_2]$.

В докладе построен пример C^3 -гладкого косо́го произведения отображений интервала $F^* : [0, 1] \times [-0, 5, 1, 2] \rightarrow [0, 1] \times [-0, 5, 1, 2]$, имеющего топологически транзитивный, но не топологически эргодический аттрактор $A = [0, 1]^2$, такой, что $F_{|A}^* \in T_{fb}^3([0, 1]^2)$.

Построение основано на следующем утверждении.

Теорема [4]. Пусть косое произведение $F \in T_{fb}^3(I)$ удовлетворяет следующим условиям:

(Y.1) равенства $p(x) = p(f(x)) = p(f^2(x)) = \dots = p(f^{n-1}(x))$ справедливы при каждом $x \in \text{Per}(f)$, где $p(x)$ – неподвижная точка отображения $g_x(y)$, $\text{Per}(f)$ – множество периодических точек отображения f , n – период точки x ;

(Y.2) при любом $x \in [a_1, b_1]$ $p(x)$ – отталкивающая неподвижная точка отображения $g_x(y)$;

(Y.3) факторотображение $f(x)$ топологически эргодично;

(Y.4) $g_x(a_2) = p(x)$ при каждом $x \in [a_1, b_1]$.

Тогда F – топологически транзитивное, но не топологически эргодическое отображение.

Литература

1. Ефремова Л.С., Фильченков А.С. Топологическая транзитивность косых произведений в плоскости с отрицательным шварцианом семейства отображений в слоях // Труды МФТИ. 2012. Т. 4, № 4. С. 82–93.
2. Фильченков А.С. Пример топологически транзитивного, но не топологически эргодического гладкого косога произведения на плоскости // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2012. № 4(1). С. 193–201.
3. Каток А., Хасселблат Б. Введение в современную теорию динамических систем. М.: Факториал, 1999.
4. Ефремова Л.С., Фильченков А.С. Граничные условия для отображений в слоях и топологическая транзитивность косых произведений отображений интервала // Труды международной конференции по дифференциальным уравнениям и динамическим системам. Суздаль. 2012 (в печати).

УДК 519.17

Т-неприводимые расширения для некоторых типов орграфов и их объединений

*А.В. Гавриков*¹

¹ Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
alexandergavrikov1989@gmail.com

Ориентированные графы представляют собой математические модели дискретных систем. Конструкции оптимальных расширений, которыми являются Т-неприводимые расширения и минимальные Т-неприводимые расширения, широко применяются в криптографии и диагностике дискретных систем. Вопросы отказоустойчивости на данный момент сформулированы в терминах теории графов. Так как задача поиска ТНР по заданному орграфу в общем случае является вычислительно сложной, то не существует универсального полиномиального алгоритма для ее решения. В этом случае вопрос нахождения ТНР и минимальных ТНР для некоторых типов орграфов является актуальным.

В данной работе изучены конструкции и приведены алгоритмы построения Т-неприводимых расширений и минимальных Т-неприводимых расширений для некоторых типов орграфов и их объединений, а именно для ориентированных цепей, контуров, для направленных звезд, для объединения изоморфных копий связного

орграфа, для объединения орграфа и его T -неприводимого расширения, для объединения ориентированных цепей, для объединений контуров. Каждый из предложенных алгоритмов имеет полиномиальную асимптотическую сложность. Доказана корректность этих алгоритмов.

Литература

1. *Богомолов А.М., Салий В.Н.* Алгебраические основы теории дискретных систем. М.: Наука. Физматлит, 1997. 368 с.
2. *Курносова С.Г.* T -неприводимые расширения для некоторых классов графов // Теоретические проблемы информатики и ее приложений: сб. науч. тр. / под ред. проф. А.А. Сытника. Саратов: изд-во Саратов. ун-та, 2004. В. 6. 204 с.
3. *Салий В.Н.* Доказательства с нулевым разглашением в задачах о расширении графов // Вестник Томского гос. ун-та. Приложение. 2003. № 6. С. 63–65.
4. *Абросимов М.Б.* О сложности некоторых задач, связанных с расширениями графов // Матем. заметки, 2010. Т. 88, № 5. С. 643–650.
5. *Курносова С.Г.* Решение задачи нахождения всех T -неприводимых расширений для симметричных ориентаций цепей // Синтез и сложность управляющих систем: Материалы XVI Междунар. школы-семинара. М.: изд-во мех.-мат. ф-та МГУ, 2006. С. 76–81.
6. *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Риверс Р.* Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦНМО, 1990. 1290 с.

УДК 517.982.252

Пример порождающего в слабом смысле множества, не являющегося порождающим

*М.О. Голубев*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)

maksimkane@mail.ru

Определение 1 [1, 2]. Выпуклое замкнутое множество M в банаховом пространстве E называется *порождающим множеством*, если для любого множества X такого, что множество $A = \bigcap_{x \in X} (M + x)$ непусто, найдется выпуклое замкнутое множество $B \subset E$ такое, что $A + B = M$.

Определение 2 [1, 2]. Для выбранного порождающего множества M всякое непустое множество вида $\bigcap_{x \in X} (M + x)$ будем называть *сильно выпуклым относительно M* .

Определение 3. *Геометрической разностью* множеств $A, B \subset E$ называется множество $A * B = \{x \in E | x + B \subset A\}$.

Для всякого множества M определим класс множеств $SC(M) = \{A \subset E | \exists C : A = M * C\}$.

Определение 4 [Г.Е. Иванов]. Выпуклое замкнутое множество M в банаховом пространстве E называется *порождающим в слабом смысле*, если $SC(M)$ обладает свойством выпуклости, то есть для всех $A_0, A_1 \in SC(M)$ и для всех $\lambda \in [0, 1]$ верно включение $(1 - \lambda)A_0 + \lambda A_1 \in SC(M)$.

Как показал Г.Е. Иванов, понятие порождающих в слабом смысле множеств бывает полезно, например, в дифференциальных играх. Пусть M – выпуклый многогранник, порождающий в слабом смысле. Рассмотрим дифференциальную игру с динамикой $\dot{x}(t) = u(t) + v(t)$, геометрическими ограничениями на управления

$u(t) \in P(t)$, $v(t) \in Q(t)$ и целевым множеством S . Пусть множества $P(t)$, $Q(t)$, S сильно выпуклы относительно M . Тогда альтернированные суммы Понтрягина тоже будут сильно выпуклыми относительно M многогранниками, а значит, их грани будут иметь те же нормали, что и грани M . Таким образом, при вычислении альтернированных сумм не появится новых граней, что упрощает соответствующий алгоритм вычисления.

Очевидно, что любое порождающее множество является порождающим в слабом смысле. Г.Е. Ивановым был поставлен следующий вопрос: всякое ли порождающее в слабом смысле множество будет порождающим?

Ответ на него отрицательный.

Контрпример. Пусть множество M – усеченная пирамида с вершинами в точках $A(3; -3; 0)$, $B(-3; -3; 0)$, $C(-3; 3; 0)$, $D(3; 3; 0)$, $A_1(2; -2; 2)$, $B_1(-2; -2; 2)$, $C_1(-2; 2; 2)$, $D_1(2; 2; 2)$.

Легко показать, что данное множество не порождающее – аналогичное множество было рассмотрено в [1, 2]. Простым перебором можно показать, что для любых множеств $M_0, M_1 \in SC(M)$ любая их выпуклая комбинация $(1 - \lambda)M_0 + \lambda M_1$, $\lambda \in [0, 1]$ принадлежит этому же классу, то есть множество M является порождающим в слабом смысле.

Литература

1. Балашов М.В., Половинкин Е.С. M -сильно выпуклые подмножества и их порождающие множества // Математический сборник. 2000. Т. 191, № 1. С. 27–64.
2. Половинкин Е.С., Балашов М.В. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. М.: Физматлит, 2007. 440 с.
3. Иванов Г.Е. Критерий гладких порождающих множеств // Математический сборник. 2007. Т. 198, № 3. С. 51–76.

УДК 512.71

Несовместность системы двух уравнений

*А.В. Селиверстов*¹

¹Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН

slvstv@iitp.ru

Рассмотрим два многочлена $p(x, y, \dots)$ и $q(x, y, \dots)$ степени не выше d от n переменных над алгебраическим замыканием \mathbf{A} поля рациональных чисел. Представляет ли p обратимый элемент в кольце $\mathbf{A}[x, y, \dots]/\langle q \rangle$ регулярных функций на аффинной гиперповерхности $q = 0$? При $n = 1$ задача эффективно решается алгоритмом Евклида. В общем случае задача решается вычислением базиса Грёбнера идеала, порождаемого многочленами p и q . Однако сложность такого вычисления может быть очень высокой при больших значениях n из-за появления на промежуточных шагах многочленов высокой степени [1, 2]. Здесь предложен вероятностный алгоритм проверки несовместности системы двух уравнений, требующий $\text{poly}(n)$ арифметических операций над полем \mathbf{A} при фиксированном значении d .

Теорема 1. *Существует вероятностный алгоритм проверки отсутствия общего делителя положительной степени y двух многочленов $p(x, y, \dots)$ и $q(x, y, \dots)$ степени не выше d от n переменных, требующий $\text{poly}(n)$ арифметических операций над полем \mathbf{A} при фиксированной верхней границе для степени d .*

Набросок доказательства. Алгоритм проверяет отсутствие общего делителя положительной степени у ограничений многочленов $p(x, y, \dots)$ и $q(x, y, \dots)$ на случайную прямую. Для этого нужно вычислить результат двух многочленов от одной переменной.

Замечание 1. Без ограничения на степень многочлены можно разложить на неприводимые множители за экспоненциальное время [3, 4].

Теорема 2. *Существует вероятностный алгоритм проверки несовместности системы двух алгебраических уравнений $p(x, y, \dots) = q(x, y, \dots) = 0$ степени не выше d от n переменных, требующий $\text{poly}(n)$ арифметических операций над полем комплексных чисел при фиксированной верхней границе для степени d .*

Набросок доказательства. Поскольку при $n = 1$ задача эффективно решается алгоритмом Евклида, далее будем считать, что число переменных n не меньше двух. В начале алгоритм из теоремы 1 проверяет, что для p и q не существует общего делителя положительной степени. Далее предполагаем, что его нет.

Обозначим $p^h(t, x, y, \dots)$ и $q^h(t, x, y, \dots)$ формы, полученные гомогенизацией многочленов $p(x, y, \dots)$ и $q(x, y, \dots)$, где t – новая однородная координата.

Если система $p = q = 0$ несовместная, то пересечение проективных гиперповерхностей, заданных формами $p^h(t, x, y, \dots)$ и $q^h(t, x, y, \dots)$, целиком лежит на бесконечно удалённой гиперплоскости $t = 0$. Следовательно, это пересечение определяется двумя формами t и $f(x, y, \dots)$, где f не зависит от переменной t и её степень $\text{deg}(f)$ не превосходит d , поскольку $f(x, y, \dots)$ делит обе формы $p^h(0, x, y, \dots)$ и $q^h(0, x, y, \dots)$.

Алгоритм проверяет совпадение ограничений на случайную двумерную плоскость двух проективных многообразий, одно из которых определено формами $t, p^h(0, x, y, \dots)$ и $q^h(0, x, y, \dots)$, а другое формами $p^h(t, x, y, \dots)$ и $q^h(t, x, y, \dots)$. Для этого достаточно убедиться, что полученные при ограничении на плоскость кривые не пустые и имеют одинаковые степени. При этом надо сравнивать кривые, а не идеалы, которые могут не быть радикальными.

Замечание 2. Таким образом, существует эффективно проверяемое подтверждение обратимости элемента в кольце регулярных функций на аффинной гиперповерхности малой степени. Однако алгоритм не предъявляет обратный элемент, если он существует.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 13-04-40196-Н).

Литература

1. Чистов А.Л. Дважды экспоненциальная нижняя оценка на степень системы образующих полиномиального простого идеала // Алгебра и анализ. 2008. Т. 20, № 6. С. 186–213.
2. Mayr E.W., Meyer A.R. The complexity of the word problems for commutative semigroups and polynomial ideals // Advances in Mathematics. 1982. V. 46, N 3. P. 305–329.
3. Чистов А.Л. Алгоритм полиномиальной сложности для разложения многочленов и нахождение компонент многообразия в субэкспоненциальное время // Записки научных семинаров ЛОМИ. 1984. Т. 137. С. 124–188.
4. Григорьев Д.Ю. Сложность разрешения теории первого порядка алгебраически замкнутых полей // Известия АН СССР. Сер. матем. 1986. Т. 50, № 5. С. 1106–1120.

УДК 517.958:530.145.6

Градиентный взрыв решения задачи Коши для нелинейного уравнения Шредингера с отклоняющимся аргументом

А.Д. Грехнева¹

¹ Российский университет дружбы народов
alice@prohorses.info

Явления взрыва в задаче Коши для уравнения Шредингера и уравнения теплопроводности с нелинейным источником исследовались в работах [1–3]. Мы можем говорить о том, что начальная задача для дифференциального уравнения обладает взрывом, если удовлетворяет одному из следующих условий:

1. интервал существования решения конечен;
2. нормы решения в банаховом пространстве бесконечно возрастают на конечном интервале;
3. структура множества решений задачи (в частности, единственность решения) изменяется в некоторой точке интервала существования.

В работах [1–3] показано, что условия на параметры нелинейного оператора, необходимые и достаточные для возникновения взрыва решения задачи Коши для уравнения Шредингера, являются условиями глобального существования решения уравнения теплопроводности с тем же нелинейным оператором и наоборот. В нашем сообщении исследуется влияние операторов отклонения пространственного аргумента в нелинейных слагаемых на условия глобальной продолжимости решения задачи Коши и на условия возникновения градиентного взрыва.

Решение задачи Коши для уравнения Шредингера ищем в соболевском пространстве H^1 . Сначала будет дано определение решения задачи Коши. Затем на пространстве решений задачи определяются функционал энергии и функционал второго момента (дисперсии). Установлено, что функционал энергии является первым интегралом. Определены условия на начальные значения решения, достаточные для убывания (возрастания) функционала второго момента на решении.

Теорема 1 дает условия локального существования и единственности решения. Теорема 2 дает условия, достаточные для возникновения взрыва решения задачи Коши для уравнения Шредингера за конечное время, значение которого оценено сверху и снизу. Теорема 3 дает достаточные условия глобального существования решения задачи Коши, то есть отсутствия его взрыва.

Тем самым установлены необходимые и достаточные условия возникновения взрыва у решения задачи Коши для нелинейного уравнения Шредингера, содержащего отклонения пространственного аргумента в нелинейных слагаемых.

Литература

1. Сакбаев В.Ж. Разрушение решений задачи Коши для нелинейного уравнения Шредингера // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2013. № 1(30). С. 159–171.
2. Mitidieri E., Pohozaev S.I. A priori estimates and blow-up of solutions to nonlinear partial differential equations and inequalities // Proc. Steklov Inst. Math. 2001. V. 234. P. 1–362.
3. Zhidkov P.E. Korteweg-de Vries and nonlinear Schrödinger equations: qualitative theory. Lecture Notes in Math / Lecture Notes in Mathematics. V. 1756. Berlin: Springer-Verlag, 2001. 147 p.

УДК 538.94

Новые зависимости для производной вырожденной функции Гойна

*Т.А. Ишханян*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
tishkhanyan@gmail.com

Функции Гойна – решения уравнений Гойна – являются фробениусовыми решениями линейного обыкновенного дифференциального уравнения типа Фукса (которое в общем случае имеет 4 сингулярные точки):

$$u_{zz} + \left(\frac{\gamma}{z} + \frac{\beta}{z-1} + \frac{\varepsilon}{z-a} \right) u_z + \frac{\alpha\beta z - q}{z(z-1)(z-a)} u = 0.$$

Эти функции являются обобщениями гипергеометрических функций, функций Лэма, Матьё и сферических волновых функций. Поэтому их применение в науке значительно: уравнение Шредингера с негармоническим потенциалом, молекула воды в разных квантовых явлениях, связанных с притягиванием и отталкиванием уровней и в очень многих других ситуациях. Благодаря такому широкому спектру применений, функции Гойна могут быть рассмотрены как приемники гипергеометрических функций в XXI веке.

Мы рассматриваем процесс фотоассоциации ультрахолодных атомов, при котором два атома под воздействием внешнего лазерного излучения формируют молекулу, например, проходя через третье состояние (двухцветная схема).

Уравнение Гойна с 4 сингулярностями очень трудно исследовать аналитически. Тем не менее некоторые из упомянутых 4 сингулярностей уравнения Гойна могут сливаться, что приведет к уравнению для вырожденных функций Гойна:

$$u_{zz} + \left(4p + \frac{\gamma}{z} + \frac{\delta}{z-1} \right) u_z + \frac{4p\alpha z - \sigma}{z(z-1)} u = 0.$$

Изучены случаи, когда уравнение для производной вырожденной функции Гойна имеет лишь 3 особые точки (в общем случае данное уравнение тоже имеет четыре подобные точки). Показано, что эта ситуация имеет место только в трех специфических случаях. Далее показано, что в этих случаях данное уравнение сводится к некоторому вырожденному уравнению Гойна с измененными параметрами. Это означает, что в этих случаях производная вырожденной функции Гойна выражается через некоторую другую вырожденную функцию Гойна. Анализ полученных соотношений показывает, что они могут быть полезными для построения некоторых точных решений вырожденного уравнения Гойна для специфических значений параметров. Приведены конкретные примеры таких случаев, и во всех этих случаях в явном виде приведены окончательные решения, которые выражаются через более простые специальные функции. Кроме того, показано, что в указанных случаях решение можно разложить в ряд по обобщенным гипергеометрическим функциям Гурса или Клаузена.

Литература

1. *Ronveaux A.* Heun's Differential Equations. London: Oxford University Press, 1995. 354 p.

2. *Ishkhanyan A.M.* Incomplete beta-function expansions of the solutions to the confluent Heun equation // J. Phys. A: Math. Gen. 2005. V. 38. P. L491.
3. *Ishkhanyan A.M., Suominen K.A.* New solutions of Heun's general equation // J. Phys. A: Math. Gen. 2003. V. 36. P. L81.

Секция квазилинейных уравнений и обратных задач

УДК 517.9

Оценки устойчивости в обратной задаче Гельфанда при больших энергиях

М.И. Исаев^{1,2}

¹ Ecole polytechnique, France,

² Московский физико-технический институт (государственный университет)

Isaev.M.I@gmail.com

В данном докладе обсуждаются новые глобальные гёльдер-логарифмические оценки устойчивости в краевой обратной задаче Гельфанда. Одной из важных особенностей является явная зависимость от энергии. Оценки состоят из двух частей: первая — гёльдеровская, вторая — логарифмическая. При увеличении энергии логарифмическая часть быстро (в зависимости от регулярности потенциала) убывает и гёльдеровская часть становится доминирующей. Тем самым объясняется феномен увеличивающейся устойчивости с ростом энергии и/или регулярности искомого коэффициента уравнения Шредингера. Кроме того, приводятся результаты, показывающие оптимальность в некотором определенном смысле оценок такого типа. Этот доклад основан на работах [1], [2], [3].

Работа поддержана ЦФП 14.А18.21.0866 Министерства образования и науки РФ.

Литература

1. *Isaev M.I.* Exponential instability in the Gel'fand inverse problem on the energy intervals // J. Inverse Ill-posed Problems. 2011. V. 19 (3). P. 453–473.
2. *Isaev M.I.* Instability in the Gel'fand inverse problem at high energies // Applicable Analysis 2012. DOI:10.1080/00036811.2012.731501.
3. *Isaev M.I., Novikov R.G.* Energy and regularity dependent stability estimates for the Gel'fand inverse problem in multidimensions // J. Inverse Ill-posed Problems. 2012. V. 20(3). P. 313–325.

УДК 517.9

Обратная задача рассеяния при фиксированной энергии с непереопределенными данными

*Р.Г. Новиков*¹

¹ Ecole polytechnique, France

novikov@map.polytechnique.fr

Мы рассматриваем задачу о восстановлении потенциала в уравнении Шредингера по амплитуде рассеяния при фиксированной энергии в размерности $d \geq 2$. Основной целью доклада является рассмотрение этой задачи в непереопределенной постановке, то есть когда амплитуда рассеяния при фиксированной энергии

задана на подходящих d -мерных подмногообразиях своей области определения. Основное внимание уделено трехмерному случаю: $d = 3$. Наши результаты включают в себя, в частности, первый эффективный алгоритм приближенного восстановления и соответствующие оценки устойчивости для непереопределенной трехмерной обратной задачи рассеяния при достаточно высокой фиксированной энергии.

Этот доклад основан на статьях [1], [2].

Работа поддержана ЦФП 14.А18.21.0866 Министерство образования и науки РФ.

Литература

1. *Novikov R.G.* Approximate Lipschitz stability for non-overdetermined inverse scattering at fixed energy // e-print: <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00764113>.
2. *Novikov R.G.* An iterative approach to non-overdetermined inverse scattering at fixed energy // e-print: <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00835735>.

УДК 519.865.3

Теоремы характеризации, обращения и единственности для преобразования Радона по гиперповерхностям уровня положительно однородных функций

А.Д. Агалъцов^{1,2}

¹ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,

² Московский физико-технический институт (государственный университет)

agalets@gmail.com

В работе А.А. Шананина [1] была предложена модель производства в отрасли, учитывающая способность различных производственных факторов замещать друг друга в процессе производства. Эта модель является непосредственным обобщением модели Хаутеккера–Иохансена. С математической точки зрения это обобщение связано с тем, что в качестве гиперповерхностей постоянной себестоимости единицы выпускаемой продукции допускаются гиперповерхности уровня произвольных вогнутых положительно однородных функций на неотрицательном ортанте, а не только гиперплоскости.

В обобщённой модели Хаутеккера–Иохансена функция прибыли представляет собой интегральное преобразование типа Радона от распределения мощностей по технологиям, а её вторая производная является обобщённым преобразованием Радона по гиперповерхностям уровня постоянной себестоимости единицы выпускаемой продукции. Таким образом, исследование обобщённой модели Хаутеккера–Иохансена сводится к изучению свойств обобщённого преобразования Радона и интегральных операторов типа Радона.

В докладе сообщаются теоремы характеризации для интегральных операторов типа Радона, обобщающие теорему Бернштейна о вполне монотонных функциях. Приводится формула обращения интегральных операторов типа Радона, обобщающая формулу Меллина обращения преобразования Лапласа. Указываются условия инъективности обобщённого преобразования Радона в случае постоянной эластичности замещения производственных факторов и приводится пример неединственности.

Литература

1. Шананин А.А. Обобщённая модель чистой отрасли производства // Математическое моделирование. 1997. Т. 9, № 9. С. 117–127.

УДК 519.6

**Моделирование «пульсирующих» режимов
пространственной динамики свертывания крови**

Е.К. Вдовина¹, К.А. Волосов¹, Л.В. Пугина¹, А.К. Волосова¹

¹ Московский государственный университет путей сообщения
konstantinvolosov@yandex.ru

В цикле работ, ссылки на которые приведены в [1], в частности, при численном исследовании феноменологической модели свертывания крови (ФМСК) обнаружен режим пространственного «пульсирующего» распределения, и описан эффект «остановки волны». В данной работе показано, что модель ФМСК имеют математическое свойство, отличающее её от других моделей, использование которого при выполнении определенного неравенства на коэффициенты позволяет построить приближенное решение.

Система уравнений ФМСК для активатора процесса свертываемости $Q(x, t)$ (тромбина), гипотетического ингибитора $S(x, t)$ [1] имеет вид

$$Q'_t - d_1 \Delta Q + F_1(Q, S) = 0,$$

$$F_1 = -K_1 Q^2 / (K_2 + Q) + K_3 Q + K_4 Q S,$$

$$S'_t - d_2 \Delta S + F_2(Q, S) = 0,$$

$$F_2 = -K_5 Q (1 - S/K_6) (1 + (S/K_7)^2) + K_8 Q.$$

В [1] показано, что существуют два режима. Допороговому режиму соответствуют построенные в данной работе решения, и в этом случае в уравнениях превалирует функция (стока) диссипации. Взрывная кинетика образования тромбина при надпороговой активации, как следует из данной работы, происходит при доминировании источников в модели (1).

Теорема. Пусть дана система ФМСК (1) в области $\Omega = (R^1 \otimes [0, T])$, $T > 0$, где $K_2 < 1$ и выполнено неравенство $K_1 < K_3 + K_4 K_6$, разделяющее области диссипации (стока) и источников в (1).

Тогда существует асимптотическое равномерно ограниченное по переменной x , «пульсирующее» убывающее в «среднем», и равномерно ограниченное по переменной t решение задачи (1) имеет вид $Q(x, t) = W(x, t) + K_2 \Phi(x, t) \dots$. Главный член асимптотического решения имеет вид

$$W = \cos(K_4 K_7 t) \exp((K_1 - K_3 - K_4 K_6) t) w(x + \alpha t, t) + C_1,$$

$S = (-Q'_t + d_1 \Delta Q) / (K_4 Q) - K_3 / K_4 + K_1 / (K_4 (K_2 + Q))$. Здесь φ — константа сдвига по фазе, а функция $w(x, t)$, $\eta = x + \alpha t$ является решением задачи Коши для линейного параболического уравнения $w'_t - d_1 w''_{\eta\eta} = 0$, $w(\eta, 0) = q(\eta)$. Остаток асимптотического решения убывает по переменной t , равномерно ограничен и убывает по переменной $|x|$.

Комментарии.

Главный член приближенного решения W при $K_2 = 0$ определяется из нелинейного уравнения с частными производными четвертого порядка.

Свойство, выделяющее модель ФМСК из других рассмотренных в [1], заключается в том, что существует слагаемое, имеющее степень однородности семь, и оно разлагается на нетривиальных три множителя A_1 , A_2 , A_3 , и важным является то, что A_2 , A_3 являются комплексно-сопряженными:

$$\begin{aligned} K_5 Q^4 A_1 A_2 A_3 + K_4^2 K_6 K_7^2 Q^3 A_4 &= 0, \\ A_1 &= (K_1 - K_3 - K_4 K_6) Q + d_1 Q''_{xx} - Q'_t, \\ A_2 &= (K_1 - K_3 + i K_4 K_7) Q + d_1 Q''_{xx} - Q'_t, \\ A_3 &= (K_1 - K_3 - i K_4 K_7) Q + d_1 Q''_{xx} - Q'_t, \\ A_4 &= (K_1 - K_3) K_8 Q^3 - K_8 Q^2 Q'_t + Q (Q'_t)^2 - \\ &- Q^2 Q''_{xx} + 2 d_2 Q'_t (Q'_x)^2 - 2 d_2 Q Q'_x Q''_{xt} + \\ &+ d_1 K_8 Q^2 Q''_{xx} - d_1 Q Q'_t Q''_{xx} - d_2 Q Q'_t Q''_{xx} - \\ &- 2 d_1 d_2 (Q'_x)^2 Q''_{xx} + d_1 d_2 Q (Q''_{xx})^2 + d_1 Q^2 Q'''_{xxt} + \\ &+ d_2 Q^2 Q'''_{xxt} + 2 d_1 d_2 Q Q'_x Q'''_{xxx} - d_1 d_2 Q^2 Q''''_{xxxx}. \end{aligned}$$

Появляется возможность использовать принцип суперпозиции и рассчитать «взаимодействие» двух и более структур. Выяснено, что коэффициент экспоненциального убывания функции равен $K_1 - K_3 - K_4 K_6$, а частота колебания равна $K_4 K_7$, что важно для специалистов, разрабатывающих новые лекарственные формы и приборы.

При малом значении коэффициента $|K_1 - K_3 - K_4 K_6|$ получим эффект «остановки волны» при большем значении t .

Указанное выше свойство распространяется на случай многих пространственных переменных. Далее можно построить «пульсирующие» спиральные волны и исследовать нелинейную задачу методом нефиксированной конструктивной замены переменных [2], [3].

Литература

1. Атауллаханов Ф.И., Зарницина В.И., Кондратович А.Ю., Лобанов Е.С., Сарбаш В.И. Особый класс автоволн — автоволны с остановкой — определяет пространственную динамику свертывания крови // УФН. 2002. Т. 172, № 6. С. 71–690.
2. Волосов К.А. Конструирование решений квазилинейных уравнений с частными производными // Сибирский журнал индустриальной математики 2008. N 11. No. 2(34). С. 29–39. English transl. in Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2009. V. 3, N 4. P. 519–527.
www.springerlink.com/\$/content/\$/h347004463516r68.
3. Вдовина Е.К., Волосов К.А. Моделирование спиральных волн в процессе свертывания крови // Математическое моделирование. 2013. Т. 25, № 3. С. 14–25. Spiral waves in a Mathematical Models of Blood Clotting Simulations. 2013. V. 5. N 5. P. 456–463.

УДК 517.95, 519.711.3

Алгоритм пересчета волнового поля на новый уровень***А.Н. Данилин***¹¹ Балтийский федеральный университет им. И. Канта

Adanilin@kantiana.ru

В сейсморазведке часто возникает задача исключения искажающего влияния ЗМС (зона малых скоростей) – wave equation datuming, т.е. пересчет волнового поля со свободной границы $z = 0$ на некоторый уровень $z_0 > 0$ [1, 2] при условии, что в полосе $z \in [0, z_0]$ среда известная, а при $z > z_0$ – неизвестна. В работе описывается процедура численного решения этой задачи, основанная на продолжении волнового поля в обратном времени [3]. Для удаления возникающих при этом «паразитных» волн используется расчет характеристик и введение искусственного поглощающего слоя вместо свободной границы.

Рассмотрим начально-краевую задачу (прямую) для уравнения акустики в двумерной среде:

$$\begin{aligned} \rho u_{tt} - u_{xx} - u_{zz} &= 0, \\ x \in R, z > 0, t \in (0, T), \\ u(x, z, 0) = 0, u_t(x, z, 0) &= 0, \\ u_z(x, 0, t; x_s) &= f(t)\delta(x - x_s), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\rho(x, z)$ – плотность ($c(x, z) = \sqrt{1/\rho(x, z)}$ – скорость распространения волн), x_s – координата точечного граничного источника, $f(x, t)$ – импульс Рикера. Пусть нам известна функция $u_0(x, t; x_s) = u(x, 0, t; x_s)$.

Пусть $\rho(x, z)$ известна в полосе $[0, z_0]$, а на отрезке $[z_0, z_1]$ $\rho = \rho_0 = \text{const}$, при $z > z_1$ функция ρ неизвестна. Рассмотрим другую задачу с объемными точечными источниками на линии $z = z_0$:

$$\begin{aligned} \rho' u'_{tt} - u'_{xx} - u'_{zz} &= f(t)\delta(x - x_s)\delta(z - z_0), \\ x \in R, z > 0, t \in (0, T), \\ u'(x, z, 0) = 0, u'_t(x, z, 0) &= 0, \\ u'_z(x, 0, t; x_s) &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Слой $[0, z_1]$ – однородный, $\rho'|_{[0, z_1]} = \rho_0$ и $\rho'(z) = \rho(z)$ при $z > z_1$.

Задача пересчета ставится так: требуется по заданной функции $u_0(x, t; x_s)$ найти функцию $u_1(x, t; x_s) = u'(x, z_0, t; x_s)$. Эта задача некорректна, но имеет важное значение в сейсморазведке (wave equation datuming). Процедура «опускания источников и приемников» часто основана на продолжении волнового поля в обратном времени.

Сформулируем задачу продолжения поля $u_0(x, t; x_s)$ в обратном времени:

$$\begin{aligned} \rho_1 v_{tt} - v_{xx} - v_{zz} &= 0, \\ x \in R, z > 0, t \in (0, T), \\ v(x, z, T) = 0, v_t(x, z, T) &= 0, \\ v(x, 0, t; x_s) &= u_0(x, t; x_s). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\rho_1 = \rho$ в слое $[0, z_1]$ и $\rho = \rho_0$ при $z > z_1$. Поле $u_0(x, t; x_s)$, является источником типа Дирихле и содержит отражения, возникшие в слое $[0, z_0]$, которые являются

помехами. Для удаления помех рассчитываем времена прихода $\tau(x, x_s; z_1)$ отраженных волн от фиктивной границы, расположенной на уровне $z = z_1$. Затем вводим функцию \tilde{u}_0 , обрезая $u_0(x, t; x_s)$, при $t < \tau(x, x_s; z_1)$, и решаем задачу продолжения (3) с заменой u_0 на \tilde{u}_0 . Кроме того, для уменьшения ревербераций свободная граница заменяется искусственным поглощающим слоем.

Для моделирования и тестирования программ использовался кластер НРС «RocsCluster», состоящий из 128 узлов – восьмиядерных серверов IntelServerBoardS5400SF. Каждый сервер оснащен двумя четырехъядерными процессорами Quad-CoreIntelXeonE5472, с частотой 3.00GHz, по 2 x 6MB разделяемого L2 кэша на процессор. На каждом узле 32GBRAM, сеть – FastEthernet. Операционная система OSLinuxx86-64 + MPILibrary. Алгоритм использует многоуровневый параллелизм, а именно два следующих уровня:

1) Распределение вычислений – распределение данных задачи между узлами и коммуникация на основе библиотеки MPI.

2) Гибрид MPI&OpenMP – многопоточность внутри каждого узла на основе стандарта OpenMP.

Литература

1. *Berryhill John R.* Wave-equation datuming // Geophysics. 1979. V. 44. P. 1329–1344.
2. *Berryhill John R.* Wave-equation datuming before stack // Geophysics. 1984. V. 49. P. 2064–2066.
3. *Петрашень Г.И., Нахамкин С.А.* Продолжение волновых полей в задачах сейсморазведки. Л.: Наука, 1973. 170 с.

УДК 517.74

Граничная жесткость двумерных *SGM*-многообразий

*Л.Н. Пестов*¹

¹ Балтийский федеральный университет им. И. Канта

lpestov@kantiana.ru

Пусть (M, g) — гладкое компактное n -мерное риманово многообразие с краем ∂M и d_g — расстояние между граничными точками. Проблема граничной жесткости — это вопрос об инъективности отображения $g \rightarrow d_g$. Многообразие (в некотором классе многообразий) называется гранично-жестким, если функция граничных расстояний определяет метрику с точностью до изометрии, тождественной на краю (это очевидный пример неединственности, которая всегда имеет место). Известны следующие примеры гранично-жестких многообразий: двумерные многообразия неположительной кривизны [1], многообразия с метрикой, близкой к плоской [2], двумерные *простые* многообразия [3] (односвязное многообразие с краем называется простым, если его край строго выпуклый и любые две точки многообразий можно соединить единственной геодезической). С. Croke [4] ввел понятие *SGM* (*strong geodesic minimazing*)-многообразие. Грубо говоря, это компактное многообразие с краем, у которого любой отрезок любой геодезической является кратчайшим. Замечательным их свойством является то, что если два многообразия с общим краем имеют одинаковые граничные расстояния и одно из них — *SGM*-многообразие, то и другое — также *SGM*-многообразие. В настоящей работе доказывается граничная жесткость *SGM*-многообразий. Схема доказательства аналогична схеме работы [3].

Пусть $SM = \cup_{x \in M} S_x$ — расслоение единичных сфер над (M, g) . Это $(2n - 1)$ -мерное многообразие с краем $\partial SM = \partial_+ SM \cup \partial_- SM$,

$$\partial_{\pm}SM = \{(x, \xi) \in SM | x \in \partial M, \pm(\nu(x), \xi) \geq 0\},$$

где ν — внешняя нормаль. Геодезическую, выходящую из точки x в направлении ξ , обозначим $\gamma_{x,\xi}(t)$. Вектор $\xi \in S_x$ назовем *регулярным*, если луч $\gamma_{x,\xi}(t)$, $t \geq 0$ и луч $\gamma_{x,\xi}(t)$, $t \leq 0$ пересекают край ∂M трансверсально. При условии, что каждая максимальная геодезическая конечна, подмножество $S_{reg}M \subset SM$ регулярных лучей будет множеством полной меры. Обозначим через φ^t геодезический поток на $S_{reg}M$ (с естественной областью определения по t). *Отображением рассеяния* называется диффеоморфизм $\alpha_g : \partial_{\mp}S_{reg}M \rightarrow \partial_{\pm}S_{reg}M$, определяемый равенством $\alpha_g(x, \xi) = \varphi^{\tau(x,\xi)}$, где $\tau(x, \xi)$ — длина луча, определенного начальными данными (x, ξ) . Ключевым ингредиентом доказательства основного результата (как и в [3], но уже для SGM -многообразий) является следующее утверждение, связывающее отображение рассеяния с преобразованием Гильберта Λ_g на ∂M . (Под преобразованием Гильберта мы понимаем преобразование, связывающее следы на ∂M гармонически сопряженных функций.)

Теорема 1. Пусть каждая максимальная геодезическая двумерного компактно-го риманова многообразия (M, g) с краем конечна и не имеет сопряженных точек. Тогда отображение рассеяния однозначно определяет преобразование Λ_g .

Дальнейшее доказательство проводится по схеме работы [3] и приводит к основному результату.

Теорема 2. Двумерные SGM -многообразия гранично жестки.

Литература

1. Croke C. Rigidity for surfaces of non-positive curvature // Comment. Math. Helv. 1990. V. 65, N 1. P. 150–169.
2. Burago D., Ivanov S. Boundary rigidity and filling volume minimality of metrics close to a flat one // Ann. of Math. 2010. V. 171, N 2. P. 1183–1211.
3. Pestov L., Uhlmann G. Two dimensional simple compact manifolds with boundary are boundary rigid // Ann. of Math. 2005. V. 161, N 2. P. 1093–1110.
4. Croke C. Rigidity and the distance between boundary points // J. Diff. Geom. 1991. V. 33. P. 445–464.

УДК 517.51

Оптимальное восстановление функций по неточно заданному преобразованию Радона

*Т.Э. Баграмян*¹

¹ Российский университет дружбы народов
mybestzoo@gmail.com

В работе рассматривается задача восстановления функции по ее преобразованию Радона — оператору, переводящему функцию на R^d в множество ее интегралов по гиперплоскостям в R^d . Это преобразование подробно изучается в теории компьютерной томографии и интегральной геометрии. Для конкретных пространств в случае, если преобразование Радона известно точно, существуют формулы обращения, позволяющие произвести однозначное восстановление функции по данной информации. Мы рассматриваем случай, когда преобразование Радона измерено неточно, но с известной в среднеквадратичной метрике погрешностью δ . Подход к

этой задаче с точки зрения теории оптимального восстановления (см. [1–3]) позволяет получить линейные методы восстановления, оптимальные в том смысле, что они имеют наименьшую погрешность восстановления среди всех возможных методов. В теории оптимального восстановления подобные операторы рассматривались ранее в [4] (пример 3.2), где для функции на R^2 известны интегралы вдоль прямых, проходящих в некотором конечном числе направлений, а также в работе [5], где рассматривается оператор радиального интегрирования, значение которого известно с погрешностью.

В данной работе рассматривается класс квадратично интегрируемых функций, имеющих ограниченную (также в L_2) норму степени оператора Лапласа. Решена задача оптимального восстановления функций из этого класса по их преобразованию Радона, известному с погрешностью δ . Представлены явные выражения для погрешности оптимального восстановления, а также семейство линейных оптимальных методов, на которых эта погрешность достигается. В качестве следствия приведено одно неравенство для нормы функции и норм ее преобразования Радона и степени оператора Лапласа. Вычислена точная константа в этом неравенстве.

Литература

1. *Michelli C.A., Rivlin T.J.* A Survey of Optimal Recovery // Optimal Estimation in Approximation Theory. 1977. P. 1–54.
2. *Магарил-Ильяев Г.Г., Осипенко К.Ю.* Оптимальное восстановление операторов по неточной информации // Итоги науки. Южный федеральный округ. Математический форум. Исследования по выпуклому анализу. 2009. Т. 2. С. 158–192.
3. *Осипенко К.Ю.* Оптимальная интерполяция аналитических функций // Мат. заметки. 1972. Т. 12, № 4. С. 465–476.
4. *Logan B.F., Shepp L.A.* Optimal Reconstruction of a Function from its Projections // Duke mathematical journal. 1975. V. 42, N 4. P. 645–659.
5. *Баграмян Т.Э.* Оптимальное восстановление гармонической функции по неточно заданным значениям оператора радиального интегрирования // Владикавказский математический журнал. 2012. Т. 14, № 1. С. 22–36.

УДК 517.956

Обратная динамическая задача для одномерной системы Дирака

В.С. Михайлов¹, М.И. Белишев¹

¹ Санкт-Петербургское отделение Математического института

им. В.А. Стеклова РАН

ftvsm78@gmail.com

В докладе будет рассмотрена обратная динамическая задача для одномерной системы Дирака. В качестве данных используется оператор реакции (аналог динамического оператора Dirichlet-to-Neumann для волнового уравнения). По данному оператору будет восстановлена матрица-потенциал, также будут описаны все возможные операторы реакции, которым соответствует некоторая система Дирака. Ответ даётся в терминах положительности некоторого оператора.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (РФФИ), грант N 12-01-31446 мол_a и РФФИ грант N 11-01-00407-а.

Секция анализа систем и решений

УДК 51.77

Применение модифицированной модели Рамсея для анализа кредитно-сберегательного поведения России и Казахстана

*И.Ф. Гималтдинов*¹

¹ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
ilgiz.gimaltdinov@gmail.com

Модифицированная модель Рамсея позволяет содержательно анализировать кредитно-сберегательное поведение домашних хозяйств [1–3]: спрос на депозиты D и кредиты L , спрос на наличные деньги M и потребление домашних хозяйств C . На рис. 1 показаны результаты применения модифицированной модели Рамсея к данным домашних хозяйств России. Полученные по результатам расчеты отлавливают скачок в объеме наличных денег, произошедший в конце 2008 – начале 2009 гг. в связи с финансовым кризисом.

На рис. 2 показаны результаты применения модифицированной модели Рамсея к данным домашних хозяйств Казахстана. Модель не отражает скачок в объеме кредитов, который наблюдается по статистическим данным в начале 2009 г. В модели кредиты не делятся на кредиты в иностранной валюте и кредиты в национальной валюте, поэтому при девальвации национальной валюты, которая имела место в феврале 2009 г., модель не отражает «перерасчет» объема кредитов.

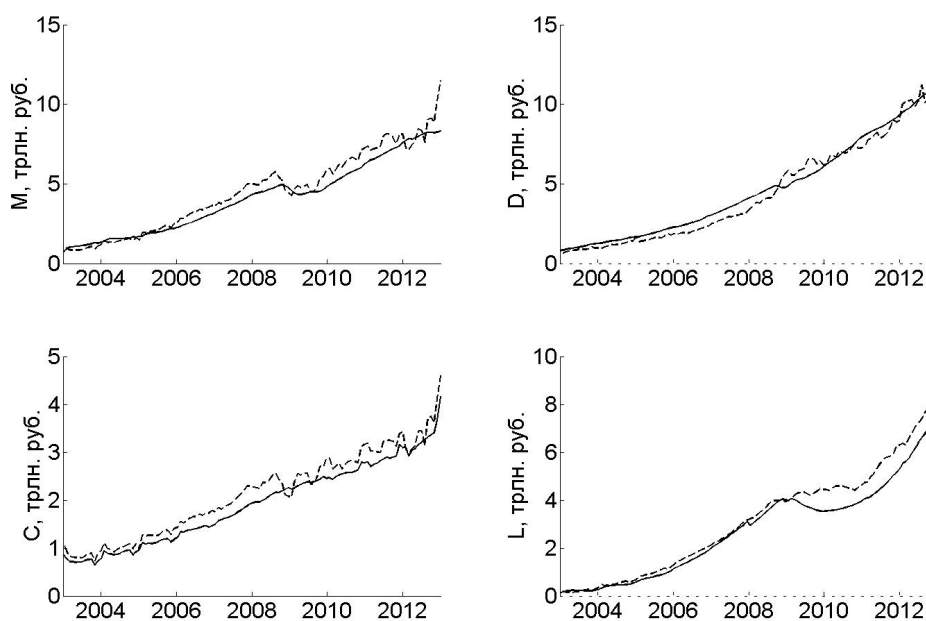


Рис. 1. Поведение домашних хозяйств России за 2003–2013 гг. Сплошной линией представлены статистические данные, пунктирной – расчеты по модели

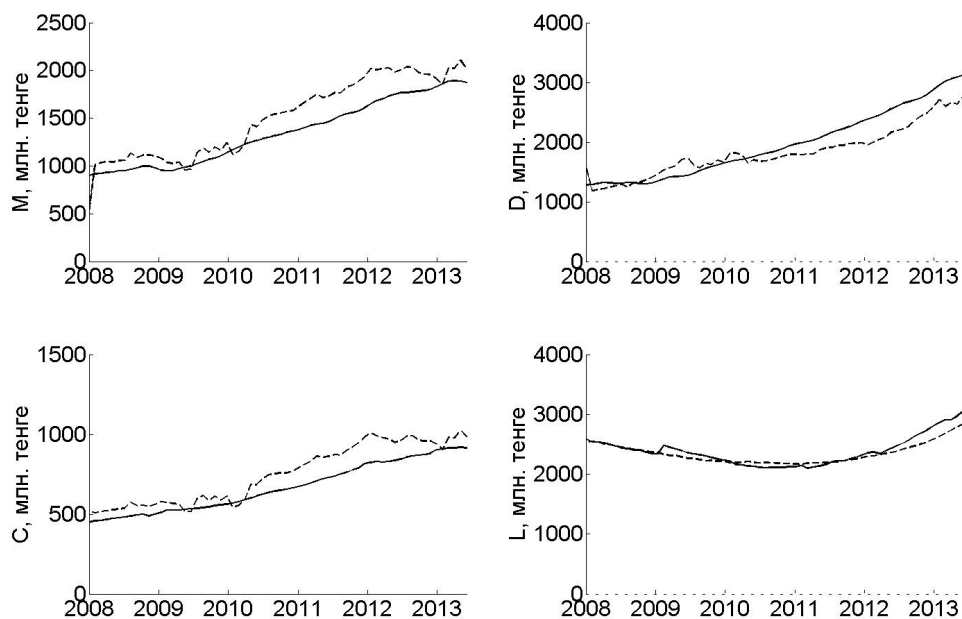


Рис. 2. Поведение домашних хозяйств Казахстана за 2003–2013 гг. Сплошной линией представлены статистические данные, пунктирной – расчеты по модели

Литература

1. Рудева А.В., Шананин А.А. Синтез управления в модифицированной модели Рамсея с учетом ограничения ликвидности // Дифференциальные уравнения. 2009. Т. 45, № 12.
2. Гималтдинов И.Ф. Исследование спроса на потребительские кредиты и наличные деньги // Математическое моделирование. 2012. Т. 24, № 2. С. 84–98.
3. Гималтдинов И.Ф. Синтез управления в модифицированной модели Рамсея с учетом ограничения ликвидности и потребительского кредитования // Труды 53-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». 2010. Ч. 7. Т. 1. С. 91–93.

УДК 519.86

О рыночной стоимости неэффективного производства в условиях неразвитой торговой инфраструктуры и нестабильного рынка кредитов

Н.К. Обросова¹, А.А. Шананин²

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,

² Московский физико-технический институт (государственный университет)

nobrosova@ya.ru

В силу исторически сложившихся особенностей обрабатывающий сектор российской промышленности является неэффективным и функционирует в условиях технологической отсталости. Жесткая конкуренция с более качественными импортными аналогами приводит к нестабильности в реализации продукции, дефициту оборотных средств и необходимости их авансирования за счет кредитов. Несмотря на то, что рынок кредитов по производству с начала 2000-х годов является конкурентным, проблема неэффективности производства в обрабатывающем секторе

сохраняется. Производителю выгодно поддерживать некоторый запас продукции на складе в надежде на реализацию, авансируя его производство за счет кредитов. При этом в силу неразвитости торговой инфраструктуры (ограниченной емкости торговых складов) существует ограничение на максимально возможную партию реализуемой продукции.

Похожие проблемы возникли в ряде европейских государств (Италия, Испания, Греция, Португалия) в результате создания еврозоны. Льготные условия кредитования производства, полученные этими странами в обмен на открытие внутренних товарных рынков, привели лишь к краткосрочному экономическому росту. В дальнейшем продукция этих стран начала проигрывать в конкуренции более качественной германской продукции, что привело к снижению стоимости активов и росту процентных ставок.

Таким образом, проблема неэффективности функционирования производства требует подробного анализа с учетом особенностей его функционирования. В данной работе предложена модель производства в условиях дефицита оборотных средств, нестабильности реализации продукции (реализация происходит в случайные моменты времени) и ограничения торговой инфраструктуры [1]. Модель формализована в виде уравнения Беллмана, для которого найдено решение в явном виде. Анализ случайного процесса, отражающего динамику запаса на складе, позволил найти усредненные показатели производства: среднюю загрузку мощностей и средний уровень запаса на складе. Полученные при исследовании модели результаты позволяют провести анализ влияния на рыночную стоимость производства и уровень загрузки мощностей параметров экономической конъюнктуры (процентной ставки по кредиту, рентабельности производства). Модель идентифицирована по данным официальной отчетности компаний Fiat (Италия) и Камаз (Россия).

Из обобщенной леммы Неймана–Пирсона следует (см. [2]), что материальные ресурсы в качестве текущих затрат используются эффективно тогда и только тогда, когда коэффициент загрузки мощности в зависимости от рентабельности изменяется скачком, принимая два значения: 0 или 1. Расчеты по модели показывают, что при увеличении процентной ставки средняя загрузка мощности уменьшается, но зависимость не становится скачкообразной, т.е. сохраняется неэффективность использования материальных ресурсов. Этот эффект наблюдался в российской экономике в 90-е годы XX века, когда ужесточение государственной кредитной политики сопровождалось не только спадом производства, но и снижением его эффективности.

Численные эксперименты показали, что рыночная стоимость компании существенно (в несколько раз) изменяется с ростом процентных ставок по кредиту. Данная зависимость иллюстрирует ловушку высоких процентных ставок, в которую попали как российские производители обрабатывающего сектора, так и производства в ряде государств еврозоны. Оценка рыночной стоимости компании является обеспечением кредитной задолженности. Увеличение ставки процента приводит к снижению рыночной оценки стоимости производства, что приводит к снижению кредитных рейтингов и дальнейшему увеличению процентных ставок. Экономика попадает в ловушку, приводящую к системному кризису.

Литература

1. Обросова Н.К., Шананин А.А. Модель производства в условиях нестабильного спроса с учетом влияния торговой инфраструктуры // Доклады Академии наук. 2013. Т. 450, № 1. С. 28–31.

2. Шананин А. А. Исследование одного класса производственных функций, возникающих при макроописании экономических систем // ЖВМ и МФ. 1984. Т. 24, № 12. С. 1799–181.

УДК 519.86

Условия существования особого режима в задаче о монопольном производстве двух различных товаров

А.Ю. Флёрова^{1,2}, Т.А. Нагапетян²

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,

² Московский физико-технический институт (государственный университет)
a.flerova@mail.ru

Пусть монополист производит два товара с бесконечным сроком использования, вторичный рынок товаров отсутствует. Цена на товар описывается обратной функцией спроса $P_j(X_1, X_2)$, где X_i – запас i -го товара у потребителей, $i, j = 1, 2$. Обозначим через $c = (c_1, c_2)$ себестоимость производства товаров, а через r – банковскую процентную ставку. Будем считать товары конкурирующими, т.е. $\frac{\partial P_i(X)}{\partial X_j} < 0$, $i, j = 1, 2$. Определим товары X_1 и X_2 как старший и младший элементы линейки товаров соответственно (будем говорить, что товар X_1 предпочтительнее товара X_2), если выполнено следующее соотношение: $g(X) = \frac{\partial P_1(X)}{\partial X_2} - \frac{\partial P_2(X)}{\partial X_1} \geq 0$. Рассмотрим задачу максимизации прибыли монополиста за период времени $[0, T]$, см. [1]:

$$\begin{aligned} N(T) &\rightarrow \max, \\ \dot{N} &= \left\langle P(X) - c, \frac{dq}{dt} \right\rangle + rN, \\ \dot{X} &= \frac{dq}{dt} = \mu, \\ q &= \{\mu(t), u_r\}, \\ N(0) &= X_1(0) = X_2(0) = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $\mu(t)$ – векторная мера со значениями R^2 , а u_r – семейство присоединенных вектор-функций, принимающее значение также в конусе R^2 [2]. В задаче (1) особый режим возможен, если выполнены следующие условия:

1. $\exists X_c^* \in [0, X_c^2] : g(0, X_c^*) = 0$, где $X_c^2 : P_2(0, X_c^2) - c_2 = 0$;
2. $\frac{\partial g(X)}{\partial X_1} \cdot \frac{\partial g(X)}{\partial X_2} < 0$.

При этом оптимальное управление представимо в виде $q = \{\mu, u_0\}$, а присоединенная вектор-функция имеет следующий вид:

$$u_0 = \begin{cases} (0, 1), & [0, \tau_1], \\ \frac{1}{\frac{\partial g(X)}{\partial X_1} - \frac{\partial g(X)}{\partial X_2}} \left(\frac{\partial g(X)}{\partial X_2}, -\frac{\partial g(X)}{\partial X_1} \right), & [\tau_1, \tau_2], \\ (1, 0), & [\tau_2, T], \end{cases}$$

где τ_1 и τ_2 определяются однозначно. Эти результаты можно интерпретировать следующим образом. При выводе новой линейки товаров на рынок продавцу выгоднее выводить младшую модель перед старшей, при этом рынок наполняется мгновенно до магистрального значения, на котором и остается до вывода следующей модели.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 12-01-31405 мол_а, 11-07-00162-а); ПФИ ОМН РАН № 3, проект 3.14, ПФИ Президиум РАН № 15, проект 106.

Литература

1. *Флёрова А.Ю.* Управление производством товаров длительного пользования с учётом монополистического лизинга // Известия РАН: Теория и системы управления. 2007. № 6. С. 167–176.
2. *Арутюнов А.В., Карамзин Д.Ю.* Необходимые условия в задаче оптимального импульсного управления // Нелинейная динамика и управление: сб. ст. М.: Физматлит, 2004. В. 4. С. 205–240.

УДК 339.13.024

Современные тенденции дистрибьюции в России

*Е.А. Старостин*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
starostin.egor@gmail.com

С началом развития рыночных отношений в России компании по доставке товаров строились по знаменитой формуле Д–Т–Д, т.е. покупали товар у производителя или посредников и продавали другим посредникам или конечному потребителю. Причем до конечного покупателя товар доходил через 4–6 компаний-посредников, а то и больше (см. рис. 1). Основные факторы, которые влияли на цепочку поставок, были связаны со следующим.

1. Плохо были развиты механизмы защиты прав материальной собственности.
2. Незрелый механизм кредитования, коммерческих компаний.
3. Плохая транспортная инфраструктура.
4. Отсутствие автоматизации ключевых бизнес-процессов компаний.

В связи с перечисленными факторами данная цепочка доставки имела следующие преимущества.

1. Разделение рисков потерь, кражи товара между ее участниками.
2. Привлечение финансовых средств в структуру доставки товара за счет включения большого количества участников.
3. Уменьшение себестоимости доставки груза за счет эффекта от масштаба.

В начале 2000-х годов начинают происходить фундаментальные изменения во всей экономике России. Это затрагивает и всю цепочку доставки товара от производителя до потребителя как одного из фундаментальных организмов экономики. Данная трансформация происходит у дистрибьюторов пока неосознанно, под действием внешних факторов экономики. Основные факторы, которые повлияли на изменения в дистрибьюции:

1. интенсивное развитие рынка кредитования,
2. начало развития рынка страхования, и в частности рынка грузоперевозок,
3. появление большой сети транспортных услуг,
4. появление высоких компьютерных технологий, позволявших автоматизировать многие процессы дистрибьютора и обслуживать розничного клиента с такой же себестоимостью как крупного клиента.

Помимо появления рыночных возможностей, у дистрибьюторов появились существенные конкуренты, которые стали рушить всю цепочку доставки товара до потребителей – это торговые сети: М.видео, Эльдорадо, Комус, DNS и т.д.

Задачи, которые пришлось решать дистрибьютору для поддержания его основных клиентов, заключались в следующем.

1. Кредитования компаний.
2. Уменьшение общей цепочки доставки.
3. Увеличение скорости доставки товара до конечного потребителя.
4. Продажа штучного товара по дилерской цене.
5. Предоставление широкого ассортимента товара.
6. Конкуренция с западными компаниями после вступления в ВТО (см. рис. 2).

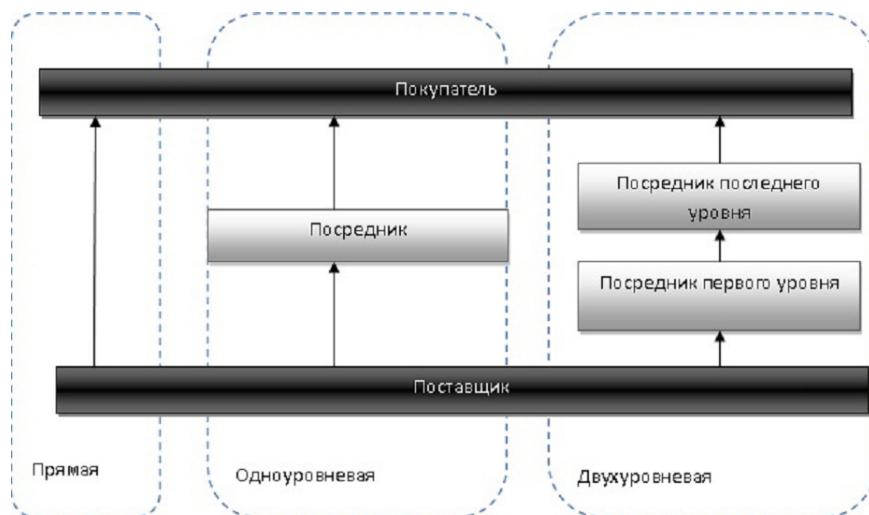


Рис. 1. Типичная структура дистрибуции



Рис. 2. Пример прибыли на капитал, вложенный в бренд по странам

Литература

1. Основные изменения в дистрибуции «Управление каналами дистрибуции». 2007. № 4 (www.grebennikov.ru).
2. Julian Dent Distribution Channels 3.07.2011.
3. <http://www.viaint.com/>
4. http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/accounts/
5. http://www.cbr.ru/statistics/?prtid=macro_sub

УДК 51.77

Обратные задачи, возникающие при анализе технологической структуры производства в условиях глобализации

*Е.Г. Молчанов*¹, *А.А. Шананин*^{2,1}

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
molch64@yandex.ru

При описании российской экономики возникает проблема, связанная с замещением российских производственных факторов импортными. В условиях, когда ЦБ РФ поддерживает стабильный курс рубля по отношению к иностранной валюте, импортные товары вытесняют отечественные из-за более высокого уровня инфляции на внутреннем российском рынке по сравнению с мировым. Когда же нарастающие финансовые трудности приводят к девальвации рубля, начинается обратный процесс замещения импортных товаров отечественными. В связи с этим для некоторых отраслей (в особенности секторов обрабатывающей промышленности) не может быть верна гипотеза о постоянстве соотношения между затратами на импортную и отечественную продукцию, что приводит к неприменимости моделей межотраслевого баланса. Это является одной из причин, по которым матрица Леонтьева для российской экономики была посчитана последний раз в 2003 году.

Для формализации описания процесса импортозамещения в докладе была предложена модификация модели Хаутеккера–Иохансена. Исследование данной модели привело к соответствующим обратным задачам интегральной геометрии.

В докладе рассматривается вышеуказанная модификация, предлагается обзор используемых подходов для решения соответствующих задач интегральной геометрии (разрезания плоскости, вайринги, ромбические тайлинги, диаграммы Юнга, дикретная выпуклость и унимодулярные системы) и приводятся результаты расчетов коэффициента эластичности замещения отечественных производственных факторов импортными для нескольких отраслей российской экономики.

Литература

1. Шананин А.А. Непараметрический метод анализа технологической структуры производства // Математическое моделирование. 1999. Т. 11, № 9. С. 116–122.
2. Молчанов Е.Г. О комбинаторных свойствах класса многогранных конусов, возникающих в обратной задаче о распределении ресурсов // Труды МФТИ. 2013. Т. 5, № 3. С. 64–74.

Секция математического моделирования в экономике, экологии и социологии

УДК 004.021

Моделирование поведения кредитных портфелей и стресс-тест

*В.Г. Бабиков*¹¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)

vl.babikov@gmail.com

Методы исследования поведения кредитных портфелей, представленные автором, основаны на так называемом подходе «Dual-time-dynamics». Это понятие было использовано впервые в работах [3, 4]. В настоящей статье предлагается использовать упомянутый подход не для декомпозиции скалярных величин, а для декомпозиции матриц. Автор рассматривает кредитный портфель как процесс, описываемый неоднородной цепью Маркова первого порядка. Посредством такого представления и используя винтажный анализ, а также основываясь на результатах теоремы «Strong convergence of modified fixed point algorithm» [2], и осуществляется декомпозиция матриц переходов, что позволяет прогнозировать поведение кредитных портфелей с высокой точностью. Как следствие, появляется возможность высокоточной оценки резервов, получать релевантные оценки для стресс-тестирования.

Универсальный метод стресс-тестирования кредитных портфелей — это один из главных результатов представленной работы. Посредством декомпозиции матриц переходов методом Dual-time-dynamics Dual-time-Dynamics термин, введенный Бриденом (Breedem J.L. Modeling data with multiple time dimensions) в 2007 году. Суть этого термина заключается в том, что некоторые процессы зависят от двух типов воздействий. Первый тип воздействия временный, второй перманентный. Для учета первого типа воздействий мы исследуем текущее время в обычном понимании времени, а для учета второго типа воздействий необходимо исследование моментов возникновения воздействия в прошлом. Так, например, первый тип воздействия на кредитную систему проявляется в изменении макроэкономической конъюнктуры, а второй тип проявляется в том, что кредиты, выданные в разные периоды времени, обладают разным качеством. и сегментируя кредитные портфели по поколениям, можно значительно улучшить качество прогнозов поведения кредитных портфелей, кредитных потерь, качество стресс-тестирования. Кроме того, используя предлагаемый автором метод, одновременно можно изучать поведение различных значимых факторов, таких как досрочное погашение, качество портфелей, влияние внешних факторов (макроэкономических факторов).

Литература

1. *Бабиков В.Г.* Ценные бумаги. Прикладные методы прогнозирования. М.: МФТИ, 1999. 114 с.

2. *Bauschke H.* The approximation of fixed points of compositions of nonexpansive mappings in Hilbert space // *J. Mathem. Anal. Appl.* 1996. V. 202(1). P. 150–159.
3. *Breeden J.L.* Modeling data with multiple time dimensions // *Computational Statistics and Data Analysis.* 2007. V. 51. P. 4761–4785.
4. *Breeden J.L., Thomas L., McDonald III J.W.* Stress-testing retail loan portfolios with dual-time dynamics // *J. Risk Model Validation* 2008. V. 2, N 2. P. 43–62.
5. *Cox J.C., Ingersoll J.E. Ross S.A.* A theory of the term structure of interest rates // *Econometrika.* 1985. V. 53. P. 385–407.
6. *Friesz T., Mookherjee R.* Solving the dynamic network user equilibrium problem with state-dependent time shifts // *Transportation Research Part B.* 2006. V. 40(3). P. 207–229.
7. *Friesz T.L., Kim T., Kwon C., Rigdon M.A.* Approximate Network Loading and Dual-Time-Scale Dynamic User Equilibrium // *Transportation Research Part B.* 2011. V. 45(1). P. 176–207.
8. *Halpern B.* Fixed points of nonexpanding maps // *Bulletin of the American Mathematical Society.* 1967. V. 73(6). P. 957–961.
9. *Richards P.I.* Shock waves on the highway // *Operations Research.* 1956. V. 4(1). P. 42–51.
10. *Samuelson L.* *Evolutionary Games and Equilibrium Selection* // MIT Press. 1998.
11. *Xu H.K.* Iterative algorithms for nonlinear operators // *Journal of the London Mathematical Society.* 2003. V. 66(1). P. 240–256.
12. *Xu Y., Wu J., Florian M., Marcotte P., Zhu D.* Advances in the continuous dynamic network loading problem // *Transportation Science.* 1999. V. 33(4). P. 341–353.
13. *Zhang A.* *Statistical Methods in Credit Risk Modeling. A dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy (Statistics) in The University of Michigan.* 2009.

УДК 517.9

Применение модели Лотки–Вольтерра в экономике

Э.В. Антонова¹, В.В. Благодатнов¹

¹Ульяновский государственный университет

elvina.antonova@yandex.ru

В работе проводится анализ устойчивости экономической модели рыночной конкуренции, описываемой дифференциальными уравнениями с запаздыванием.

Рассмотрен случай деятельности двух фирм, конкурирующих за общие ресурсы, динамика их взаимодействия описывается уравнениями

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = \varepsilon_1 y_1(t)[1 - y_1(t) - y_2(t)], \\ \dot{y}_2(t) = \varepsilon_2 y_2(t)[1 - \alpha y_1(t) - \beta y_2(t)], \end{cases} \quad (1)$$

где $y_1 = \left(\frac{\gamma_{11}}{\varepsilon_1}\right) x_1, y_2 = \left(\frac{\gamma_{12}}{\varepsilon_1}\right) x_2$ — соотношение производственных функций фирм, с учетом основных фондов, оборотного капитала, привлеченной рабочей силы и ресурсов.

$\varepsilon_1 = -\beta_x + \varphi_K + (\varphi_L - 1)l_{0x} + (\varphi_R - 1)r_{0x}$ и

$\varepsilon_2 = -\beta_y + \psi_K + (\psi_L - 1)l_{0y} + (\psi_R - 1)r_{0y}$ — идентифицируются по информации об объемах основных фондов.

$\alpha = \frac{\gamma_{21}\varepsilon_1}{\gamma_{11}\varepsilon_2} > 0, \beta = \frac{\gamma_{22}\varepsilon_1}{\gamma_{12}\varepsilon_2} > 0$ — определенная зависимость производственных функций конкурирующих фирм.

Вычислены нетривиальные положения равновесия системы (1) и определена устойчивость с использованием функции Ляпунова:

$$V(y_1, y_2) = \frac{1}{\varepsilon_1} \left(y_1 - y_1^* - y_1^* \ln \frac{y_1}{y_1^*} \right) + \frac{1}{\varepsilon_2} \left(y_2 - y_2^* - y_2^* \ln \frac{y_2}{y_2^*} \right).$$

Проанализирована динамика конкуренции двух фирм с учетом влияния последующего действия $h = h(t)$, $0 \leq h(t) \leq \tau = \text{const} > 0$:

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = \varepsilon_1 y_1(t) [1 - y_1(t-h) - y_2(t-h)], \\ \dot{y}_2(t) = \varepsilon_2 y_2(t) [1 - \alpha y_1(t-h) - \beta y_2(t-h)]. \end{cases} \quad (2)$$

Исследована устойчивость стационарного движения системы (2) на основе использования следующего функционала:

$$\begin{aligned} V = & \frac{1}{\varepsilon_1} \left(y_1(t) - y_1^* - y_1^* \ln \frac{y_1(t)}{y_1^*} \right) + \frac{1}{\varepsilon_2} \left(y_2(t) - y_2^* - y_2^* \ln \frac{y_2(t)}{y_2^*} \right) + \\ & + \int_{-2\tau}^0 ds \int_s^0 \gamma_1 (y_1(t+\mu) - y_1^*)^2 + 2\gamma_2 (y_1(t+\mu) - y_1^*) \times \\ & \times (y_2(t+\mu) - y_2^*) + \gamma_3 (y_2(t+\mu) - y_2^*)^2 d\mu. \end{aligned}$$

Изучена задача о сохранении устойчивости нулевого состояния системы при наличии запаздывания. Показано, что при малых начальных возмущениях устойчивость этого положения сохраняется для любых значений запаздывания, в том числе для любого ограниченного переменного запаздывания. Теоретические выводы подтверждены численными расчетами.

Полученные результаты работы можно использовать для построения стратегий усиления конкурентоспособности предприятий, а также для определения области значений параметров с целью получения наилучших результатов.

Литература

1. *Прослов А.В.* Динамические модели с запаздыванием и их приложения в экономике и инженерии: учеб. пособие. М.: Лань, 2010. 224 с.
2. *Андреев А.С.* Методы исследования устойчивости неавтономных уравнений: учеб. пособие. Ч. 1. Ульяновск: филиал МГУ, 1994.
3. *Zhengyi Lu, Wendi Wang.* Global stability for two-species Lotka Volterra systems with delay // Journal of mathematical analysis and applications. 1997. V. 208 P. 277–280.

УДК 519.865.5

ИМодификация модели Марковица-Тобина для решения задачи диверсификации рисков реальных инвестиций с использованием рыночного портфеля финансовых активов

И.И. Ларченко¹, Е.Р. Орлова²

¹Московский физико-технический институт (государственный университет),

²Институт системного анализа РАН

ilya.larchenko@gmail.com

В статье рассмотрена задача диверсификации риска инвестирования в портфель реальных проектов с использованием активов фондового рынка.

При инвестировании в реальные проекты отсутствует возможность эффективной диверсификации несистемного риска путем построения рыночного портфеля, как это делается, например, на рынке акций. В целях решения данной проблемы предлагается использовать активы фондового рынка.

Для решения поставленной задачи предложен алгоритм, опирающийся на модель Марковица–Тобина, и методы активного управления портфелем финансовых инвестиций. Вопрос диверсификации риска сводится к оптимизационной задаче, решение и анализ которой и лежат в основе статьи.

Согласно результатам работы, предложенная модель позволяет эффективно снижать систематический риск инвестиций в реальные активы. При этом анализ полученных результатов показывает, что эффект диверсификации может быть улучшен, если вместо рыночного портфеля активов фондового рынка использовать отраслевые портфели и просто портфели акций, специально подобранных под конкретный реальный актив.

Проведенное в работе исследование зависимости решения от начальных параметров позволяет подбирать диверсифицирующий портфель финансовых активов более эффективно. Например, анализ показал, что если корреляция доходности реального актива и доходности портфеля < 0 , то даже максимально диверсифицированный портфель будет иметь доходность выше, чем доходность реального актива.

Результаты данной работы могут быть использованы как портфельными управляющими, инвестиционными фондами и управляющими активами, так и частными инвесторами.

Литература

1. *Markowitz H.* Portfolio Selection // *Journal of Finance*. 1952. V. 7, N 1. P. 71–91.
2. Study notes for the 2013 CFA exam / Kaplan Financial, 2013.
3. *Шарп У.Ф., Александер Г.Д., Бэйли Д.В.* Инвестиции. М.: Инфра-М, 2007.
4. *Семенкова Е.В.* Операции с ценными бумагами. М.: Дело АНХ, 2009.

УДК 336.665

Моделирование деятельности фонда взаимного страхования

*Э.М. Хамитов*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
eldar.hamitov@phystech.edu

В работе представлена модель, имитирующая деятельность организации взаимного страхования (ОВС). Рассматривается взаимодействие ОВС с участниками страхового рынка (страхователи, другие страховщики, государство), моделируются внутренние и внешние финансовые потоки общества, решается задача оптимального управления его денежным фондом.

Для расчета страховых премий используются методы Бейли–Саймона, маргинальных сумм, гамма-распределения, проводится их сравнение с методологией, рекомендованной Федеральной службой РФ по надзору за страховой деятельностью.

В модели рассматриваются все существенные формы перестрахования (квотное, эксцедент сумм, эксцедент убытка, эксцедент убыточности). Для формирования оптимального страхового портфеля в каждом конкретном случае определяется целесообразная форма и объем перестрахования.

Рассматриваются схемы смешанного финансирования организации из средств страхователей и государственного бюджета. Предлагаются системы скидок/надбавок к страховой премии.

В рамках решения задачи управления ОВС рассматривается инвестиционная деятельность фонда, в том числе инвестиции на осуществление превентивных действий. Решается задача формирования оптимального инвестиционного портфеля.

В совокупности модель, используя вышеописанные инструменты, позволяет наблюдать накопление средств общества, оценивать влияние на фонд внешних параметров, исследовать устойчивость фонда в стрессовых условиях.

Данная модель может использоваться для прогнозирования эффективности создания обществ взаимного страхования в отраслях экономики, содержащих технологически сложные объекты, деятельность которых несет риски для окружающей среды и населения в различных финансовых условиях.

Литература

1. *Логвинова И.Л.* Взаимное страхование как метод создания страховых продуктов в российской экономике. М.: Анкил, 2010.
2. *Мак Т.* Математика рискованного страхования. М.: Олимп-бизнес, 2005.
3. *Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Кулик О.С., Новиков Д.А.* Механизмы страхования в социально-экономических системах. М.: ИПУ РАН, 2001.
4. *Бурков В.Н.* Управление риском: механизмы взаимного и смешанного страхования // Автоматика и телемеханика. 2001. № 10. С. 125–131.
5. *Sharpe W.F., Alexander G.J., Bailey J.V.* Investments. Stanford.: Prentice Hall International, 1998.
6. *Орлов А.И.* Теория принятия решений. М.: Экзамен, 2005.
7. *Бурков В.Н., Буркова И.В., Попок М.В.* Методы дихотомического программирования. М.: ИПУ РАН, 2003.
8. *Бурков В.Н., Буркова И.В.* Метод сетевого программирования в задачах управления проектами. М.: ИПУ РАН, 2011.
9. *Бурков В.Н., Бородин А.И., Колесников П.А., Тельных В.Г., Хулан Т.Я.* Оптимизация программы с учетом надежности. М.: ИПУ РАН.
10. *Коган Д.И.* Задачи и методы конечномерной оптимизации. Нижний Новгород.: Издательство Нижегородского университета, 2004.

УДК 519.86

Идентификация модели экономики с социальной стратификацией

Н.Н. Оленев^{1,2}, А.И. Долматова³

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,

² Московский физико-технический институт (государственный университет),

³ Вятский государственный университет

nolenev@mail.ru

В [1–4] был предложен новый класс моделей экономики, основанный на дифференциации трудовых ресурсов непосредственно по социальным стратам. В такой модели российское общество поделено на десять страт, каждая из которых особенна и выполняет определенные экономические функции: (1) Власть – властные структуры России и ее регионов; (2) Элита – элитные группы в управлении (включая

резерв власти), политике, экономике (крупные предприниматели), силовых структурах; (3) Менеджеры – предприниматели (кроме крупных), управляющие среднего звена, старшие офицеры, высококвалифицированные специалисты, новые русские; (4) Глобалисты – участники глобальных международных рынков, программисты; (5) Работники массовых профессий – офисные служащие, работники добывающих и перерабатывающих предприятий, востребованных рынком; (6) Торговцы – работники торговли и сервиса, включая персонал финансового и страхового сервиса; (7) Интеллигенция – работники науки, образования, медицины и культуры; (8) Работники натуральных хозяйств – сельскохозяйственные и самозанятые работники; (9) Неработающие пенсионеры, безработные, беженцы; (10) Социальное дно – преступники, наркоманы, бомжи и прочий андеграунд. Страты дифференцированы не только по уровню дохода, но также и по уровню образования, образуя своеобразную пирамиду. В каждой из страт трудовые ресурсы, вообще говоря, тоже неоднородны, уровень их квалификации зависит от возраста и пола.

В настоящей работе рассмотрена модификация модели российской экономики с социальной стратификацией населения, в отличие от [1–4] допускающая социальные перетоки населения между стратами. Здесь используется также процедура идентификации полученной модели в два этапа, что связано с очень большим числом внешних параметров модели, которые могут быть идентифицированы только косвенным образом. Косвенная идентификация заключается в подборе параметров, которые наилучшим образом верифицируют модель по историческим временным рядам известных из статистики макропоказателей. Для оценки близости расчетных и статистических временных рядов для макропоказателей экономики используется свертка критериев Тейла по всем сравниваемым макропоказателям. На первом этапе, так же как в [1–4], параметры модели определяем параллельно по стратам, обнулив вновь введенные параметры перетоков. При этом используются параллельные алгоритмы глобальной оптимизации, разработанные в Нижегородском университете [5]. На втором этапе определяем параметры перетоков и уточняем значения внутренних параметров страт. Здесь рассматриваются характерные частные случаи перетоков и используются параллельные вычисления в интерфейсе передачи сообщений MPI. Опробованы различные критерии идентификации. Представлены результаты исследования экономики России с помощью идентифицированной модели.

Отличие от исследований [1–4] состоит в учете переходов между стратами. Соответственно изменилось описание модели и алгоритмы параллельных вычислений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №№ 12–01–00916, 11–07–00201, 13–07–01020), ПФИ Президиума РАН № 15, ПФИ ОМН РАН №3.

Литература

1. *Оленёв Н.Н.* Параллельные вычисления в моделировании российской экономики с учетом социальной стратификации // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ-2010): Тр. межд. научн. конф. Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2010. С. 276–286.
2. *Фетинина А.И.* Высокопроизводительные вычисления при моделировании стратификации в региональной экономике // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ-2010): Тр. межд. научн. конф. Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2010. С. 629–639.

3. *Фетинина А.И.* Модель региональной экономики на основе социальной стратификации // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2011. № 5(75). С. 120–124.
4. *Долматова А.И., Оленев Н.Н.* Параллельные вычисления в моделировании региональной экономики: учебное пособие. Киров: ВятГУ, 2012. 125 с.
5. *Гергель В.П., Горбачев В.А., Оленев Н.Н., Рябов В.В., Сидоров С.В.* Параллельные методы глобальной оптимизации в идентификации динамической балансовой нормативной модели региональной экономики // Вестник ЮУрГУ. 2011. №25(242). С. 4–15. (Сер. «Математическое моделирование и программирование», вып. 9.)

УДК 314: 519.6

Исследование экономических параметров, стимулирующих рождаемость, в энтропийной модели формирования специфицированного по возрасту коэффициента рождаемости

М.А. Лепская^{1,2}

¹ Институт системного анализа РАН,

² Московский физико-технический институт (государственный университет)
maria.lepskaya@gmail.com

За последние три десятилетия общий коэффициент рождаемости снизился во многих странах мира, в том числе и в России. На 2004 год уровень простого воспроизводства, измеренный как общий коэффициент рождаемости, в 34 странах мира оказался менее 1,5 [1]. Прогноз рождаемости в России на ближайшее десятилетие также не дает оптимистичных результатов: общий коэффициент рождаемости с каждым годом убывает и приближается к 1 [2]. В 2006 году Вольфганг Лутц обобщил факторы, изложенные в мировых исследованиях проблем низкой рождаемости, обнаружив практически одинаковое количество факторов, влияющих как на увеличение, так и на уменьшение рождаемости, однако сопоставить этим факторам некоторые весовые коэффициенты, характеризующие степень их влияния на уровень рождаемости, не удалось [1].

В данной статье исследуется изменение распределения новорожденных по возрастам фертильности женщин в энтропийной модели формирования специфицированного по возрасту коэффициента рождаемости с учетом введения стимулирующих рождаемость экономических ограничений и соответствующих весовых коэффициентов, дающих поправку на теоретическую вероятность женщины родить ребенка, вычисленную по ретроспективным данным. В исследовании рассматриваются такие факторы, влияющие на принятие решения женщиной о рождении ребенка, как наличие мест в детских садах, помощь второго поколения, материнский капитал и пр. За основу взята энтропийная модель формирования специфицированного по возрасту коэффициента рождаемости без учета таких ограничений, подробно описанная в книге [3]. Получилась следующая модернизированная энтропийная модель формирования специфицированного по возрасту коэффициента рождаемости:

$$H(C) = - \sum_{a \in I_f} (C(a, n, t) \ln \frac{C(a, n, t) \cdot (1 - v(a, n, t))}{v(a, n, t)} + (G_a(n, t) - C(a, n, t)) \cdot \ln(G_a(n, t) - C(a, n, t))) \rightarrow \max,$$

$$\sum_{a \in I_f(n)} C(n, a, t) \leq x(t, n) + A(t, n) + B(t, n),$$

$$\sum_{a \in I_f(n)} C(n, a, t) \leq g \cdot \sum_{a \in I_f} K_F(n, a, t),$$

$$G_a(n, t) = g \cdot \sum_{a \in I_F} K_F(n, a, t),$$

где g – максимальное (биологическое) количество детей, рожденных одной женщиной одновременно; $K_F(n, a, t)$ – количество женщин данного возраста a в регионе n в год t ; $C(n, a, t)$ – общее количество детей, рожденных женщинами возраста a в год t в регионе n ; I_F – интервал возрастов фертильности женщин: с 16 до 44 лет; $v(n, a, t)$ – априорные вероятности рождения ребенка в регионе n женщиной соответствующего возраста a в год t , вычисляемые как нормированное среднее значение на ретроспективном интервале, умноженное на поправку на вероятность рождения ребенка, учитывающую наличие мест в детских садах, материнский капитал, помощь второго поколения; $B(t, n) = \{K_F^{n,t} : S + 48 \cdot d(t, n) / 2 \geq R(t, n)\}$, где $K_F^{n,t} = \sum_{a \in I_F} K_F(n, a, t)$ – общее количество фертильных женщин в регионе n в год t , $d(t, n)$ – средний месячный доход в регионе n в год t , S – одноразовая выплата государством женщине за рождение одного ребенка (материнский капитал), $R(t, n)$ – усредненное по числу замужних женщин по всем возрастам фертильности представление о том, сколько нужно денег для достойного обеспечения ребенка с 3 до 6 лет включительно (фактически это средняя стоимость «корзины товаров и услуг» для ребенка с 3 до 6 лет, причем в услуги могут входить и платные негосударственные дошкольные учреждения, в том числе и детские сады); $A(t, n)$ – количество женщин определенного региона n в год t в возрастной категории 55–75 лет; $x(t, n)$ – реальное количество мест во всех детсадах в год t в регионе n .

В результате решения поставленной задачи находим распределение новорожденных по возрастам фертильности женщин.

Литература

1. Lutz W., Skirbekk V., Testa M. The Low Fertility Trap Hypothesis: Forces that may lead to further postponement and fewer births in Europe // European Demographic Research Papers 4. 2005. P. 1–36.
2. Europe: one continent, different worlds. Population scenarios for the 21st century / ed. by Joop de Beer, Leo van Wissen // Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. 190 p.
3. Попков Ю.С. Математическая демоэкономика: Макросистемный подход. М.: ЛЕНАНД, 2013. 560 p.

УДК 519.86

Методика устранения сезонности, инвариантная к процедуре дефлирования

Н.П. Пильник^{1,2}, *И.П. Станкевич*²

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,

² Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
vpvstankevich@yandex.ru

В докладе представлена методика сглаживания сезонности, инвариантная к операции дефлирования. Данное требование проистекает, прежде всего, из необходимо-

сти одновременного, например, в рамках некоторой модели общего экономического равновесия, использования рядов в текущих ценах, ценах базового года и уровня цен по соответствующему показателю (дефлятора). Показано, что игнорирование требования инвариантности к дефлированию может привести к серьёзным смещениям в получаемых данных, что может не только негативно сказаться на качестве и достоверности полученных результатов, но и на принципиальной возможности расчетов.

Рассматривается система аксиом, очерчивающая основные требования, предъявляемые к процедурам сглаживания. Временной ряд считается функцией, определенной при всех $t \in (-\infty, \infty)$, но, возможно, наблюдаемой только в дискретном конечном числе точек (предполагаем, что точки занумерованы от 1 до T , где T – число периодов наблюдения). Усреднение – это разбиение $X(t)$ в сумму медленного тренда и быстрых колебаний. Оператор выделения тренда обозначается через $\langle X(t) \rangle$. Результатом применения этого оператора к ряду $X(t)$ будет новая функция времени, обозначаемая через $\langle X \rangle(t)$ или просто $\langle X \rangle$.

Оператор усреднения может быть определен по-разному, например, как центральное скользящее среднее по конечному числу точек. Но естественно предположить, что он должен обладать тремя свойствами:

1. аффинностью:

$$\langle aX(t) + bY(t) + A \rangle = a \langle X \rangle(t) + b \langle Y \rangle(t) + A,$$

2. идемпотентностью:

$$\langle \langle X \rangle(t) \rangle = \langle X \rangle(t),$$

3. инвариантностью к сдвигу времени:

$$\langle X(t + \Delta) \rangle = \langle X \rangle(t + \Delta).$$

В качестве дополнительного требования рассматривается инвариантность к операции дефлирования. Показывается, что её невыполнение может привести к серьёзным смещениям в оценках сглаженных рядов-дефляторов, что негативно отразится на точности оцениваемых моделей. Определим процедуру сглаживания как инвариантную к дефлированию, если для любых двух рядов X и Y справедливо, что

$$\left\langle \frac{Y(t)}{X(t)} \right\rangle = \frac{\langle Y \rangle(t)}{\langle X \rangle(t)}.$$

В докладе доказывалась невозможность одновременного выполнения требований аффинности и инвариантности к дефлированию нетривиальными (не принимающих исходный ряд за сглаженный) процедурами устранения сезонности.

В работе демонстрируется, что наиболее популярные на сегодня методики сглаживания – X-12 и TRAMO/SEATS – не инвариантны к дефлированию, и рассматривается методика, удовлетворяющая этому требованию по построению. Она основывается на оценке набора сезонных дамми переменных для учёта мультипликативной сезонности. Помимо этого, в процедуру встроены детекторы выбросов, позволяющий снизить влияние отдельных выбросов и структурных сдвигов на оцениваемые параметры.

Проводится проверка работоспособности данного метода и сравнение его с другими процедурами. Метод демонстрирует большую устойчивость к различного рода

выбросам в данных (кроме шума в фазе сезонности). Проведённое при помощи метода Монте-Карло сравнение предлагаемой методики и популярного метода X12 показывает ряд преимуществ рассматриваемого подхода. Предлагаемая процедура не только даёт более точные оценки тренда в среднем, но и демонстрирует меньшую дисперсию (а значит, более стабильные и менее зависящие от вида шума оценки).

Помимо этого, предлагаемая процедура обладает преимуществами с точки зрения статистических свойств сглаженных рядов: известная проблема стандартных процедур заключается в том, что они порождают смещения в тестах на единичные корни, когда рассматриваемый ряд стационарен: тест может принять стационарный ряд за нестационарный. Показывается, что стандартные тесты, проведённые на рядах, сглаженных предлагаемой процедурой, работают лучше, чем на рядах, сглаженных X12.

Предложенная процедура была применена к реальным данным, и по сглаженным с её помощью рядам была проведена оценка производственной функции. Полученные результаты позволяют сделать вывод о применимости рассматриваемой процедуры к сглаживанию данных в целях дальнейшего использования при построении макроэкономических моделей.

УДК 519.86

Исследование проблемы неопределенности цен в динамических моделях общего экономического равновесия

Н.П. Пильник^{1,2}, В.А. Савицкий²

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,

² Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
u4d@yandex.ru

Доклад посвящен проблеме неопределимости цен в динамических моделях общего экономического равновесия. Одним из классических способов, используемым для определения цен в экономике, являются ограничения ликвидности денежных средств (требование к агенту поддерживать некоторый запас денежных остатков для проведения сделок). Однако, как показывает анализ работ, посвященных этой теме, наличие в экономике ограничений ликвидности приводит к негативному эффекту на потребление, темп роста фирм и предпринимательскую активность, то есть ведет к неэффективности равновесия.

Под эффективностью равновесия в докладе понимается возможность получить в многоагентной модели траекторию потребления, совпадающую с той, которую бы выбрал потребитель в условиях управления всеми производственными фондами. Эффективность в экономике с ограниченной ликвидностью может достигаться, но при этом цены остаются неопределенными. В работе разработан подход к спецификации моделей общего равновесия таким образом, чтобы в моделях достигались оба свойства.

Анализ вопроса базируется на моделях, описывающих закрытую однопродуктовую экономику без вмешательства государства. Продукт производится за счет капитальных затрат по линейной производственной функции. Капитальные затраты обратимы полностью, а продукт без остатка делится на потребление и накопление. Экономика функционирует в непрерывном времени на конечном интервале. Данные предпосылки и предположения о том, что инвестиции полностью равны изменению капитала, результируются в условии равновесия на рынке продукта.

В различных спецификациях модели в экономике действуют от двух до трех макроагентов: фирма-производитель, представляющая совокупность нефинансовых коммерческих организаций, банк, представляющий совокупность финансовых коммерческих организаций, собственник-потребитель, представляющий совокупность домохозяйств, являющихся собственниками фирм и банков. Модель строится на основе принципа рациональных ожиданий. Поведение каждого из агентов описывается решением неавтономной задачи оптимального управления.

В модели собственник-потребитель располагает неотрицательными запасами денег. Собственник может брать в банке ссуды или держать в банке депозиты под некоторые проценты. На полученные от процентов доходы и прибыль, полученную от фирмы, собственник приобретает на товарном рынке потребительский продукт. Собственник стремится максимизировать полезность своего будущего реального потребления.

Фирма осуществляет производство и инвестиции в основной капитал. Она располагает некоторым запасом денежных средств. Производитель обязан осуществлять передачу прибыли потребителю как совокупности всех собственников в экономике. Выплата прибыли и инвестиции в основной капитал осуществляются лишь за счет продажи продукта потребителю, а также за счет использования заемных средств. Фирма стремится максимизировать приведённый поток дисконтированной выплачиваемой прибыли.

Банк в рамках модели привлекает депозиты потребителя и фирмы (которые могут принимать и отрицательные значения и тогда трактуются как выданные кредиты). Предполагается, что данный агент не ведет производственной деятельности и единственным средством получения дохода являются полученные от других агентов депозиты. Банк расходует полученную сумму на выплату процентов по данным депозитам. Банк определяет объем накопленных депозитов, размещенных в банке, и проценты по ним. Находясь в собственности двух других агентов, банк стремится максимизировать межвременную полезность от выплаченного им потока платежей – процентов по депозитам, подобно тому, как фирма максимизирует функционал от прибыли.

В результате последовательного усложнения базовой модели, включающей в себя лишь собственника и фирму (Р-модели), взаимодействующих на единственном рынке товара, путем добавления дополнительных инструментов, агентов и ограничений выявлена спецификация модели, в которой выполняются все искомые свойства: определение динамики цен и эффективность равновесия, которые ранее считались несовместными в подобных моделях.

Модификация спецификаций моделей при этом характеризовалась отсутствием произвола в описании новых агентов и инструментов и осуществлялась по некоторому правилу: избыточные требования на параметры модели устранялись путем введения новых инструментов (депозитов или кредитов), излишние степени свобо-

ды, связанные с дополнительными инструментами, ликвидировались введением в анализ новых агентов (банк).

УДК 338.314

Оценка влияния выбора стратегии на эффективность газоперерабатывающего предприятия: покупка–переработка–продажа или процессинг

А.А. Астахов¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
artem_astashov@mail.ru

Предприятие, занимающееся газохимией, может покупать сырье, а затем реализовывать продукты переработки (покупка-переработка-продажа). Но также оно может оказывать услуги по переработке чужого сырья (процессинг). Цель данной работы заключалась в том, чтобы разобраться, какая стратегия поведения более выгодна предприятию и имеет ли смысл менять стратегию в течение реализации проекта.

Для расчета целесообразности реализации инвестиционного проекта оценивается его эффективность. Основные показатели, характеризующие эффективность проекта, это — NPV и IRR.

Была построена модель для расчета показателей эффективности с предполагаемыми данными (объемы покупки и реализации продукции, капитальные вложения, эксплуатационные затраты, цены, налоговое окружение).

В результате моделирования получилось, что предприятию, занимающемуся переработкой газа, может быть выгодно применять смешанную схему работы: какое-то время оказывая услуги по переработке, а в другое время закупать сырье и продавать продукты газохимии. Это позволяет получить NPV проекта не менее чем максимум из NPV при постоянной работе на одной из выбранных стратегий.

УДК 519.2

Математическая модель расчета экономического капитала кредитного риска финансового института

А.С. Семаков¹, ***Н.В. Белотелов***^{2,1}

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
alexey.semakov7@gmail.com

В работе предложены алгоритм и модель расчета экономического капитала кредитного риска для банка. (Экономический капитал кредитного риска – это часть капитала финансового института, которая необходима для возмещения возможных потерь в случае реализации кредитного риска на заданном временном горизонте с заданной вероятностью.) Задача как можно более точного определения уровня экономического капитала является жизненно необходимой для любого банка, поскольку в случае его недооценивания существенно возрастает угроза потенциального банкротства, а в случае его переоценивания банк недополучает потенциальную прибыль от располагаемых активов. В модели предполагается, что банк подвержен нескольким типам риска (например, кредитному, имущественному и т.п.), вообще говоря, скоррелированным между собой. Результатом предлагаемой модели является расчёт величины экономического капитала для банка, а также её разбиение по типам риска.

Литература

1. Monte Carlo Simulation / ed. by M. Haugh. New York: Plenum, 2004. 110 p.
2. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical receipts in C: the art of scientific computing. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. 949 p.
3. Kuritzkes A., Schuerman T., Weiner S.M. Risk Measurement, Risk Management and Capital Adequacy in Financial Conglomerates. Washington D.C.: Wharton Papers, 2002. 55 p.
4. Ивченко Г.И., Медведев Ю.А. Введение в математическую статистику. М.: Издательство ЛКИ, 2010. 600 с.

УДК 336.761.6

Современные подходы к построению оптимального портфеля на российском рынке ценных бумаг

А.Л. Прочко^{1,2}

¹ Институт системного анализа РАН,

² Московский физико-технический институт (государственный университет)

alexander@prochko.ru

Цель данной работы заключается в оценке возможности применения моделей Марковица, Шарпа и Квази-Шарпа для построения оптимального портфеля на российском рынке акций. Для этого разработаны алгоритмы обработки данных и построения оптимального портфеля с использованием каждой из рассматриваемых моделей средствами Microsoft Excel и Microsoft Visual Basic for Applications (VBA). Модели применяются к голубым фишкам ММВБ. Полученные результаты сравниваются и определяются условия, при которых следует использовать ту или иную модель.

Портфельное инвестирование подразумевает распределение инвестиционного потенциала между различными группами активов, т.к. невозможно найти ценную бумагу, которая была бы одновременно высокодоходной и высоконадежной. Задачей оптимизации портфеля ценных бумаг является получение максимальной доходности при наименьшем возможном риске. Однако такая задача является некорректной. Для выхода из положения вводятся критериальные ограничения. Решением полученных прямой и обратной задач является одно и то же множество.

Рассматриваются два набора голубых фишек. Первый набор состоит из следующих компаний: Автоваз, Аэрофлот, ВТБ, Газпром, Лукойл, МТС, Норильский Никель, Полюс Золото, Роснефть, Ростелеком. Эти компании являлись голубыми фишками ММВБ в 2012 году. Данный набор рассматривается в двух временных промежутках: июнь 2011–июнь 2013 (недельные данные) и январь–июнь 2013 (дневные данные). Второй набор: Магнит, Аэрофлот, ВТБ, Новатэк, Лукойл, МТС, Дикси, Уралкалий, ИКС 5 Ритейл Групп, Транснефть – рассматривается также в двух промежутках времени, используя дневные данные: январь–июнь 2013 и июль–октябрь 2013.

Данные берутся с сайта finam.ru. Посредством алгоритмов в среде Microsoft Excel и с помощью специальных макросов данные обрабатываются для последующего вычисления всех необходимых характеристик [3] для каждой из моделей. Используя эти характеристики, для каждой из моделей с помощью макроса [5] решаются 50 прямых задач оптимизации, где риск пошагово увеличивается от минимального к

максимальному. Используя полученные решения для каждого из наборов, строится оптимальное множество и рассматривается оптимальный портфель (при определённом ограничении на риск).

Оптимальные множества моделей Шарпа и Марковица различаются незначительно, в некоторых случаях оптимальное множество модели Квази-Шарпа заметно отличается, что связано с особенностями модели, в частности с различием отраслей ценных бумаг, входящих в состав наборов. Оптимальные портфели практически схожи.

Каждая из этих моделей показывает эффективное использование при определенных условиях. Для вычисления оптимального портфеля по модели Марковица необходимо вычислять ковариационную матрицу. При большом наборе ценных бумаг требует больших затрат, что трудновыполнимо при условии недостатка вычислительной мощности. Основным недостатком модели Шарпа – не учитываются возможные колебания безрисковой доходности. Модели Шарпа и Марковица рационально использовать, когда желательно сформировать портфель из ценных бумаг, принадлежащих различным отраслям. Модель Квази-Шарпа следует применять при сравнительно небольшом количестве ценных бумаг, принадлежащих к одной или нескольким отраслям, и при условии растущего рынка.

Ситуация на российском рынке акций меняется. Значительно меняются лидеры по вхождению в оптимальный портфель и список голубых фишек. В 2012 году в нем были компании, относящиеся к отрасли ресурсов. В начале 2013 года произошел временный выход вперед компаний розничной торговли – в портфеле преобладали ценные бумаги компаний Магнит и ИКС 5 Ритейл Групп. В настоящее время инвесторам есть смысл снова обратить внимание на отрасль ресурсов, а также на акции компаний отрасли телекоммуникаций и IT, т.е. на акции таких компаний, как МТС, Транснефть и Лукойл.

Литература

1. Орлова Е.Р. Инвестиции. М.: Омега-Л, 2006. 40 с.
2. Шарп У.Ф., Александер Г.Дж., Бэйли Д.В. Инвестиции. М.: Инфра-М, 2001.
3. Савчук В.П. [и др.]. Разработка и анализ инвестиционных проектов. М.: Абсолют-В, Эльга. 1999. 302 с.
4. Гарнаев А.Ю. Использование MS Excel и VBA в экономике и финансах. СПб.: БХВ-Санкт-Петербург, 1999. 336 с.
5. Джексон М., Стонтон М. Особенности финансового моделирования с помощью Excel и VBA. М.: ИД Вильямс, 2006. 352 с.
6. Буренин А.Н. Рынок ценных бумаг и производных финансовых инструментов. М.: 1 Федеративная Книготорговая Компания, 1998. 352 с.

УДК 330.42

Применение метода возмущений к исследованию стохастической модели поведения агента на рынке не вполне ликвидного товара

А.А. Жукова¹, И.Г. Поспелов¹

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
sasha.mymail@gmail.com

В данной статье исследуется модель оптимального поведения рационального агента на рынке не вполне ликвидного товара. Неполная ликвидность понимается

в смысле случайных моментов возможных сделок. Такая задача была исследована при предположении бесконечного горизонта планирования. Процесс моментов возможностей сделки описан пуассоновским потоком в стиле моделей несовершенного рынка Даймонда [1] и неликвидного товара длительного пользования Гросмана [2].

Достаточные условия оптимальности были выведены в работе [3]. Однако в макроэкономическом моделировании при предположении динамики цен в стиле Calvo [4], в которых случайным образом агент получает возможность переменить свою стратегию, часто рассматривается конечный горизонт планирования. Поэтому авторы предприняли попытку исследовать задачу поведения агента, планирующего свое поведение на конечном промежутке времени. Опыт данного исследования может быть применен для анализа других макроэкономических моделей со случайными моментами смены управления.

Анализ модели поведения агента, представленный в данной работе, основан на применении достаточных условий оптимальности к задаче агента. В результате получена система уравнений в частных производных. Введены терминальные условия. Эта система исследована в предположении большого параметра частоты сделок агента. В результате получено, что в окрестности правого конца интервала планирования имеет место переходный режим, так называемый пограничный слой. Этот режим был исследован с помощью метода возмущений [5] с применением нормировки переменной времени. Показано, что этот режим характеризуется отсутствием сбережений у агента, а также исследовано, как его характеристики связаны с режимами вне пограничного слоя. В частности, имеет место смена режимов сбережений вдоль траектории, при которой агент вкладывает средства в доходный актив, затем накапливает сбережения и тратит их в некоторой окрестности правого конца периода планирования.

Литература

1. *Diamond P.A.* Aggregate demand management in search equilibrium // *Journal of Political Economy*. 1992. V. 90, N 5. P. 881–894.
2. *Grossman S.J., Laroque G.* Asset Pricing and Optimal Portfolio Choice in the Presence of Illiquid Durable Consumption Goods // *Econometrica*. 1990. V. 58. P. 25–51.
3. *Жукова А.А., Поспелов И.Г.* Стохастическая модель торговли неликвидным товаром // *Журнал «Труды МФТИ»*. 2012. Т. 4. С. 131–147.
4. *Calvo G.A.* Staggered prices in a utility-maximizing framework // *Journal of Monetary Economics*. 1983. N 12(3). P. 383–398.
5. *Verhulst F.* Methods and Applications of Singular Perturbations: Boundary Layers and Multiple Timescale Dynamics, Texts in Applied Mathematics. New York: Springer, 2006. P. 344. ISSN 0939-2475.

УДК 519.86

Новые подходы к описанию и моделирование банковской системы России

М.С. Дедова¹, Д.И. Малахов¹, Н.П. Пильник¹

¹ Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
u4d@yandex.ru

Изучение и моделирование российской банковской системы – одного из ключевых элементов современной отечественной экономики – неизбежно сталкивается

с двумя принципиальными проблемами. Во-первых, оказывается, что в арсенале средств математической экономики для описания банков нет стандартных «заготовок», подобных тем, которые имеются для описания потребителей, производителей, товарных и финансовых рынков. Во-вторых, предоставляемая Центральным Банком России статистическая информация о банковской системе настолько обширна, что исследователю, как правило, приходится игнорировать ее большую часть, останавливаясь только на небольшом количестве переменных, доступных с точки зрения моделирования.

Если в макроэкономической модели банковская система выделена напрямую как экономический агент (например, что в DSGE-моделях это очень часто не так), как правило, в его описании используются переменные, характеризующие общий объем выданных кредитов и принятых депозитов прочих экономических агентов. Этот шаг выглядит вполне логично, если считать, что именно превращение сбережений населения в инвестиции фирм является основным принципом деятельности банков. Однако уже описание сопутствующих процессов внутри банковской системы вызывает значительные трудности, обусловленные принципиальными проблемами, указанными выше. И если процедура резервирования части депозитов без особого труда встраивается в макроэкономические модели (при этом, правда, требуя добавления и Центрального Банка), то уже описание финансовых потоков, обеспечивающих выдачу новых кредитов, возврат старых депозитов, выплаты процентных доходов и списание невозвратов, либо игнорируется вовсе, либо заменяется переменными, призванными «заткнуть» возникающие расхождения в балансах модели.

С точки зрения прикладных макроэкономических моделей такая расстановка приоритетов выглядит странно. Особенно в ситуации, когда в модели необходимо описывать кризисную ситуацию 2007–2009 годов (что в России, что в США и странах Европы), характеризующуюся критическим состоянием в сфере банковской ликвидности.

В настоящей статье на основе статистики банковской системы России будут рассмотрены наиболее перспективные, с точки зрения авторов, способы описания срочных инструментов банков (кредиты, депозиты), приносящих большую часть прибыли, и ликвидных инструментов банков, обеспечивающих балансировку финансовых потоков.

Моделирование ликвидных инструментов опирается на статистику оборотов счетов суммарного бухгалтерского баланса банковской системы. При этом факт отнесения той или иной группы счетов к категории ликвидных активов будет определяться на основе расчетов специальной группы показателей, а не исходным постулированием. Учет данных по оборотам позволяет значительно продвинуться в вопросе о моделировании потребности в ликвидности со стороны банков. Для этих целей в докладе предлагается система специальных эконометрических соотношений, позволяющая устанавливать соответствие между связями в остатках и оборотах.

Кроме того, разделение активов и пассивов по скорости обращения (степени ликвидности) позволяет в условиях гарантированно выполненного бухгалтерского баланса получить его расслоение на три круга обращения с разными скоростями:

1. медленный круг для срочных инструментов, описывающий источники средств, преобразуемых в выданные кредиты,
2. быстрый круг для ликвидных инструментов, описывающий действия банков для покрытия разрывов в балансе,
3. средний круг для операций, связанных с выводом капитала за границу.

Такой подход позволяет дать разумное объяснение найденных ранее (в том числе другими авторами) эмпирических соотношений, как казалось, имеющих институциональные причины.

Динамику срочных активов и пассивов в докладе предлагается описывать не только в терминах сальдирующих показателей объемов, но и с учетом частот возврата, определяемых изначальным сроком, на который были выданы или привлечены соответствующие инструменты. Для этого в докладе рассчитаны дюрации (средние сроки) для кредитов и депозитов в зависимости от контрагента банка (домохозяйство, производитель, нерезидент и другие). Этот же подход позволяет рассчитать структуру процентных ставок в среднем по портфелю депозитов или кредитов каждого конкретного контрагента.

УДК 519.217.2

Об эволюционной интерпретации обобщенной модели расчета матрицы корреспонденций А.Дж. Вильсона

*К.В. Чепурченко*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
ksuu.che@gmail.com

Задачей работы является эволюционно проинтерпретировать известную энтропийную модель расчета матрицы корреспонденций [1, 2]. Причем, в отличие от [2], нами исследуется более общая модель, в которой жители города могут быть разных типов и использовать различные типы передвижений. По сути, в данных тезисах приведено решение задачи, анонсированной в [3].

Пусть T_{ij}^{kr} — число поездок между пунктами i и j , которые совершает пассажир типа r на транспортном средстве k , c_{ij}^k — затраты на передвижение из i в j на транспортном средстве k . За Q_i^r обозначим количество отправок r -го пассажира из i , за D_j — полное число прибытий в пункт j . N — полное число жителей города [1]. Другими словами, мы ввели несколько типов пассажиров и коммуникаций, приблизившись тем самым к реальным жизненным ситуациям.

Перейдем к рассмотрению развития динамики транспортных потоков. Пусть каждый горожанин имеет работу, на которую вынужден ездить каждый день. И жители города могут «меняться работами» (здесь важно, что понимать это нужно не в буквальном смысле). За функцию затрат при поездке на место работы удобно принять $R^r(c) = \beta^r \frac{c}{2}$ [3]. Здесь β^r — параметр модели. Сама динамика будет заключаться в том, что житель, живущий в i -м районе и работающий в j -м, «меняется местом работы» с тем, кто живет в p -м районе, а работает в q -м. Тогда вероятность «обмена местами работы» в единицу времени зависит только от мест проживания и работы тех, кто обменивается, т. е.:

$$\lambda_{ijpq}^{r_1 r_2} = \lambda N^{-1} \exp(R^{r_1}(c_{ij}^{k_1}) + R^{r_2}(c_{pq}^{k_2}) - (R^{r_1}(c_{iq}^{k_1}) + R^{r_2}(c_{pj}^{k_2}))).$$

Усложним нашу задачу: пусть у жителя появляется возможность приобретать личное транспортное средство (велосипед, автомобиль). Он продолжает ездить на свою работу, но уже имея выбор транспорта. Аналогично вышесказанному можно записать вероятность того, что человек поменяет транспортное средство:

$$\lambda_{ijpq}^{r k_1 k_2} = \hat{\lambda} N^{-1} \exp(R^r(c_{ij}^{k_1}) - R^r(c_{ij}^{k_2})).$$

Можно показать (аналогично [2, 3]), что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(\{T_{ij}^{kr}(t) = d_{ij}^{kr}\}) = Z^{-1} \prod_{i,j,k,r} \exp(-2R^r(c_{ij}^k) d_{ij}^{kr}) (d_{ij}^{kr}!)^{-1},$$

где Z есть статистическая сумма, находящаяся из условий нормировки.

Для перехода к расчету матрицы корреспонденций необходимо ввести законы сохранения описанной динамики [1]:

$$\sum_j \sum_k T_{ij}^{kr}(t) = Q_i^r, \quad \forall i = \overline{1, n}; r = \overline{1, l}; \quad (1)$$

$$\sum_i \sum_r \sum_k T_{ij}^{kr}(t) = D_j, \quad \forall j = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Считая число жителей города $N \rightarrow \infty$, делаем вывод, что распределение $P(\{T_{ij}^{kr}\}_{i=1, j=1, k=1, r=1}^{n, n, m, l})$ сконцентрировано в окрестности наиболее вероятного состояния системы, которое можно получить из задачи энтропийно-линейного программирования, используя формулу Стирлинга [3]:

$$-\sum_{i,j,k,r} T_{ij}^{kr} \ln T_{ij}^{kr} - \sum_r \beta^r \sum_{i,j,k} c_{ij}^k T_{ij}^{kr} \rightarrow \max_{T_{ij}^{kr} \geq 0;}$$

(1);
(2).

И при введенных нами ограничениях получим

$$T_{ij}^{kr} = A_i^r B_j D_j \exp(-\beta^r c_{ij}^k),$$

где

$$A_i^r = \left(\sum_j \sum_k B_j D_j \exp(-\beta^r c_{ij}^k) \right)^{-1};$$

$$B_j = \left(\sum_i \sum_r \sum_k A_i^r Q_i^r \exp(-\beta^r c_{ij}^k) \right)^{-1}.$$

Работа поддержана грантами РФФИ 11-07-00162-а, 11-01-00494-а, 12-01-33007 мол-а-вед.

Литература

1. Вильсон А.Дж. Энтропийные методы моделирования сложных систем. М.: Наука, 1978. 248 с.
2. Гасников А.В., Кленов С.Л., Нурминский Е.А., Холодов Я.А., Шамрай Н.Б. Введение в математическое моделирование транспортных потоков. изд. 2. М.: МЦНМО, 2013. 430 с.
3. Гасников А.В., Дорн Ю.В., Нестеров Ю.Е., Шпирко С.В. О трехстадийной версии модели стационарной динамики // Мат. моделирование. 2014. 40 с.

Секция экспериментальной экономики

УДК 519.865

Использование теста IAT для определения степени принадлежности участника эксперимента к своей группе

*О.Р. Меньшикова*¹, *Т.С. Бабкина*¹, *И.С. Меньшиков*^{2,1}, *Е.М. Лукинова*³

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,

³ Сколковский институт науки и технологий

or.menshikova@gmail.com

Исследование проводилось в рамках совместного проекта Сколковского института науки и технологий и Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ. Студенты МФТИ участвовали в серии экспериментов, каждый из которых состоял из нескольких частей: игры с компьютером, игры со случайным партнером из группы, разбиение всех игроков на две группы, этап социализации внутри каждой группы, игры со случайным игроком из своей группы, субъективная и объективная оценка каждым участником принадлежности к своей группе. Основная цель исследования – показать, как социализация влияет на поведение игроков.

Объективная оценка измерялась с помощью *теста имплицитных ассоциаций* (The Implicit Association Test, IAT). Он был предложен тремя исследователями из Вашингтонского университета: А. Гринвальдом, Д. МакГи и Дж. Шварцем [1]. Процедура IAT предназначена для исследования неосознаваемых или частично осознаваемых эмоциональных установок и социальных стереотипов. Во второй части эксперимента участников разбивали на две подгруппы, в каждой из которых проводились действия, направленные на сплочение коллектива, то есть происходило привыкание участников друг к другу, запоминание, кто свой, а кто чужой. Затем каждому участнику было предложено пройти тест IAT на компьютере. Он состоял из пяти этапов.

1. Игроку предъявлялись по очереди фотографии всех участников эксперимента. Он должен был как можно быстрее прореагировать на фотографию, нажав кнопку «вверх» («вниз») при предъявлении фотографии участника своей (чужой) группы.
2. Был предложен ряд картинок, отражающих веселое настроение (нужно нажать кнопку «вверх») и грустное настроение (кнопка «вниз»).
3. Игроку предъявлялись фотографии попеременно с картинками. Кнопку «вверх» нужно было нажать, если игрок видел фотографию участника своей группы или веселую картинку, «вниз» – для участника чужой группы и грустной картинки.
4. Этот этап аналогичен первому с той лишь разницей, что при предъявлении фотографии участника своей группы надо было нажимать кнопку «вниз».
5. Этап аналогичен третьему. Кнопка «вверх» нажималась, если игрок видел фотографию участника чужой группы или веселую картинку, «вниз» – для участника своей группы и грустной картинки.

Для каждого эксперимента было подсчитано число совершенных ошибок с учетом этапа тестирования, выбора фотографии или картинка, нажатия кнопки «вверх» или «вниз», времени ответа, реакции игрока на представителя своей или чужой группы.

Было показано, что более 75% всех ошибок было допущено при показе фотографий. Ошибок, когда надо было выбрать «вниз», но было выбрано «вверх», в полтора раза больше, чем в противоположном случае. Среднее время ответа при предъявлении фотографии участника из чужой группы в два раза больше, чем при предъявлении фотографии участника из своей группы. Подсчет D-индекса [2] показал, что существует значимая разница между ассоциацией участника из своей группы с позитивной картинкой и участника чужой группы с позитивной картинкой. Таким образом, подтверждается теория о том, что человек лучше (быстрее) реагирует на участника из своей группы с позитивной ассоциацией, несмотря на то, что смена заложенного шаблона приводит к затруднению при выборе кнопок и увеличению числа ошибок на последнем этапе.

В заключение отметим, что применение имплицитных методов в исследовании социальных установок и стереотипов – перспективное направление, позволяющее определить склонность человека к работе в группе.

Литература

1. *Greenwald A. G., McGhee D. E., Schwartz J. L. K.* Measuring individual differences in implicit cognition: the implicit association test // *Journal of personality and social psychology*. 1998. V. 74, N 6. P. 1464.
2. *Cai H. [et al.]*. The Implicit Association Test's D measure can minimize a cognitive skill confound: Comment on McFarland and Crouch (2002) // *Social Cognition*. 2004. V. 22, N 6. P. 673–684.

УДК 519.865

Влияние этапа социализации на поведение участников социально-экономического эксперимента

О.Р. Меньшикова¹, И.С. Меньшиков^{2,1}, М.А. Лепская¹, Е.М. Лукинова³

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,

³ Сколковский институт науки и технологий

or.menshikova@gmail.com

Данное исследование проводилось в рамках совместного проекта Сколковского института науки и технологий и Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ (ЛЭЭ). Основная цель данного исследования состоит в том, чтобы установить, как социализация влияет на поведение игроков. Оно опирается на работы социальных психологов [1, 2] и выражается в следующем эксперименте. В первой части эксперимента группа участников произвольным образом разбивается на пары, причем ни один из игроков пары не знает своего соперника. Каждой паре предлагается сыграть в две игры: «Дилемма заключенного» (ДЗ) и «Ультимативный дележ» (УД). Во второй части эксперимента участники разбиваются на две подгруппы, и эксперимент первой части повторяется независимо внутри каждой подгруппы, причем участники каждой подгруппы до начала второй части эксперимента проходят этап социализации. Этап социализации включает в себя нахождение общих характеристик группы и выбор названия группы. На эксперименты приглашались студенты

разных факультетов МФТИ, прошедшие предварительно психологическое тестирование. Сопоставление поведенческих и психологических характеристик участников экспериментов является необходимым атрибутом исследований экспериментов в ЛЭЭ, начиная с работы [3].

Анализ проведенных экспериментов для различных групп участников показал, что этап социализации приводит к росту кооперативности игроков в игре ДЗ и усилению эгалитаризма в игре УД. Степень выраженности указанных эффектов варьируется в довольно широких пределах и зависит от уровня доверия участников друг к другу, от превалирования желания личной выгоды над желанием прийти к справедливому дележу. Анализируется влияние психологических характеристик участников на уровень их кооперативности в игре ДЗ и уровни предложений и отказов в игре УД. Для каждого эксперимента делается вывод о качестве этапа социализации и степени его влияния на принятие решений участниками эксперимента в подгруппах.

Литература

1. *Brewer M.B.* The psychology of prejudice: Ingroup love and outgroup hate? // *Journal of social issues*. 1999. V. 55. N 3. P. 429–444.
2. *Tamir D.I., Mitchell J.P.* Disclosing information about the self is intrinsically rewarding // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2012. V. 109. N 21. P. 8038–8043.
3. *Лукинова Е.М., Меньшикова О.Р.* Результативность участников лабораторных рынков в зависимости от их психологических типов // *Модели и методы обработки информации: сб. науч. тр. / Моск. физ.-тех. ин-т. М., 2009. С. 175–185.*

УДК 519.865: 330.16

Взаимосвязь функционального состояния игроков и равновесия на лабораторных рынках

А.Д. Игнатов¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
andrey.ignatoff@gmail.com

В Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ проводится ряд экспериментов по исследованию поведения игроков на лабораторных рынках. В данной работе рассматривается эксперимент RE0 [1, 2], в котором участники в непрерывном режиме покупают и продают акции на биржевом рынке. Реальная цена акций игрокам неизвестна, но каждый из них обладает информацией, которая в совокупности позволяет эту цену установить. Успешность игры характеризуется тем, была ли выявлена истинная стоимость акций или нет. Во время игры участники сидят на стабิโลграфических креслах, информация с которых записывается для дальнейшей обработки. По ней определяются три основных параметра для каждого игрока: логарифм энергии, энтропия и энтропия Хёрста, и по этим данным вычисляются агрегированные характеристики для всего периода. Разные периоды отличаются успешностью в выявлении информации, и целью данной работы является нахождение ее зависимости от полученных стабิโลграфических данных. Также по изменению энергии и энтропии в течение периода определяется момент, в который произошло выявление истинной цены.

Работа поддержана грантом РФФИ 12-01-31258 мол_а.

Литература

1. Лукьянов В.И., Максакова О.А., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р., Сенько О.В., Чабан А.Н. Функциональное состояние и эффективность участников лабораторных рынков // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. № 6. С. 202–219.
2. Меньшиков И.С. Анализ функционального состояния участников лабораторных рынков // Психология. Журнал Высшей школы экономики. 2009. Т. 6. № 2. С. 125–152.

УДК 519.83, 330.4

Исследование эластичности функции спроса абонентов пропорционального и интерактивного алгоритмов распределения интернет-канала методами экспериментальной экономики

Р.И. Яминов¹, И.С. Меньшиков¹

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
ryaminov@yandex.ru

Цель работы состояла в моделировании процесса взаимодействия оператора сети Интернет и его абонентов [1, 2]. В контролируемой ситуации лабораторного эксперимента изучались эластичность функции спроса абонентов на услугу доступа к сети Интернет в зависимости от ценовых и технических факторов, влияющих на удовлетворённость абонента.

Для проведения исследований была написана программа сетевого взаимодействия оператора сети Интернет и его абонентов. Всего было проведено 24 эксперимента, в которых приняли участие более 50 студентов МФТИ.

Исследовались два алгоритма распределения канала: пропорциональный (традиционный) и интерактивный (новый). Оценка эластичности спроса, а также выявление факторов, влияющих на поведение абонентов, осуществлялись на основании анализа условий, при которых абоненты изменяли свой тарифный план или корректировали соотношение скорость/стоимость в пределах одного тарифного плана.

Дополнительной целью работы являлась подготовка методики и накопление опорных данных для повторения данного исследования в сети Интернет с реальными абонентами.

Анализ результатов экспериментов показал более высокую привлекательность для абонентов динамического (интерактивного) способа взаимодействия с оператором (при одних и тех же условиях интерактивный тариф выбирает больше абонентов) и позволил выявить более низкую эластичность спроса, характерную для данного способа взаимодействия.

Работа поддержана грантом РФФИ 12-01-31258 мол_а.

Литература

1. Яминов Р.И., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р. Исследование взаимодействия оператора сети Интернет и его абонентов с помощью методов экспериментальной экономики // Математическое моделирование информационных систем. М.: МФТИ, 2012. С. 92–103.

2. Золотарев А.А., Меньшиков И.С., Меньшикова О.Р., Яминов Р.И. Новый подход к управлению загрузкой канала передачи данных в сети Интернет с использованием экспериментальной экономики. Анализ серии экспериментов // Труды 54-й научной конференции МФТИ. Управление и прикладная математика. Том 1. М.: МФТИ, 2011. С. 80–82.

УДК 519.865, 330.16

N-ядро для кооперативных игр с нулевыми выигрышами малых коалиций

С.А. Скиндрев¹, И.С. Меньшиков^{1,2}

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,

² Московский физико-технический институт (государственный университет)

`sergeant.mipt@mail.ru`

В ходе анализа лабораторных кооперативных игр с наведенными заявками был выделен определенный класс кооперативных игр n лиц [1]. Отличительная особенность таких игр заключается в том, что характеристическая функция отлична от нуля только для максимальной коалиции из n игроков и для всех коалиций из $n - 1$ игроков. Формально игра с нулевыми выигрышами малых коалиций – это кооперативная игра, характеристическая функция которой удовлетворяет условиям:

$$\begin{cases} V(S) = 0, \forall S \subset N : |S| \leq n - 2, \\ V(S) > 0, \forall S \subset N : |S| = n - 1. \end{cases}$$

Обозначим выигрыши ненулевых коалиций следующим образом: $V(N \setminus i) \triangleq V_{-i}$, $\forall i \in N$; $V(N) \triangleq V_N$. Без ограничения общности будем считать, что $0 < V_{-n} \leq \dots \leq V_{-1} \leq V_N$.

Наиболее исследованным подклассом игр с нулевыми выигрышами малых коалиций является кооперативная игра трех лиц. В частности, в работе [2] вычислено значение N -ядра для произвольной приведенной игры трех лиц. В данной работе получена явная формула для вычисления N -ядра для произвольной игры с нулевыми выигрышами малых коалиций. Доказано, что пространство значений $\{V_{-i}\}$ разбивается на $(2n - 1)$ многогранных областей, в каждой из которых все компоненты N -ядра являются линейными функциями параметров $\{V_{-i}\}$.

Для проведения лабораторных экспериментов было выбрано 5 наборов параметров характеристической функции для игры трех лиц. Наборы выбирались таким образом, чтобы каждый из них попадал в одну из областей линейности N -ядра. Эти области были также упорядочены по размеру S -ядра кооперативной игры.

В Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ и ВЦ РАН была проведена серия лабораторных экспериментов с розыгрышем кооперативных игр трех лиц. В качестве технической базы проведения серии экспериментов взята программная реализация аукциона с наведенными заявками [3]. Для анализа выбраны две серии одинаковых экспериментов. Единственным отличием в условиях проведения была сообщенная участникам информация о N -ядре как некотором «справедливом» распределении выигрыша и приведено его значение.

Для анализа результатов лабораторных игр с нулевыми выигрышами малых коалиций в пространстве дележей была введена специальная метрика. С использованием этой метрики и методов математической статистики показано, что при определенных наборах параметров наличие дополнительной информации о значении N -ядра радикальным образом повлияло на результаты экспериментов.

Литература

1. *Скиндерев С.А.* Блокирующие стратегии в лабораторных кооперативных играх с наведенными заявками // Труды МФТИ. 2012. Т. 4, № 4. С. 155–168.
2. *Меньшикова О.Р.* Методы поиска ядер кооперативных игр и их приложения: дисс. к.ф.н.-м.н. М. 1977. С. 66.
3. *Скиндерев С.А.* Использование технологии Генератор Проектов для создания лабораторных сетевых аукционов // Автоматизация проектирования инженерных и финансовых информационных систем средствами генератора проектов: сб. М.: ВЦ РАН, 2010. С. 80–88.

УДК 519.865, 330.16

Об опыте моделирования рынка программного обеспечения в лаборатории

*С.А. Скиндерев*¹

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
sergeant.mipt@mail.ru

В данной работе исследуются рынки товаров коллективного пользования. Такие товары характеризуются тем, что при производстве единицы такого товара выигрыш от его реализации могут получить сразу несколько игроков. В качестве примера можно взять ситуацию, где один производитель некоторого товара может произвести определенное количество этого товара с заданными затратами на каждую единицу, а также есть несколько покупателей товара, имеющих свои индивидуальные функции полезности потребления товара. Суть игры заключается в том, чтобы обеспечить возможность покупателям договориться с продавцом о производстве некоторого количества товара, при этом все покупатели вкладчину оплачивают произведенные единицы продукта.

Подобные игры можно отнести к классу игр нескольких участников, имеющих возможность вступать в кооперацию. Другими примерами таких моделей являются сетевой аукцион или кооперативная игра. Для описания игр данного класса была введена концепция проектной игры [2]. Доказано, что для игры можно построить динамический аукцион с наведенными заявками.

Для каждого товара коллективного пользования k обозначим множество потенциальных покупателей через B^k , а совокупность производителей – через S^k . Каждый производитель подает заявку типа «ask» на продажу своего участия в производстве товара $p_k^i, i \in S^k$, а каждый покупатель подает заявку типа «bid» на покупку товара $p_k^j, j \in B^k$. Тогда каждый продавец s товара k получает встречную наведенную заявку типа «bid» с ценой $q_k^s = \sum_{j \in B^k} p_k^j - \sum_{i \in S^k \setminus s} p_k^i$; а каждый покупатель b товара k получает встречную наведенную заявку типа «ask» с ценой $q_k^b = \sum_{i \in S^k} p_k^i - \sum_{j \in B^k \setminus b} p_k^j$. Каждый из участников аукциона ведет торг с виртуальным партнером. Условие заключения сделки – согласие одного из участников с наведенной заявкой. Это условие эквивалентно тому, что суммарная цена производства будет равна суммарной цене покупки товара вкладчину.

Одним из примеров товара коллективного пользования является программное обеспечение. Для проведения лабораторных экспериментов была построена математическая модель взаимодействия фирмы производителя с двумя потенциальными заказчиками.

Есть фирма F , которая может произвести три различных программных продукта с затратами $c_k^f, k = 1, 2, 3$. Есть 2 банка (A и B). Каждый банк состоит из двух

подразделений: бизнес и ИТ. Бизнес-подразделение банка A знает, что если будет использовать софт 1, то получит от этого прибыль v_1^a , а если будет использовать софт 3, то получит прибыль v_3^a . Отдел ИТ может внедрить только одну из программ с затратами c_0^a . Аналогично, бизнес-подразделение банка B знает, что если будет использовать софт 2, то получит от этого прибыль v_2^b , а если будет использовать софт 3, то получит прибыль v_3^b . Отдел ИТ может внедрить только одну из программ с затратами c_0^b .

В Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ и ВЦ РАН была проведена серия лабораторных экспериментов с розыгрышем смоделированного рынка программного обеспечения. В качестве технической базы проведения серии экспериментов взята программная реализация аукциона с наведенными заявками [2].

Проведенные эксперименты показали, что аукцион с наведенными заявками является достаточно эффективным для моделирования рынка программного обеспечения. Участники экспериментов, не будучи специалистами по рынкам и аукционам, показали достаточно высокую общую эффективность переговоров.

Литература

1. *Скиндерев С.А., Меньшиков И.С.* Проектные игры как инструмент моделирования экономических ситуаций // Труды 55-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». 2012. Т. 1. С. 70–71.
2. *Скиндерев С.А.* Использование технологии Генератор Проектов для создания лабораторных сетевых аукционов. // Автоматизация проектирования инженерных и финансовых информационных систем средствами генератора проектов: сб. М.: ВЦ РАН, 2010. С. 80–88.

УДК 519.865, 330.16

Исследование социальности как фактора принятия решения и методов её количественного измерения

А.В. Шкловер¹, Е.М. Лукинова², М.Г. Мягков^{3,2}, Р.И. Яминов⁴

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² Сколковский институт науки и технологий,

³ University of Oregon, США,

⁴ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

shklover.a.v@gmail.com

С точки зрения теории игр в социуме наблюдается много разновидностей иррационального поведения, таких как склонность к равенству, риску и альтруизм [1]. Подобные отклонения от строго рационального поведения приносят больше «добра» для социума в целом, создавая общие блага и равномерно распределяя ресурсы [2]. Это означает, что социальность влияет на принятие решений, и изменение поведения вызвано не ошибками в вычислениях, а значимостью социального отождествления [3], чувствами и эволюционными адаптациями [4]. Цель этой работы – нахождение способов для «включения» социальности и её количественное измерение.

В Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ была проведена серия экспериментов, показавшая возможность включения социальности. Эксперимент состоял из трёх основных этапов:

1. На первом этапе незнакомые участники играли между собой в дилемму заключённого.
2. На втором этапе участников делили на 2 группы. Внутри каждой группы участники познакомились друг с другом, выполняя задания на сплочение коллектива.
3. На третьем этапе игроки снова играли в дилемму заключённого, но лишь с людьми из своей группы.

Эксперимент показал, что уровень кооперации участников на третьем этапе был выше, чем на первом.

Для количественной оценки социальности предлагается провести следующий эксперимент:

1. На первом этапе участники играют между собой в дилемму заключённого.
2. Затем проводится этап социализации.
3. Третий этап состоит из двух частей.
 - а) В первой части игроки делают ставки.
 - б) В каждой группе несколько участников с наибольшими ставками выплачивают их и играют в дилемму заключённого с людьми из своей группы. Оставшиеся участники с низкими ставками играют с участниками с низкими ставками из другой группы.

Этот этап повторяется несколько раз.

По результатам эксперимента вычисляются величины:

1. p – средний выигрыш в эксперименте внутри своей группы (без учета выплаты по ставкам).
2. q – средний выигрыш в эксперименте вне своей группы.
3. Для каждой ставки x_i участника вычисляется величина $\Delta_i = q + x_i - p$.
4. Вычисляется величина $\Delta = \frac{\sum_i \Delta_i}{n}$, где i – номер попытки, а n – их общее число.

Если Δ – положительная величина, то её значение – цена социальности для данного участника.

Работа выполнена при финансовой поддержке Сколковского института науки и технологий.

Работа поддержана грантом РФФИ 12-01-31258 мол_а.

Литература

1. *Von Neumann J., Morgenstern O.* Theory of games and economic behavior (commemorative edition). Princeton university press, 2007.
2. *Ostrom E.* Governing the commons: The evolution of institutions for collective action. Cambridge university press, 1990.
3. *Tajfel H.* (ed.). Social identity and intergroup relations. V. 7. Cambridge University Press, 2010.
4. *Cosmides L., Tooby J.* Better than rational: Evolutionary psychology and the invisible hand // The American Economic Review. 1994. V. 84, N 2. P. 327–332.

УДК 159.9.072.533

Ментальное путешествие во времени как способ актуализации хронотопического сознания: возможности кинетографии

О.А. Максакова¹, В.И. Лукьянов², О.Р. Меньшикова³, А.В. Шкловер³,
А.Д. Игнатов³

¹ НИИ нейрохирургии имени Н.Н. Бурденко РАМН,

² НИИ неотложной детской хирургии и травматологии,

³ Московский физико-технический институт (государственный университет)
or.menshikova@gmail.com

Впервые термин *хронотоп* (время – пространство) был введен А.А. Ухтомским в контексте его физиологических исследований. Отличие хронотопического анализа от традиционных исследований восприятия пространства и времени состоит в том, что два эти аспекта находятся в тесной взаимосвязи и изучаются как целостное явление.

Феномен «ментального путешествия во времени» (МПВ) возникает, когда индивидуум представляет себя в прошлом или будущем с желаниями и мотивами, не связанными с текущим мотивационным состоянием. Эта способность считается важной характеристикой сознания. Существует ограниченное количество исследований, которые определяют состояние головного мозга человека, проходящего МПВ-тест, с помощью функциональной магниторезонансной томографии или электроэнцефалографии.

Мы исходим из представлений о нераздельности тела и психики, поэтому в качестве инструмента для исследования МПВ применяли оригинальный кинетографический метод, позволяющий оценить динамику функционального состояния (ФС) человека в ответ на внешние и внутренние воздействия [1]. Регистрируемый сигнал от специального кресла представляет собой перемещение центра давления (ПЦД). Кинетографический подход описывает функциональное состояние человека в терминах энергии и энтропии ПЦД.

Применение этой методологии позволило оценить изменения функционального состояния человека в предлагаемых экспериментальных обстоятельствах, в том числе у участников лабораторных рынков [2].

Изучение ментального путешествия во времени проводилось на 36 здоровых испытуемых. Оно включало собственно кинетографию, а также психологическое тестирование до начала эксперимента и краткий опрос по его завершении. Мотивация участников эксперимента была формально одинакова. Инструкции давались одним и тем же лицом и касались только индивидуальных событий. Исходное ФС испытуемых было различным, но соответствовало нормативным данным. Сопоставление паттернов изменения ФС показало, что у некоторых участников интроспективный самоотчет и кинетографические данные не совпадали: ФС значительно менялось на тех этапах МПВ, которые описывались испытуемым как менее значимые и наоборот. У трех участников функциональное состояние практически не менялось, хотя в самоотчете они указывали на успешное выполнение инструкций. В то же время по частоте встречаемости вариантов изменения энергии и энтропии создается впечатление, что будущее и прошлое различаются в своем телесном воплощении.

Показано, что некоторые психологические особенности (выраженность алекситимии) влияют на энергетическую составляющую ФС, так же как и ситуативная тревога, возникающая при ожидании значимых событий в будущем.

Полученные результаты позволяют предположить, что в ситуации истинного погружения в собственное прошлое человек использует хронотопическое сознание, выходя за пределы чисто когнитивной задачи. Это происходит в том случае, когда представляемое время диктуется содержательным событием, оказавшим осознаваемое или неосознаваемое влияние на последующие события жизни. На выбор события влияют многочисленные факторы, в том числе личностные особенности, эмоциональное состояние, степень усталости, доверие к экспериментатору и т.д.

Работа поддержана грантом РФФИ 12-01-31258 мол_а.

Литература

1. Максакова О.А., Лукьянов В.И. Кинетографический метод оценки функционального состояния здорового человека. Пилотное исследование // Физиология человека. 2008. Т. 34, № 2. С. 178–187.
2. Лукьянов В.И., Максакова О.А., Меньшиков И.С. [и др.]. Функциональное состояние и эффективность участников лабораторных рынков // Известия АН. «Теория и системы управления». 2007. № 6. С. 24–36.

УДК 519.86

Проблема определения класса игр «Выбери число»

*Е.Л. Кудрявцев*¹

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
or.menshikova@gmail.com

Существует ряд лабораторных игр, в которых стратегией игрока является выбор одного числа. К числу таких игр можно отнести следующие игры: Majority Voting, Fight, Traveler's Dilemma, Tournament, Ultimatum Game, Cournot Duopoly. Мы хотим определить класс игр «Выбери число», включающий указанные игры, для которых людям интуитивно понятно, что наиболее выгодное поведение для них в игре – выбрать определённое число, на котором будут основаны их действия. Кроме того, существует «оптимальное число», которое будет наиболее предпочтительным для их выбора, и чем дальше от этого числа, тем хуже.

Напомним, что игра $G = \{A_i, T_i, u_i, p_i, i = 1..N\}$ называется байесовской [1], если A_i – множество действий игрока i , T_i – множество типов игроков, $u_i(a, t)$ – функция выигрыша игрока i , где $a = (a_1, a_2, \dots, a_N)$, $t = (t_1, t_2, \dots, t_N)$, $a_i \in A_i$, $t_i \in T_i$, и $p_i(t_{-i}|t_i)$ – представления о типах остальных игроков при известном типе игрока i .

S_i – множество всевозможных отображений из T_i в A_i называется множеством стратегий игрока. $\tilde{u}_i(s)$ – ожидаемый выигрыш игрока i от профиля стратегий $s \in S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_N$.

Будем говорить, что байесовская игра $G = \{A_i, T_i, u_i, p_i, i = 1..N\}$ является игрой «Выбери число», если она удовлетворяет следующим двум условиям.

1. Множество стратегий S содержит подмножество стратегий \hat{S} , которые воспринимаются людьми как стратегии типа «выбери число».
2. Функция ожидаемого выигрыша $\tilde{u}_i(s)$ является однопиковой, то есть на каждом множестве \hat{S}_i задан порядок, а функция $\tilde{u}_i(s)$ как функция от $\hat{s}_i \in \hat{S}_i$ является квазивогнутой относительно заданного порядка.

Мы хотим ввести строгое определение для подмножества \hat{S} . Мы рассмотрели ряд вариантов определений для \hat{S} , но обнаружили, что ни один из них не подходит

в качестве универсального определения для рассматриваемых лабораторных игр. Тем не менее следующие определения дали неплохие результаты:

1. Рационализируемые стратегии игрока – такие стратегии, которые являются наилучшими ответами хотя бы на один профиль стратегий других игроков: $s \in \hat{S} \Leftrightarrow \exists \bar{s}_{-i} \in S_{-i} : s \in \underset{s_i \in S_i}{\text{Agrmax}}(\tilde{u}_i(s_i, \bar{s}_{-i}))$.
2. Недоминируемые стратегии – такие стратегии, для которых нет доминирующих их стратегий.

Основной проблемой этих двух определений является то, что они могут исключать недостаточно много стратегий игроков. Поэтому мы рассмотрели различные варианты суперпозиций данных подходов. Например, стратегии игрока, которые являются наилучшими ответами хотя бы на один из профилей стратегий других игроков, который не содержит недоминируемые стратегии.

Рассмотрев множество различных вариантов определений, мы пришли к выводу, что ни одно из них не подходит для определения подмножества \hat{S} , так как каждое из определений даёт неадекватное подмножество хотя бы для одной лабораторной игры из указанного класса. Несмотря на то, что нет строгого определения \hat{S} , рассмотренные нами варианты имеют хорошую интуитивную интерпретацию и могут существенно помочь в анализе игр, относящихся к классу «Выбери число».

Литература

1. *Меньшиков И.С.* Лекции по теории игр и экономическому моделированию. М.: ООО «Контакт Плюс». 2 изд. 2010. 336 с.

УДК 519.865

Влияние психологических характеристик участников на их стремление к кооперации в ходе лабораторных экспериментов

*О.Р. Меньшикова¹, И.В. Санникова¹, И.С. Меньшиков^{2,1},
Е.М. Лукина³*

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,

³ Сколковский институт науки и технологий

or.menshikova@gmail.com

Данное исследование проводилось в рамках совместного проекта Сколковского института науки и технологий и Лаборатории экспериментальной экономики МФТИ. В серии экспериментов участвовали студенты МФТИ, прошедшие предварительно тестирование, позволяющее выявить их психологические характеристики. Участникам было предложено сыграть в «Дилемму заключенного» (ДЗ) и «Ультимативный дележ» (УД). В первой части эксперимента участники, не знакомые ранее друг с другом, в каждом периоде случайным образом разбивались на пары, причем своего партнера они не знали. Во второй части эксперимента участников разделили на две равные по численности группы, и они проходили этап социализации внутри своей группы. Существует много разных способов проводить этап социализации [1, 2]. Из тех, которые использовали мы, хорошо зарекомендовал себя следующий способ: сначала в каждой подгруппе участников разбивают по парам, и они рассказывают друг другу о себе. Затем собирается вместе вся подгруппа, и

каждый участник пары представляет ей своего партнера. После этого они придумывают название группы и находят пять свойств, которые являются для них общими. В третьей части эксперимента повторялись игры ДЗ и УД, но они проходили уже внутри каждой группы отдельно.

В ходе анализа серии экспериментов было выявлено, что после этапа социализации уровень кооперативности участников изменялся в довольно широких пределах. Возникает вопрос, отчего это зависит и нельзя ли заранее предсказать, в каких группах социализация пройдет успешнее. Безусловно, успешность социализации зависит от способов проведения данного этапа, а также выделяемого для этого времени. Кроме того, мы решили проверить гипотезу о том, что столь сильная вариабельность уровня кооперативности вызвана определёнными психологическими характеристиками игроков каждой из групп. Было выявлено, что такие измеряемые психологические характеристики, как альтруизм, общительность, уступчивость, положительно влияют на стремление человека выбирать кооперативный способ поведения. А дальше все зависит от того, сколько людей с подобными характеристиками собралось в одной группе. Кроме того, очень важно, чтобы в группе нашелся хотя бы один лидер, который бы взял на себя роль ведущего во время последнего этапа социализации. На этапе социализации участники еще не знают, что им предстоит играть друг с другом. Чем успешнее пройдет этот этап, тем больше у них возникает желание выбрать кооперативный исход, надеяться на то, что так же поступит партнер в противовес жесткой максимизации своего выигрыша без учета интересов партнера, присущей рациональным игрокам, поведение которые изучает теория игр.

Литература

1. *Brewer M. B.* The psychology of prejudice: Ingroup love and outgroup hate? // *Journal of social issues*. 1999. V. 55, N 3. P. 429–444.
2. *Tamir D. I., Mitchell J. P.* Disclosing information about the self is intrinsically rewarding // *Proc. of the National Academy of Sciences*. 2012. V. 109. N 21. P. 8038–8043.

Секция математических основ управления

УДК 519.626

Нижние оценки трудоемкости одного класса марковских алгоритмов случайного поиска

*А.С. Тихомиров*¹

¹ Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Tikhomirov.AS@mail.ru

Рассмотрим евклидово пространство R^d с метрикой ρ_∞ . Пусть целевая функция $f : R^d \mapsto R$ принимает минимальное значение в единственной точке x_* , а нашей целью является отыскание точки x_* с заданной точностью $\varepsilon > 0$.

Для поиска точки минимума воспользуемся марковским случайным поиском $\{\xi_n\}_{n \geq 0}$ (см. [1]). Мы рассмотрим марковские алгоритмы случайного поиска, переходные функции $P_n(x, dy)$ которых обладают плотностями $p_n(x, y)$ вида

$$p_n(x, y) = \prod_{k=1}^d g_{n,x,k}(|x_k - y_k|), \quad (1)$$

где $x = (x_1, \dots, x_d)$ и $y = (y_1, \dots, y_d)$, а $g_{n,x,k}$ — невозрастающие неотрицательные функции, определенные на множестве $(0, +\infty)$. Переходные функции такого вида широко используются на практике и применяются, в частности, в методе сверхбыстрого отжига Л. Ингбера (см. [2]).

Обозначим через τ_ε момент первого попадания поиска $\{\xi_n\}_{n \geq 0}$ в ε -окрестность точки x_* . Трудоемкость случайного поиска определяется как $E\tau_\varepsilon$ и имеет смысл среднего числа шагов поиска до достижения им ε -окрестности точки x_* . Оказалось, что трудоемкость марковских алгоритмов случайного поиска рассматриваемого класса не может быть меньше, чем $\ln(\rho(x, x_*)/\varepsilon) + 1$, где x — начальная точка поиска.

Теорема. Пусть целевая функция $f : R^d \mapsto R$ принимает минимальное значение в единственной точке x_* . Пусть марковский случайный поиск $\{\xi_n\}_{n \geq 0}$ имеет переходные функции с плотностями вида (1) и начинается в точке x . Пусть $0 < \varepsilon < \delta = \rho(x, x_*)$ и n — натуральное число. Тогда справедливы неравенства

$$P(\tau_\varepsilon \leq n) \leq \frac{\varepsilon}{\delta} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\ln^k(\delta/\varepsilon)}{k!}, \quad E\tau_\varepsilon \geq \ln(\delta/\varepsilon) + 1.$$

В заключение отметим, что для одномерного пространства оптимизации R и простейшей целевой функции $f(x) = |x|$ можно построить такой марковский случайный поиск, у которого $E\tau_\varepsilon = 2 \ln(\delta/\varepsilon) + 2$. Поэтому полученная оценка трудоемкости достаточно точна (имеет правильный порядок зависимости от ε).

Полученные результаты позволяют оценить потенциальные возможности марковских алгоритмов и сделать вывод о том, что трудоемкость некоторых построенных

марковских поисков (см. [1], [3]) близка к оптимальной, по крайней мере, по порядку зависимости от ε .

Результаты работы, представленные в данном докладе, дополняют результаты работ [4] и [5].

Литература

1. *Zhigljavsky A., Zilinskas A.* Stochastic Global Optimization. Berlin: Springer, 2008. 262 p.
2. *Лопатин А.С.* Метод отжига // Стохастическая оптимизация в информатике. 2005. Вып. 1. С. 133–149.
3. *Тихомиров А.С.* О скорости сходимости одного алгоритма марковского неоднородного поиска экстремума // Вестн. С.-Петерб. ун-та. 2011. Сер. 1. Вып. 4. С. 80–89.
4. *Тихомиров А.С.* Нижние оценки скорости сходимости марковского симметричного случайного поиска // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2011. Т. 51, № 9. С. 1630–1644.
5. *Тихомиров А.С.* Нижняя оценка трудоемкости марковского симметричного случайного поиска // Труды 54-й научной конференции МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе». 2011. Т. 1. С.49–50.

УДК 519.710.39

Конфликтная игра со случайным количеством игроков

*Д.В. Зайцев*¹

¹ 12 ЦНИИ Минобороны России
zaitsev_dv@mail.ru

В ряде практических приложений представляет интерес исход конфликтной игры между двумя множествами (командами) игроков $A = \{1, \dots, N_A\}$ и $B = \{1, \dots, N_B\}$, когда начальные составы команд являются случайными величинами с заранее известными распределениями. Суть игры заключается в том, что в конфликт вступает какой-либо i -й игрок команды A с какими-либо j -м игроком из B (конфликт между игроками может закончиться либо победой игрока из команды A (выведением из игры игрока команды B) с некоторой вероятностью p_{ij} , либо победой игрока из команды B (выведением из игры игрока команды A) с вероятностью $1 - p_{ij}$. Команда, потерявшая всех игроков, считается проигравшей. Использование стандартных методов для анализа исходов такой игры – случайный выбор начальных составов команд и набор статистики всевозможных исходов игры представляется неоправданно сложным, требующим значительных временных затрат для проведения большого количества типовых расчетов.

В случае, когда начальные составы команд заранее известны, описать рассматриваемую игру возможно с помощью «прямоугольного» графа (вида как на рис. 1а) с состояниями S_{ij} , i и j – соответственно потери команд A и B на рассматриваемый игровой момент. Переход из состояния S_{ij} в состояние S_{i+1j} характеризуется вероятностью p_{ij} , а в состояние S_{i+1j} – вероятностью $1 - p_{ij}$.

Конечные распределения исходов конфликтной игры – есть вероятности нахождения рассматриваемой системы в последней строке графа (победа стороны A) или в крайнем правом столбце (победа стороны B). Расчет конечных распределений вероятностей потерь сторон можно существенным образом облегчить, если заметить,

что граф рассматриваемой игры, по своей сути, представляет собой фазовое пространство всевозможных исходов игры. Для достижения поставленной цели можно воспользоваться методом «волны вероятности», изложенным в [1, 2], заключающимся в рассмотрении распространения в данном фазовом пространстве «волны вероятности», волновой фронт которой можно рассчитать с помощью принципа, аналогичного принципу Гюйгенса–Френеля для расчета дифракции оптического излучения, – для расчета вероятности P_{ij} состояния S_{ij} необходимо просуммировать вероятности переходов p_{ij-1} и $(1 - p_{i-1j})$ из соседних состояний S_{i-1j} и S_{ij-1} с соответствующими весами P_{ij-1} и P_{i-1j} :

$$P_{ij} = P_{ij-1}p_{ij-1} + P_{i-1j}(1 - p_{i-1j}). \tag{1}$$

Доказательство обоснованности расчетов конечных распределений вероятностей потерь команд по формуле (1) достаточно легко провести на основе метода математической индукции.

В случае, когда известны начальные распределения плотностей вероятностей составов команд A и B – P_i^0 и P_j^0 соответственно, необходимо осуществить «запуск волны вероятности» из каждого состояния S_{ij} с соответствующим весом $P_i^0 P_j^0$, а затем сложить эти волны, что эквивалентно следующему итерационному выражению:

$$P_{ij} = P_i^0 P_j^0 + P_{ij-1}p_{ij-1} + P_{i-1j}(1 - p_{i-1j}). \tag{2}$$

На рис. 1а представлен граф, реализующий модель конфликтной игры с начальными распределениями потерь команд. Вероятности переходов указаны рядом со стрелками. Цифры сверху и слева графа обозначают начальные распределения вероятностей составов команд P_i^0 и P_j^0 соответственно. Внутри кружков указаны начальные распределения вероятностей соответствующих состояний. Соответствующие данному графу конечные распределения вероятностей потерь команд представлены на рис. 1б.

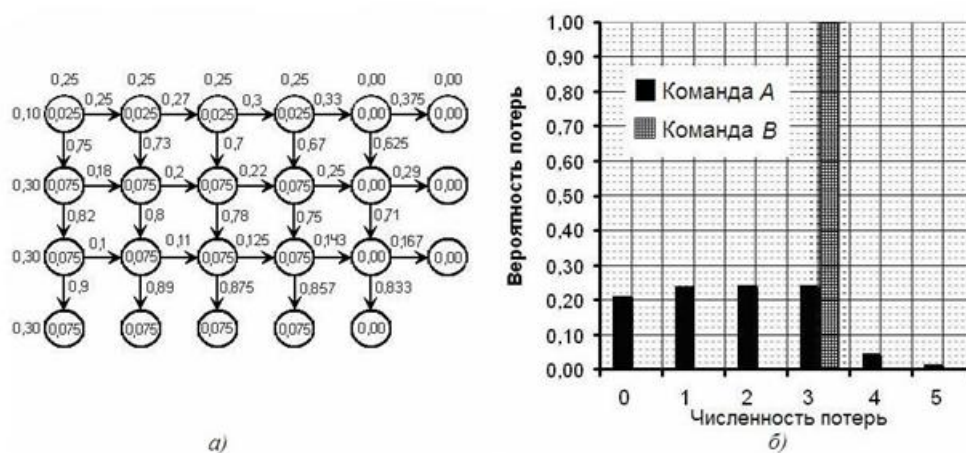


Рис. 1. а) Граф модели конфликтной игры ($N_A = 5, N_B = 3$) с начальными распределениями потерь. б) Распределения вероятностей потерь команд на момент окончания игры

Литература

1. Зайцев Д.В. Моделирование боя на основе теории сетей массового обслуживания // Стратегическая стабильность. 2007. № 4(41). С. 30–37.

2. *Зайцев Д.В.* Расчет вероятностей предельных состояний сложных графов // Труды 55-й научной конференции МФТИ: «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». Молекулярная и биологическая физика. М.: МФТИ, 2012. С. 50–52.

УДК 519.688

Исследование задержек, возникающих при пересечении перекрестка, с точки зрения теории массового обслуживания
***Т.С. Обидина*¹**

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
bsl8484@gmail.com

Достаточно часто необходимо определить, какая будет средняя ожидаемая задержка при пересечении какого-либо регулируемого перекрестка. Это может использоваться как при планировании времени, затрачиваемого на дорогу, так и для оптимизации текущих светофорных режимов для минимизации ожидаемых задержек. Рассмотрим простой пуассоновский поток АТС с дисперсией $D(A(h)) = qh$, прибывающих к светофору с фиксированными временами фаз, где h – длина интервала, A – прибытие во время интервала h , $E(A(h)) = qh$.

Введём следующие обозначения: c – сигнальный цикл, c_i – время длительности i -й фазы, q – поток входящего трафика, S – максимальный поток проходящего перекресток трафика, Q_0 – ожидаемая очередь переполнения из предыдущих циклов.

Общая задержка АТС во время одного сигнального цикла есть сумма компонент, получающихся при каждой фазе цикла и выражается как $W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$. Тогда $W_1 = \int_0^{c_1} Q(t)dt$, где $Q(t)$ – очередь АТС во время t .

Примем проходящий поток за S_1, S_2, S_3, S_4 для каждой фазы светофора. Определим случайную величину Z_1 как общую задержку АТС, происходящую во время первой фазы, если ее цикл бесконечен. Z_1 считается общим временем ожидания во время фазы 1 для процесса очереди $Q(t)$ при составных пуассоновских прибытиях интенсивности q , постоянном времени обслуживания $1/S_1$ при времени $Q(t = t_0)$. Тогда $E(Z_1) = \frac{E[Q(t_0)]}{2S_1(1-q/S_1)^2} + \frac{E[Q^2(t_0)]}{2S_1(1-q/S_1)}$. Так как W_1 может быть выражено с использованием переменной Z_1 следующим образом:

$$E(W_1) = E[Z_1|Q(t=0)] - E[Z_1|Q(t=c_1)],$$

$$\text{то } E[W_1] = \frac{E[Q(c_1)-Q(0)]}{2S_1(1-q/S_1)^2} + \frac{E[Q^2(c_1)]-E[Q^2(0)]}{2S_1(1-q/S_1)}.$$

Аналогично для остальных светофорных фаз.

Очередь в статистическом равновесии если только «степень насыщения» x менее 1: $x = \frac{q/S_1}{c_1/c} + \frac{q/S_2}{c_2/c} + \frac{q/S_3}{c_3/c} + \frac{q/S_4}{c_4/c} < 1$. Для вышеприведённого условия среднее число прибытий за цикл может разгрузить очередь в зелёный период. В случае со стационарной длиной очереди в начале цикла $E[Q(0)] = E[Q(c)]$ и $E[Q^2(0)] = E[Q^2(c)]$.

Рассмотрим общий вид задачи с ненулевой очередью, в которой изменение очереди за цикл равно δQ . Пусть $P_i = q - S_i$, тогда

$$E[Q(c_1)] = Q_0 + c_1P_1,$$

$$E[Q(c_1 + c_2)] = Q_0 + c_1P_1 + c_2P_2,$$

$$E[Q(c_1 + c_2 + c_3)] = Q_0 + c_1P_1 + c_2P_2 + c_3P_3,$$

$$E[Q(c)] = Q_0 + c_1P_1 + c_2P_2 + c_3P_3 + c_4P_4.$$

Соотношения для фазы 1: $E(Q^2(c_1) - Q^2(0)) = 2P_1c_1Q_0 + c_1^2P_1^2 + qc_1$.

Аналогично для других фаз.

Общая задержка за светофорный цикл со всех направлений:

$$\begin{aligned} E(W) &= c(Q_{01} + Q_{02} + Q_{03} + Q_{04}) + \\ &+ c_1(c_1/2 + c_2 + c_3 + c_4)(P_{11} + P_{12} + P_{13} + P_{14}) + \\ &+ c_2(c_2/2 + c_3 + c_4)(P_{21} + P_{22} + P_{23} + P_{24}) + \\ &+ c_3(c_3/2 + c_4)(P_{31} + P_{32} + P_{33} + P_{34}) + \\ &+ c_4^2/2(P_{41} + P_{42} + P_{43} + P_{44}) + c/2. \end{aligned}$$

Решается задача минимизации общих задержек в единицу времени: $E(W)/c$.

Положим $Q_{0i} = Q_{01} + Q_{02} + Q_{03} + Q_{04}$ и $P_{ji} = P_{j1} + P_{j2} + P_{j3} + P_{j4}$.

Для конкретных перекрёстков эти величины можно считать постоянными. Задача сводится к минимизации значения функции

$$\begin{aligned} F &= Q_{0i} + c_1/c(c_1/2 + c_2 + c_3 + c_4)P_{1i} + \\ &+ c_2/c(c_2/2 + c_3 + c_4)P_{2i} + \\ &+ c_3/c(c_3/2 + c_4)P_{3i} + c_4^2/2cP_{4i}. \end{aligned}$$

Для Т-образного перекрестка это будет задачей минимизации функции трёх переменных на треугольнике. Имеется явное решение для случая стационарной длины очереди (из эргодической теоремы это тоже имеет смысл):

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{3P_{1i}P_{3i} + 3P_{2i}P_{3i} - 4P_{3i}^2 - 2P_{1i}P_{2i}}{(P_{1i} + 3P_{2i} - 4P_{3i})(P_{3i} - P_{1i})}c, \\ c_2 &= \frac{2cP_{1i}}{P_{1i} + 3P_{2i} - 4P_{3i}}, \\ c_3 &= \frac{P_{1i}(P_{1i} - P_{2i})}{(P_{1i} + 3P_{2i} - 4P_{3i})(P_{3i} - P_{1i})}c. \end{aligned}$$

Средняя задержка АТС d есть результат деления значения F в получившейся точке на среднее количество АТС $q_1 + q_2 + q_3 + q_4$.

Задача также имеет явное решение и для не Т-образного перекрёстка. Выведенные зависимости позволяют избежать фазы численного микромоделирования при расчётах пропускной способности светофоров и могут быть использованы при расчётах сети синхронизированных светофоров.

Литература

1. *Chris M.J. Tampere, Ruben Corthout, Dirk Cattrysse, Lambertus H. Immers* A generic class of first order node models for dynamic macroscopic simulation of traffic flows // *Transportation Research Part. 2011. B. 45.*

УДК 519.86:658.8.03

Управление количеством предлагаемого сезонного товара в период межсезонья в торговых сетях

С.Л. Семаков^{1,2}

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² Финансовый университет при Правительстве РФ

slsemakov@yandex.ru

Одной из задач, связанных с управлением процессом продаж товара в крупных торговых сетях непродовольственных товаров, является задача управления остатками товара в период межсезонья. Проблема здесь состоит в том, что поступление коллекций нового сезона происходит не одномоментно, а распределено во времени. В связи с этим в магазинах всегда должен оставаться некоторый запас старых коллекций, чтобы не допустить такой ситуации, когда нечего будет выложить на прилавки, если процесс продаж старых коллекций будет опережать процесс поступления новых. Другими словами, в период межсезонья должен существовать некий баланс между остающимися в магазине старыми коллекциями и вновь поступающими новыми.

В работе сделана попытка математически формализовать описанную проблему и затем предложен вариант ее приближенного решения. Приведены примеры численных оценок для конкретных и реально существующих магазинов крупной торговой сети магазинов одежды.

УДК 519.865

Получение упрощенных стратегий для параллельной обработки в случайной среде с различными размерами групп

*А.О. Олейников*¹, *А.В. Колногоров*¹

¹ Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого

duke.gh@yandex.ru

Рассматривается задача о целесообразном поведении в случайной среде на известном конечном горизонте управления N , также известная как задача о двуруком бандите. Задача рассматривается на примере обработки данных. Предполагается, что имеется только два варианта обработки, и результаты их применения зависят только от выбранного на данном шаге варианта и являются случайными величинами с нормальным распределением, математическими ожиданиями m_1 , m_2 и дисперсиями, близкими к единице. Таким образом, среда описывается векторным параметром $\theta = (m_1, m_2)$. Ограничим множество допустимых значений $\Theta = \{(m_1, m_2) : |m_1 - m_2| \leq c\}$, где c – константа, чтобы ограничить максимальные ожидаемые потери. Цель управления состоит в максимизации суммы результатов на всех шагах (в некотором смысле). Стратегию управления обозначим σ , а множество всех стратегий – Σ . Потери при использовании стратегии можно найти по формуле $L_N(\sigma, \theta) = E_{\sigma, \theta} \left(\sum_{n=1}^N (m_1 \vee m_2 - \xi_n) \right)$, где n – номер шага, ξ_n – полученный на n -м шаге доход, $E_{\sigma, \theta}$ – математическое ожидание при использовании стратегии σ в среде θ . Минимаксный риск – $R_N^M(\lambda) = \min_{\{\sigma\}} \max_{\Theta} L_N(\sigma, \theta)$, байесовский риск – $R_N^B(\lambda) = \min_{\sigma} \int_{\Theta} L_N(\sigma, \theta) \lambda(\theta) d\theta$. В работе [1] показано, что на наихудшем априорном распределении байесовские стратегия и риск совпадают с минимаксными.

Рассмотрен класс стратегий, предписывающих использовать один вариант для группы последовательно идущих шагов и, таким образом, позволяющих ввести их параллельную обработку. При разбиении шагов на $k + 2$ групп, размерами M_0, M_1, \dots, M_k , управление может быть проведено в $k + 1$ этапов (благодаря тому, что в начале управления каждый из вариантов должен быть применён по M_0 раз). В работе [2] предложен способ нахождения оптимальных размеров таких групп. В данном докладе рассмотрены различные способы упрощения полученных стратегий, приводящие к уменьшению количества информации, необходимого для описания стратегии, за счёт увеличения ожидаемых потерь.

Литература

1. *Колмогоров А.В.* Нахождение минимаксных стратегии и риска в случайной среде (задаче о двуруком бандите) // Автомат. и телемех. 2011. № 5. С. 127–138.
2. *Олейников А.О.* Численная оптимизация параллельной обработки в стационарной случайной среде // Труды КарНЦ РАН. 2013. № 1. С. 73–78.

Секция предсказательного моделирования и оптимизации

УДК 575.174

Модель формирования устойчивых геномов в среде генов

С.А. Королев¹, В.А. Любецкий¹

¹ Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН

korolev@iitp.ru

Формирование устойчивых кластеров в наперёд заданной среде из некоторых элементов, которые в дальнейшем и составляют эти кластеры, – одна из общих задач, связанных с эволюцией систем. Ситуация конкретизируется, если рассмотреть одну из самых фундаментальных задач, относящихся к биологической эволюции: формирование устойчивых геномов в среде генов. Задача исходит из идеи: имеется среда, представленная также геномами, но с активными горизонтальными переносами между ними, что делает их «высоко прозрачными», т.е. фактически имеется среда из генов, которые также меняются. Среда испытывала динамику, приводящую её к «мало прозрачным» геномам, которые распределяются по кластерам (каждый состоит из похожих по характеристикам геномов); так сформировавшиеся кластеры («виды») наблюдаются в настоящее время. Динамика характеризуется одновременно протекающими событиями *популяционного типа*, т.е. относящимися к геномам как цельным элементам, и *геномного типа*, т.е. относящимися к генам, которые разделяются на события с геном как цельным элементом (потери, переносы и т.д.) и с геном как изменяющейся последовательностью в фиксированном алфавите (точечные мутации). Хотя здесь употребляются биологические слова, по существу, речь идёт об общей задаче эволюции системы, приводящей к кластеризации.

Опишем упрощённую модель такой эволюции, которая не учитывает события с геном как последовательностью. В ней принимаются следующие положения.

1) Случайно (согласно заданной функции приспособленности f) выбирается самый приспособленный геном, который удваивается и заменяет наименее приспособленный геном. Приспособленность действует в окрестности радиуса r с учётом состояния среды, т.е. степени напряжённости в популяции.

2) В геноме имеются «мобильные» и «ферментативные» гены; последние могут в большей или меньшей степени соответствовать заданной среде. Гены переносятся в свой или иной геном (с сохранением в источнике) в зависимости от состояния среды. Переносы и потери генов повышают или понижают приспособленность к среде.

Опишем модель формально. Рассмотрим множество $A \subseteq R^3$ геномов, привязанных к точкам пространства. Среда задается функцией $s(t, x) \in [0, 1]$, которая имеет предел при $t \rightarrow \infty$. Каждой точке $x \in A \subseteq R^3$ сопоставлена пара чисел (натуральное и рациональное): $m(x, t)$ и $q(x, t) \in [0, 1]$. Здесь $m(x, t)$ – число мобильных генов (представляющих мобильные элементы и т.п.), $q(x, t)$ – доля ферментативных генов (представляющих ферменты, транспортёры и т.д.), идеально приспособленных к среде, определяемой тождеством $s \equiv 1$. Поле $\langle m(x, t), q(x, t) \rangle$ обозначим

$h(x, t)$. Исходное состояние системы, т.е. это поле в момент $t = 0$, задано. Число ферментативных генов не меняется в динамике; меняется только доля генов, приспособленных к изменяющейся среде. *Приспособленность* генома к среде описывается функцией, например,

$$f(m, q, s) = 2 - (s - q)^2 - \frac{2}{\pi} \arctg(m) > 0,$$

где $h(x, t) = (m, q)$. В каждой точке $x \in A$ *интенсивность замены генома* $h(x, t)$ на геном $(m', q') \neq (m, q)$ в той же точке x описывается функцией, например,

$$\frac{1}{1 + f(h(x, t), s(x, t))} \left(\sum_{z \in A, z \neq x, h(z, t) = (m', q')} m(z) \frac{f(h(z, t), s(z, t))}{r(x, z)} \right).$$

Вместо $m(z)$ можно написать $\ln m(z)$ или другую монотонную функцию.

Для этой модели легко получить функцию энергии. Она имеет динамику ферромагнитного типа с дополнительными ограничениями, характерными для эволюции геномов. Такой тип динамики означает формирование устойчивых по составу геномов.

В упрощённом варианте этой модели (рассматриваются только «длинные» и «короткие» геномы, которые превращаются друг в друга, типа модели Изинга) с евклидовым расстоянием в квазистатическом приближении возникает доменная структура, характерная для ферромагнетиков при понижении температуры ниже точки Кюри.

Полученная модель может применяться для предсказания поведения бактериальных сообществ в условиях, способствующих быстрому накоплению генетических изменений, в том числе при загрязнении окружающей среды радиоактивными материалами или под воздействием антибиотиков. Вызванные нарушения могут приводить к нарушению установившегося в природных экосистемах баланса между организмами с большими и маленькими геномами, что описывается в нашей модели. Модель можно использовать для предсказания времени формирования новых видов и штаммов, в том числе появления лекарственно устойчивых штаммов.

Возникновение устойчивости к антибиотику или бактериофагу обычно связано не с изменением генома в целом, а только небольшой части его генов. Такая ситуация моделируется, если вместо больших и маленьких геномов рассмотреть геномы, имеющие большое или маленькое количество копий (паралогов) некоторых генов.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 13-04-40196-Н КОМФИ.

УДК 004.852

Классификация текстовой информации с помощью SVM

*Н.В. Учительев*¹

¹ Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН
uchitelev.nikita@gmail.com

Проводилась классификация 200 000 текстов судебных решений арбитражных судов РФ по 17 тематикам. Эксперты-юристы заранее составили перечень тематик и в течение многолетнего накопления материалов вручную распределяли по ним документы. Исследовался вопрос возможности автоматизации данного процесса с помощью простого метода машинного обучения, в качестве которого был выбран метод опорных векторов как хорошо зарекомендовавший себя при работе в пространстве очень высокой размерности [1].

Тексты документов были переведены в числовые векторы в соответствии с моделью VSM (Vector Space Model), где каждая координата соответствовала определенному слову, а ее значение равнялось числу вхождений этого слова в документ [2]. При этом все слова были предварительно лемматизированы и отфильтрованы по частоте – так не учитывались слова, содержащиеся в более чем 80% всей коллекции и менее чем в 5 документах. В конечном счете размерность пространства признаков, в котором проводился поиск оптимальной разделяющей гиперплоскости, равнялась 13 498.

Тексты классифицировались по 17 тематикам, при этом для каждой из тематик строился свой бинарный классификатор. Документ мог принадлежать сразу нескольким тематикам, всего одной или вообще не входить ни в одну из них. При этом они различались степенью общности, так, в группу «Правосудие» входят более 91% всех документов, в группу «Хозяйственная деятельность» – 15%, а в группу «Образование, наука, культура» – всего 0.5%.

Для оценки качества классификации вычислялись ошибка 1-го и 2-го рода – «не нашли нужное» и «нашли ненужное» соответственно. При этом обучающие и тестовые выборки генерировались случайным образом, половина документов принадлежала текущему классу, а половина нет, объем обучающей выборки для каждого класса изменялся с минимального (10% всех документов тематики) до максимального (50% документов) с постоянным шагом.

Особый интерес представляла задача выявления зависимости точности от каких-то параметров самой обучающей выборки. Построены графики зависимости ошибок 1-го и 2-го рода от удельного объема класса в коллекции (рис. 1 и рис. 2) и от объема обучающей выборки (рис. 3 и рис. 4).

В среднем по всем 17 тематикам ошибка классификации составила 21.5%, но для некоторых классов ее удалось снизить до 4%, что является очень хорошим показателем для такого простого метода. Высокий уровень ошибок продиктован в основном неоптимальным исходным выбором тематик, а также наличием шума, накопленного за долгие годы ручной работы. В качестве развития алгоритма классификации предлагается генерировать обучающие выборки не случайным образом, а осмысленно [5], например на основе измерения информативности того или иного признака для данного класса, учета расстояний между текстами в пространстве признаков; использовать алгоритм AdaBoost для построения сильного классификатора из каскада слабых.

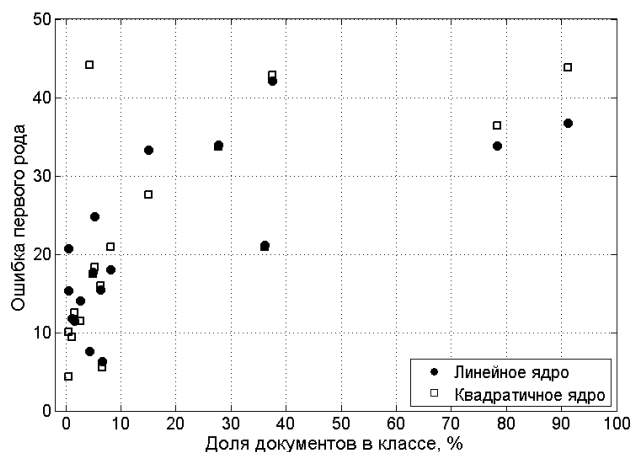


Рис. 1.

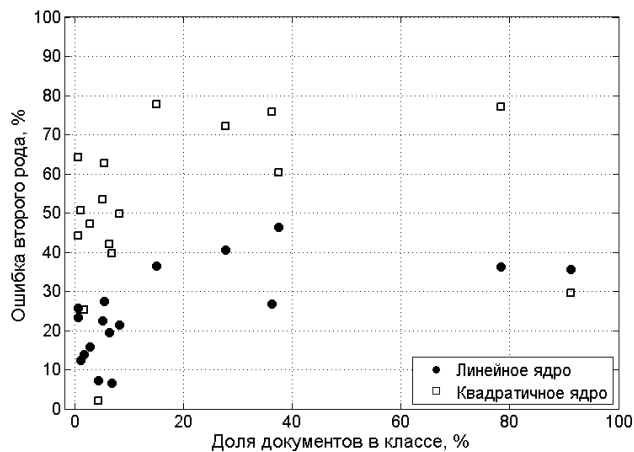


Рис. 2.

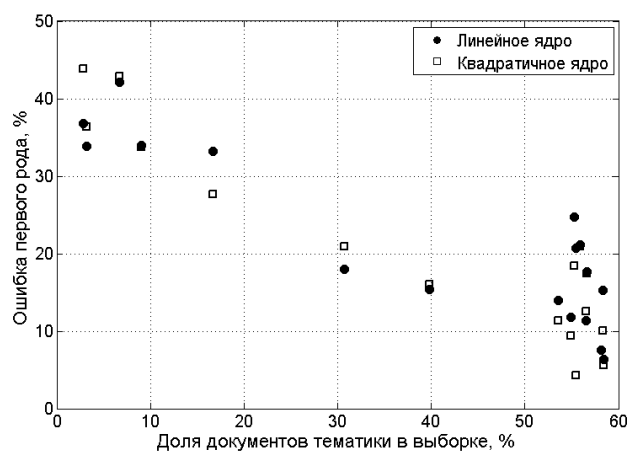


Рис. 3.

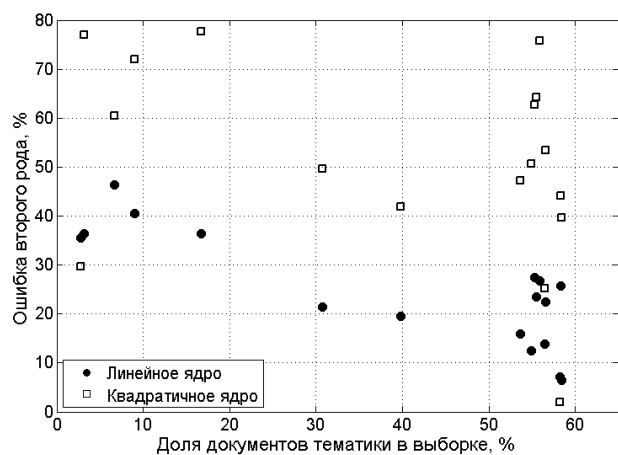


Рис. 4.

Литература

1. *Sebastiani F.* Machine Learning in Automated Text Categorization // ACM Computing Surveys (CSUR). 2002. P. 1–47.

2. *Joachims T.* Text Categorization with Support Vector Machines: Learning with Many Relevant Features // *Lecture Notes in Computer Science*. 1998. V. 1398. P. 137–142.
3. *Вьюгин В.В.* Элементы математической теории машинного обучения. М.: МФТИ, 2010.
4. *Shawe-Taylor J., Cristianini N.* Kernel Methods for Pattern Analysis. New York: Cambridge University Press, 2004.
5. *Yang Y., Pedersen J.O.* A Comparative Study of Feature Selection in Text Categorization // *Machine Learning-International Workshop*. Morgan Kaufman Publishers, 1997. P. 412–420.

УДК 519.254

Оптимизация структуры теста в случае квалификационного тестирования

Н.А. Бессарабов^{1,2}

¹ Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем,

² Московский физико-технический институт (государственный университет)
nikitabes@mail.ru

Важнейшим показателем результата педагогической деятельности являются оценки, которые отражают уровень знаний учащегося. Эти оценки могут влиять на судьбу человека, но, тем не менее, часто они являются субъективными. Принципиально можно изменить ситуацию, если оценивание знаний будет являться объективным процессом измерения, а результаты таких измерений — обрабатываться математическими методами и сопровождаться оценками точности. Уровень подготовленности участников тестирования является латентным параметром, поэтому для его оценки необходимы специальные математические методы.

Рассматривается процесс конструирования педагогического теста при использовании критериально-ориентированного подхода. Для оценки результатов тестирования взята однопараметрическая модель Раша. Так как точность результатов тестирования зависит от распределения уровня подготовленности испытуемых и трудности заданий в тесте, то при разработке заданий важно не только обеспечить соответствие тестов спецификации и элементам содержания, но и адекватное соотношение трудностей заданий.

Для оценивания латентных параметров модели Раша используется метод максимального правдоподобия. Полученная система уравнений решается с помощью метода Ньютона, и, таким образом, находятся оценки уровня подготовленности тестируемых и оценки трудности заданий теста.

Вводится критерий оптимизации системы тестирования, который заключается в том, что уровень трудности тестовых заданий должен обеспечивать минимальное математическое ожидание дисперсии оценки уровня подготовленности тестируемых. Оптимизация системы тестирования сводится к решению задачи выпуклого программирования. Предложенный подход позволяет сконструировать тест с уровнями трудностей заданий, соответствующими предполагаемому распределению уровня подготовленности испытуемых и количеству заданий.

Проведены численные эксперименты, демонстрирующие преимущества использования предложенного подхода по оптимизации структуры теста. Для каждого эксперимента построены графики оптимального и равномерного распределений сложности тестовых заданий и среднеквадратичного отклонения оценки уровня подго-

товленности тестируемого при оптимальном и равномерном распределениях сложностей тестовых заданий.

Литература

1. *Rasch G.* Probabilistic models for some intelligence and attainment tests. Copenhagen, Denmark: Danish Institute for Educational Research, 1960. 199 p.
2. *Нейман Ю.М., Хлебников В.А.* Введение в теорию моделирования и параметризации педагогических тестов. М.: Прометей, 2000. 168 с.

УДК 51-77+519.171:519.178

Краткий анализ математических моделей процессов влияния в социальных сетях

*П.А. Юдин*¹

¹ Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
pashtetudin@yandex.ru

С быстрым ростом количества пользователей, подключенных к сети Интернет, растет ценность информации, находящейся в этой сети. Люди постоянно обмениваются данными посредством электронной почты, сервисов мгновенных сообщений и пр. В последние годы все заметнее становятся различного рода социальные сети, в которых сосредоточены огромные группы людей. Социальная сеть играет важную роль в качестве среды распространения информации, идей и влияния среди ее представителей. Не удивительно, что вопрос рассмотрения процессов влияния в этих сетях крайне актуален на сегодняшний день.

Целью данной работы было провести краткий анализ существующих моделей процессов распространения идей и влияния внутри социальной сети. Была рассмотрена краткая история появления и развития различных моделей, описывающих данные процессы. В статье раскрывается понятие «диффузия инноваций», а также рассматриваются основные свойства инноваций, играющих значимую роль при распространении инновации.

Анализ существующих моделей показал, что все математические модели процессов распространения влияния делят на два больших класса: оптимизационные, или имитационные, модели и «теоретико-игровые» модели. В данной работе были детально проанализированы две модели, относящиеся к первому классу моделей, которые являются базовыми для большого количества других моделей, описывающих процессы «диффузии инноваций»: модель с линейным порогом и модель независимых каскадов.

Значимость социальных сетей с каждым днем только растет. Объемы и ценность информации, которая находится внутри сети, постоянно увеличиваются. Огромную значимость имеют различные исследования, направленные на изучение процессов распространения информации, идей и влияния среди пользователей социальных сетей.

Литература

1. Национальная философская энциклопедия ИДЕЯ -URL:
<http://terme.ru/dictionary/470/word/ideja> (дата обращения 05.10.2013).

2. Поиск. Глоссарий.ru –URL:
http://glossary.ru/cgi-bin/gl_find.cgi?ph=%E2%EB%E8%FF%ED%E8%E5&action.x=0&action.y=0 (дата обращения 06.10.2013).
3. *Ryan R., Gross N.* The diffusion of hybrid seed corn into two placeStateIowa communities // *Rural sociology*. 1943. V. 8(1). P. 15–24.
4. *Rogers E., Singhal A., Quinlan M.* Diffusion of Innovations. [Электр. ресурс]
5. Сегментация по предрасположенности к инновациям // Marketopedia – онлайн-энциклопедия маркетинга. URL:
<http://marketopedia.ru/81-segmentaciya-po-predraspolozhennosti-k-innovaciyam.html>
(дата обращения 06.10.2013).
6. Диффузия инноваций (diffusion of innovation) // Marketopedia – онлайн-энциклопедия маркетинга –URL:
<http://marketopedia.ru/77-diffuziya-innovacij-diffusion-of-innovation.html>
(дата обращения 06.10.2013).
7. *Valente W.* Networ models and methods for studying the diffusion of innovations // *Struct. Anal. Soc. Sci.* 2005. N 28.
8. *Kempe D., Klenberg J., Tardos E.* Maximizing the spread of influence through a social network. [Электр. ресурс]
9. *Granovetter M.* Threshold models of collective behavior // *American Journal of Sociology*. 1978. V. 83(6). P. 1420–1443.
10. *Schelling T.* Micromotives and Macrobehavior. Norton, 1978.
11. *Goldenberg J., Libai B., Muller E.* Talk of the Network: A Complex Systems Look at the Underlying Process of Word-of-Mouth // *Marketing Letters*. 2001. V. 12, N 3. P. 211–223.
12. *Goldenberg J., Libai B., Muller E.* Using Complex Systems Analysis to Advance Marketing Theory Development // *Academy of Marketing Science Review*. 2001.
13. *Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартушвили А.Г.* Модели информационного влияния и информационного управления в социальных сетях // *Проблемы управления*. 2009. № 5.
14. Модели влияния в социальных сетях // ONO – жизнь в цифровом мире. URI: <http://ono.org.ua/modeli-vliyaniya-v-socialnyx-setyah.html>
(дата обращения 06.10.2013).

УДК 519.8

Представление данных с помощью минимальных эллипсоидов

А.А. Бедринцев¹

¹ Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН
alekseybed@phystech.edu

В прикладных задачах часто приходится моделировать сложные объекты, которые параметризуются большим числом переменных. На значения этих переменных накладывается множество ограничений, связанных с геометрическими особенностями и физическими свойствами моделируемых объектов.

Актуальна задача аппроксимации имеющегося набора данных, принадлежащего допустимому множеству, какими-либо более простыми геометрическими телами. Часто в приложениях данные представляют собой конечный набор точек фазового пространства, а допустимое множество является выпуклым многогранником. Са-

мый простой в реализации метод аппроксимации – параллелепипед с гранями, параллельными координатным плоскостям, – имеет следующий недостаток. В случае, если данные образуют наклоненное узкое облако, внутри параллелепипеда имеются большие области, которые не соответствуют реальным объектам. С ростом размерности объем «полезного множества» внутри параллелепипеда убывает экспоненциально.

Другой возможный подход связан с построением выпуклой оболочки данных. Построение выпуклой оболочки – вычислительно сложная задача (см. [1]). Кроме того, выпуклая оболочка может иметь достаточно сложную структуру, что не позволяет эффективно с ней работать.

В связи с этим весьма перспективным аппроксимирующим выпуклым множеством представляется эллипсоид, поскольку он лишен многих из перечисленных выше недостатков. Говоря неформально, задача заключается в нахождении «хорошего» эллипсоида, принадлежащего допустимому множеству, содержащего большинство точек выборки и имеющего наименьший объем.

В данной статье изложено несколько подходов к аппроксимации множества данных с помощью различных эллипсоидов: эллипсоид главных компонент, эллипсоид минимального объема, содержащий заданные точки, эллипсоид с минимальным следом его матрицы, эллипсоид с минимальным следом квадратного корня его матрицы, эллипсоид максимального объема, содержащийся в многограннике, и эллипсоид Дикина. Ряд этих эллипсоидов получается при решении специальных экстремальных задач. Задачи оптимизации формулируются в виде задач выпуклого программирования с ограничениями вида линейных матричных неравенств. Оптимизационные задачи решались с помощью пакета CVX для Matlab (см. [8]).

Некоторые эллипсоиды в своей классической формулировке не учитывают наличие допустимого множества. Для случая, когда допустимое множество представляет собой выпуклый многогранник, разработаны две процедуры «вписывания» эллипсоидов в допустимое множество.

Литература

1. *Bradford Barber C.* [et al.]. The Quickhull Algorithm for Convex Hull // ACM Transactions on Mathematical Software. 1996. V. 22, N 4. P. 469–483.
2. *Stephen Boyd* [et al.]. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory // SIAM studies in applied mathematics. 1994. V. 15.
3. *Boyd S.* Convex Optimization. Cambridge: University Press, 2004. 716 p.
4. *Бернштейн А.В., Вышинский В.В., Кулешов А.П., Свириденко Ю.Н.* Быстрый метод аэродинамического расчета для задач проектирования // Труды Центрального аэродинамического института им. проф. Н.Е. Жуковского. Выпуск № 2678. Применение искусственных нейронных сетей в задачах прикладной аэродинамики. М.: ЦАГИ, 2008.
5. *Бернштейн А.В., Кулешов А.П.* Когнитивные технологии в проблеме снижения размерности описания геометрических объектов // Информационные технологии и вычислительные системы. 2008. № 2.
6. *Бернштейн А.В., Кулешов А.П.* Математические методы построения метамоделей // Труды Третьей международной конференции «Системный анализ и информационные технологии». 2009. С. 756–789.
7. *Бурнаев Е.В., Чернова С.С.* Об итеративном алгоритме подсчета главных компонент // Информационные процессы. 2008. Т. 8, № 2. С. 99–107.

8. CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming. <http://cvxr.com/cvx>.
9. Нестеров Ю.Е. Методы выпуклой оптимизации. М.: МЦМНО, 2010.

УДК 550.053:510.2+550.053:681.3(571.16) +621.317

Преимущества метода распознавания сейсмических сигналов с помощью алгоритмов машинного обучения на территории Восточно-Европейской платформы

*К.С. Непейна*¹

¹ Институт динамики геосфер РАН
nepaina.k@mail.ru

С созданием цифровых сетей сейсмических наблюдений задача мониторинга и быстрого реагирования на сейсмическую опасность приобрела особую актуальность. Работы в указанном направлении ведутся в настоящее время во многих региональных сейсмологических Центрах Геофизической службы РАН (Воронеж, Апатиты, Петрозаводск, Пермь и др.) [1].

Стоит отметить, что территория Восточно-Европейской платформы (ВЕП) является промышленно развитой [2]. Ранее считалось, что данная территория сейсмически пассивна и безопасна. Однако произошедшие землетрясения за последние годы свидетельствуют о том, что сейсмическая опасность существует.

При проведении сейсмического мониторинга важной задачей является детектирование прихода сейсмических фаз сейсмических волн, выделяемых на записях сейсмических событий, которые могут быть трех типов: *продольные* (P), *поперечные* (S) и *поверхностные* (L , R). С целью повышения эффективности обнаружения сигналов в настоящее время разрабатываются новые средства регистрации и методы обработки цифровой сейсмической информации. Полный цикл процедур обнаружения сигнала подразделяется на три этапа: предобнаружение, обнаружение (детектирование) и обработка обнаруженного сигнала. Сигналы и шумы, как правило, перекрываются по частоте колебаний, и для того чтобы выделить сигнал, необходима фильтрация в полосе частот, обеспечивающая максимальное значение соотношения сигнал/шум [3].

Подход к формированию критерия идентификации взрывов во многих исследованиях основывался на отношении максимальных (или средних) амплитуд объемных волн P и S (S/P) и длительностей поверхностных волн (L , R) в различных частотных окнах [4].

Одним из решений задачи обнаружения сигналов среди помех является метод «расознавания образов» – искусственной нейронной сети. Для большей производительности такая программа должна оперировать небольшим набором параметров, характеризующим исследуемый объект (так называемый «волновой портрет»). На выходе можно получить один из трех ответов: известное событие, неизвестное или шум (рис. 1). Важным элементом программы распознавания образов является этап обучения с использованием представительной выборки данных, в ходе которого определяются веса нейронов, позволяющие распознавать новые объекты [4].

Эффективность метода распознавания сейсмических сигналов с помощью алгоритмов машинного обучения имеет преимущества над стандартными методами определения природы события, поскольку в этом случае для известных событий исключается трудоемкая задача определения координат. Это значительно ускоряет процесс получения решения и позволяет обрабатывать большие объемы данных. Представительная выборка волновых форм «волновых портретов» (начиная с 2004

г.) на основе данных с малоапертурной станции «Михнево» позволяет провести обучение на максимально приближенном к «эталону» объекте.

Работа выполнена при поддержке научной школы НШ-203.2012.5 «Геомеханика: механика природных объектов с неоднородной структурой» (руководитель школы В.В. Адушкин).

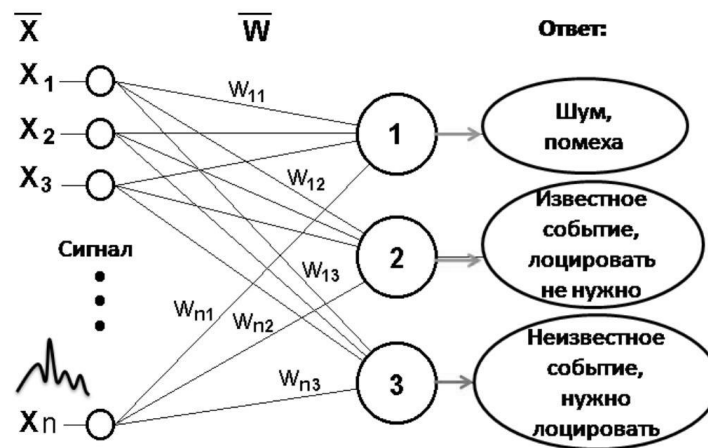


Рис. 1. Три варианта ответа сети (классы событий), разделяемые на основе метода искусственных нейронных сетей, где x_1, x_2, \dots, x_n – входные параметры волнового портрета, w_1, w_2, \dots, w_n весовые функции

Литература

1. Французова В.И., Николаев А.В., Морозов А.Н. Идентификация промышленных взрывов по данным региональной сейсмометрии в Архангельской области // Геоэкология. Инженерная геология. Гидрогеология. Геокриология. 2010. № 5. С. 433–445.
2. Бугаев Е.Г., Клишкина С.Б., Санина И.А. Особенности сейсмологического мониторинга районов размещения объектов атомной энергетики на Восточно-Европейской платформе // Ядерная и радиационная безопасность. 2012. № 3(65). С. 1–9.
3. Воробьев В.В., Клипин М.М. Использование метода вейвлет-образов для решения сейсмических задач // Сучасні ресурсоенергозберігаючі технології гірничого виробництва. 2009. Вып. 2(4). С. 18–28.
4. Санина И.А., Черных О.А., Ризниченко О.Ю., Волосов С.Г. Малоапертурная сейсмическая антенна «Михнево»: новые возможности изучения сейсмичности Восточно-Европейской платформы // ДАН. 2009. Т. 428, № 4. С. 536–541.

УДК 519.651

Оценивание точности регрессионной модели в случае дизайнов со структурой тензорного произведения

Е.Р. Капушев^{1,2,3}, Е.В. Бурнаев^{1,2,3}, М.Г. Беляев^{1,2,3}

¹ Datadvance,

² Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,

³ Московский физико-технический институт (государственный университет)

kapushev@gmail.com

Работа посвящена задаче аппроксимации, которая заключается в восстановлении некоторой неизвестной зависимости по обучающей выборке – заданному набору пар «точка»–«значение функции в точке». Эта задача широко распространена в инженерных приложениях и является одной из основных составляющих суррогатного моделирования [1].

В работе рассматривается специальный случай задачи аппроксимации, в котором множество точек обучающей выборки является декартовым произведением некоторого количества факторов (множеств) произвольной размерности. Выборки такого рода распространены в практических задачах в силу некоторых особенностей задач инженерного проектирования, обуславливающих выбор именно такого дизайна эксперимента [2].

В прикладных задачах помимо предсказания значений функции необходимо также уметь вычислять ошибки прогнозирования и строить доверительные интервалы на их основе. Одним из методов аппроксимации, позволяющих оценивать ошибки аппроксимации, является регрессия на основе гауссовских процессов [3].

Во многих практических задачах сетка по одному или нескольким факторам неравномерная: в области, в которой функция быстро меняется, точек обучающей выборки больше, чем в областях, где функция меняется медленно. Это приводит к тому, что при настройке параметров гауссовского процесса выбираются узкие ядра, и в областях с малым количеством точек из обучающей выборки аппроксимация вырождается в константу. Другая проблема заключается в том, что на практике часто количество точек в разных факторах существенно отличается. При этом ширина ядра вдоль факторов с большим количеством точек из обучающей выборки должна быть маленькая по сравнению с шириной ядра вдоль факторов с малым количеством точек. Однако при подборе параметров нередко происходит обратная ситуация. В работе предлагается алгоритм, который учитывает неравномерность сетки и лишен описанных недостатков.

Литература

1. *Forrester A.I.J., Sobester A., Keane A.J.* Engineering design via surrogate modelling: a practical guide. New York: Wiley, 2008.
2. *Беляев М.* Аппроксимация данных, порожденных декартовым произведением. // Труды МФТИ. 2013. Т. 5, № 3. С. 11–23.
3. *Rasmussen C.E., Williams C.K.I.* Gaussian Processes for Machine Learning. MIT Press, 2006.

Секция проблем интеллектуального анализа данных, распознавания и прогнозирования

УДК 519.7:004.855.5

Комбинаторная оценка вероятности переобучения на основе кластеризации и покрытий множества алгоритмов

А.И. Фрей¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
sashafrey@gmail.com

Завышенность теоретических оценок обобщающей способности алгоритмов классификации остаётся открытой проблемой уже более сорока лет, начиная с работ В. Н. Вапника и А. Я. Червоненкиса [1]. На практике наиболее перспективным выглядит комбинаторный подход [2], в рамках которого уже удалось добиться улучшения качества логических закономерностей [3]. Данная работа направлена на дальнейшее повышение точности комбинаторных оценок вероятности переобучения за счет учета сходства между алгоритмами с близкими векторами ошибок.

Рассмотрим задачу классификации. Пусть $\mathbb{X} = (x_1, \dots, x_L)$ — генеральная выборка из L объектов, A — множество алгоритмов классификации, $I : A \times \mathbb{X} \rightarrow \{0, 1\}$ — бинарная функция потерь. Для произвольной подвыборки $U \subset \mathbb{X}$ определим число и частоту ошибок алгоритма $a \in A$ соответственно как $n(a, U) = \sum_{x_i \in U} I(a, x_i)$ и $\nu(a, U) = n(a, U)/|U|$. Методом обучения называют отображение вида $\mu : 2^A \times 2^{\mathbb{X}} \rightarrow \{0, 1\}^L$. Метод обучения ставит в соответствие произвольному множеству алгоритмов A и обучающей выборке $X \subset \mathbb{X}$ некоторый алгоритм $\mu(A, X)$. В данной работе рассматривается метод *пессимистической минимизации эмпирического риска* (ПМЭР), действующий по правилу $\mu(A, X) \in \text{Arg max}_{a \in A(X)} n(a, X)$, где $A(X) = \text{Arg min}_{a \in A} n(a, X)$, $\forall A, X$.

Пусть $[\mathbb{X}]^\ell$ — множество всех разбиений генеральной выборки \mathbb{X} на обучающую выборку X длины ℓ и контрольную выборку \bar{X} длины k . Следуя [2], определим *вероятность переобучения* $Q(A, \mathbb{X})$ как долю разбиений $X \sqcup \bar{X}$, при которых переобученность $\delta(a, X) = \nu(a, \bar{X}) - \nu(a, X)$ алгоритма $a = \mu(A, X)$ превышает заданный порог $\in (0, 1]$:

$$Q(A, \mathbb{X}) = P[\delta(\mu(A, X), X) \geq \epsilon], \tag{1}$$

где $P = \frac{1}{C_L^\ell} \sum_{X \in [\mathbb{X}]^\ell}$, а квадратные скобки действуют по правилу [истина] = 1, [ложь] = 0.

Введем на A отношение частичного порядка: $a < b$ означает, что $I(a, x) \leq I(b, x)$, $\forall x \in \mathbb{X}$ и $a \neq b$. Если $a < b$ и $\exists! x \in \mathbb{X}$ такой, что $a(x) \neq b(x)$, то будем говорить, что a *предшествует* b , и записывать $a \prec b$.

Теорема 1. Пусть множество алгоритмов A представлено в виде разбиения на непересекающиеся подмножества $A = A_1 + \dots + A_t$, такие что внутри каждого A_i алгоритмы допускают равное число ошибок на полной выборке. Пусть μ — ПМЭР. Для каждого A_i рассмотрим порождающее и запрещающее множества X_i и X'_i :

$$\begin{aligned} X_i &= \bigcup_{a \in A_i} \{x \in \mathbb{X} : \exists b \in A : a \prec b, I(a, x) < I(b, x)\}, \\ X'_i &= \bigcup_{a \in A_i} \{x \in \mathbb{X} : \exists b \in A : b < a, I(b, x) < I(a, x)\}. \end{aligned}$$

Пусть, кроме этого, каждое подмножество вложено в объемлющее множество: $A_i \subset B_i$, $i = 1, \dots, t$. Тогда для вероятности переобучения выполнена следующая оценка:

$$Q(A, \mathbb{X}) \leq \sum_{i=1}^t P_i Q_i(B_i, \mathbb{Y}_i), \quad (2)$$

где $P_i = C_{L_i}^{\ell_i} / C_L^\ell$ — верхняя оценка на вероятность $P[\mu(A, X) \in A_i]$, $\mathbb{Y}_i = \mathbb{X} \setminus X_i \setminus X'_i$, и введены следующие обозначения: $i = \frac{L_i \ell_i}{\ell_i k_i L} + \left(1 - \frac{\ell L_i}{L \ell_i}\right) \frac{m_i}{k_i} - \frac{|X'_i|}{k_i}$, $L_i = L - |X_i| - |X'_i|$, $\ell_i = \ell - |X_i|$, $k_i = k - |X'_i|$, m_i — число ошибок алгоритмов из A_i .

По результатам численного эксперимента оценка (2) оказывается точнее оценки, полученной методом порождающих и запрещающих множеств [3]. Кроме этого, новая оценка эффективно вычислима для семейств с существенно большим числом алгоритмов, т.к. сумма (2) содержит меньшее число слагаемых из-за кластеризации алгоритмов с близкими векторами ошибок.

Литература

1. Vapnik V.N., Chervonenkis A.Y. On the uniform convergence of relative frequencies of events to their probabilities // Theory of Probability and Its Applications. 1981. N 16(2). P. 264–280.
2. Воронцов К.В. Точные оценки вероятности переобучения // Доклады РАН. 2009. Т. 429, № 1. С. 15–18.
3. Vorontsov K.V., Ivahnenko A.A. Tight combinatorial generalization bounds for threshold conjunction rules // PReMI'11. 2011. P. 66–73.

УДК 519.216.3

Применение агрегирующего алгоритма В. Вовка в задаче прогнозирования при несимметричной функции потерь с аддитивной компонентой

А.А. Романенко¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
alexromsput@gmail.com

Задачи прогнозирования временных рядов при несимметричной функции потерь возникают во многих приложениях, в частности, при прогнозировании объёмов продаж. В случае, когда функция потерь зависит только от разности между реальным значением и прогнозом, известно несколько подходов для решения таких задач [1]. В данной работе рассматриваются функции потерь, в которых есть аддитивная компонента, зависящая только от величины сделанного прогноза. Для решения таких

задач предлагается метод построения композиций алгоритмов прогнозирования, основанный на теоретико-игровой парадигме [2].

Рассматривается задача онлайн-прогнозирования, в которой элементы временного ряда (x_1, \dots, x_T) лежат в некотором отрезке числовой оси: $x_t \in [Y_1, Y_2]$, $t = 1, \dots, T$, $Y_1, Y_2 \in \mathbb{R}$, алгоритмом прогнозирования называется функция $A: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, которая по конечной последовательности $(x_1, \dots, x_T) \in \mathbb{R}^*$ выдает прогноз \hat{x}_{T+1} следующего её элемента x_{T+1} : $\hat{x}_{T+1} = A(x_1, \dots, x_T)$; функция потерь алгоритма при прогнозе элемента временного ряда x_t со значением \hat{x}_t имеет вид

$$\lambda(x_t, \hat{x}_t) = \begin{cases} k_1(\hat{x}_t - x_t)^2, & x_t < \hat{x}_t; \\ k_2(x_t - \hat{x}_t)^2, & x_t \geq \hat{x}_t; \end{cases} + C \cdot \hat{x}_t, \quad (1)$$

где $k_1 > 0$, $k_2 > 0$, $C \in \mathbb{R}$ такие, что $\lambda(x_t, \hat{x}_t) \geq 0$, $\forall x_t, \hat{x}_t \in [Y_1, Y_2]$. Физический смысл слагаемого $C \cdot \hat{x}_t$ в прикладных задачах заключается в том, что часть расходов компании связана с логистическими затратами, которые неизбежно приходится платить при доставке товара в магазины. Потери на всей последовательности (x_1, \dots, x_T) определяются процессом потерь $\text{Loss}_A(T) = \sum_{t=1}^T \lambda(x_t, \hat{x}_t)$.

Будем строить композицию N базовых алгоритмов прогнозирования A_1, \dots, A_N , агрегируя их прогнозы. Агрегирующий алгоритм AA прогнозирует следующее значение временного ряда x_{t+1} , используя в каждый момент времени прогнозы базовых алгоритмов: $AA(x_1, \dots, x_t, \hat{x}_{t+1}^{(1)}, \dots, \hat{x}_{t+1}^{(N)}) = \hat{x}_{t+1}$, где $\hat{x}_{t+1}^{(j)}$ — прогноз j -го алгоритма. Агрегирующий алгоритм В. Вовка [3] получает на вход начальное распределение весов алгоритмов $\vec{p}_0 = (p_0^{(1)}, \dots, p_0^{(N)})$, параметр взвешивания весов $\beta \in (0, 1)$ и подстановочный функционал $S: [Y_1, Y_2]^{[Y_1, Y_2]} \rightarrow [Y_1, Y_2]$, и на основании их определяет на каждом шаге t прогноз следующего значения временного ряда.

В работе получена оценка процесса потерь композиции, построенной с помощью агрегирующего алгоритма В. Вовка, в худшем случае:

$$\text{Loss}_{AA}(T) \leq \min_{i=1, N} \text{Loss}_{A_i}(T) + K \ln(N), \quad (2)$$

где $K = \frac{k \cdot (Y_2 - Y_1) \cdot \tilde{K}}{k_1 k_2 (Y_2 - Y_1) + C(k_2 - k_1)}$, $\tilde{K} = \left(\frac{k_1 k_2 (Y_2 - Y_1) - C(k_2 - k_1)}{4\sqrt{k_1 k_2}} \right)^2 + 2C^2$, $k = \max(k_1, k_2)$.

В экспериментах на реальных рядах продаж в розничной сети магазинов в качестве базовых алгоритмов использовались гистограммные алгоритмы, построенные на основе адаптивных алгоритмов прогнозирования, учитывающих особенности временных рядов в случае симметричной функции потерь [3]. Оценка (2) была подтверждена, и показано, что предложенный алгоритм обладает более высокой точностью прогнозов по сравнению с базовыми алгоритмами.

Литература

1. Романенко А.А. Агрегирование адаптивных алгоритмов прогнозирования при несимметричной функции потерь // Сборник докладов 9-й международной конференции «Интеллектуализация обработки информации». М., 2012. С. 136–139.
2. Vovk V. A game of prediction with expert advice // J. Computer and System Sciences. 1998. N 56. P. 153–173.
3. Diebold F.X., Gunther T.A., Tay A.S. Evaluating Density Forecasts // International Economic Review. 1998. V. 39. P. 863–883.

УДК 519.21

Сравнение порождающего и разделяющего подходов к классификации малых выборок

*А.П. Мотренко*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
anastasia.motrenko@gmail.com

В задачах классификации требуется по набору известных неслучайных величин определить метку класса зависящей от них случайной величины. Для этого строится параметрическая модель, параметры которой оцениваются по обучающей выборке прецедентов. В случае, когда процедура оценки параметров включает восстановление функции условного распределения переменной класса при заданном значении независимой переменной, модель называется разделяющей. Зная это распределение, мы можем установить наиболее вероятное значение зависимой переменной. Альтернатива разделяющему подходу — это порождающий подход. При порождающем подходе вначале оценивается функция совместного распределения зависимых и независимых переменных. Затем с помощью формулы Байеса выводится условное распределение зависимой переменной.

В работах [1, 2] для решения задач классификации используется разделяющий подход. Публикации [4–7] посвящены сравнению разделяющих и порождающих алгоритмов. Исследование асимптотического поведения функции ошибки прогнозирования при использовании каждого из подходов приведено в [4]. В частности, показано, что разделяющий подход доставляет большую точность прогнозирования при неограниченном увеличении объема выборки. В [5] авторы впервые представили исследование этих алгоритмов в неасимптотическом случае, получив теоретически и экспериментально следующий результат: хотя асимптотическая ошибка порождающих алгоритмов классификации больше, чем разделяющих, порождающие алгоритмы быстрее приближаются к асимптоте. Этот результат означает, что при небольших объемах выборки следует применять порождающий подход.

В данной работе решается задача выбора между порождающей и разделяющей гипотезами порождения данных при оценке необходимого объема выборки. Предложен метод выбора модели классификации, основанный на сравнении параметров функций условного и совместного распределения переменной класса и независимых переменных.

Поскольку строгого критерия выбора между порождающим и разделяющим подходами не найдено, в данной работе также рассмотрена комбинация разделяющего и порождающего подходов. Комбинированный подход заключается в использовании выпуклой линейной комбинации функций условного и совместного правдоподобия как функционала качества. Рассматривается случай, когда распределение независимых переменных нормально внутри классов, а распределение метки класса бернуллиевское. Получена зависимость вероятности ошибки в каждом из подходов в зависимости от параметров распределения и при смешанном подходе от параметра линейной комбинации.

В качестве примера рассмотрим задачу прогнозирования инфаркта. Заболевания сердечно-сосудистой системы могут протекать, не проявляясь клинически. Тем не менее обнаружение нарушений, связанных с работой сердца, по косвенным признакам вполне возможно [6]. В данной работе в качестве признаков (биомаркеров) используются концентрации белков и их соединений, абсорбированные на поверхности кровяных телец. Разделение пациентов на две группы по состоянию здоровья

приводит к задаче классификации. Сложность решаемой задачи состоит в малом объеме выборки, приводящем к переобучению модели.

Литература

1. *McCullagh P., Nelder J.A.* Generalized Linear Models. 2nd edition. London: Chapman and Hall, 1989.
2. *Hosmer D., Lemeshow S.* Applied Logistic Regression. 2nd Edition. John Wiley and Sons, 2000.
3. *Bishop C.M.* A New Framework for Machine Learning // WCCI. 2008. Plenary/Invited Lectures, LNCS 5050. 2008. P. 1–24.
4. *Efron B.* The Efficiency of Logistic Regression Compared to Normal Discriminant Analysis // J. American Statistical Association. 1975. V. 70, N 352. P. 892–898.
5. *Ng A.Y., Jordan M.I.* On Discriminative vs. Generative Classifiers: A comparison of logistic regression and Naive Bayes // Advances in Neural Information Processing Systems. 2002. V. 14. P. 841–848.
6. *Azuaje F., Devaux Y., Wagner D.* Computational biology for cardiovascular biomarker discovery // Brief Bioinform. 2009. V. 10, N 4. P. 367–377.

УДК 004.852+519.237

Применение методов машинного обучения к выделению временных выражений в русскоязычных текстах

А.А. Романенко^{1,2}

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет), ² ООО «Исследовательский центр Samsung»
angriff07@gmail.com

Задача выделения временных выражений относится к задачам обработки естественного языка. Она возникает в системах информационного поиска, диалоговых системах и является частным случаем задачи выделения именованных сущностей. Временным выражением называется выражение естественного языка, несущее временную окраску и обозначающее точку во времени, промежуток времени или периодичность некоторого события. Ниже приведены примеры временных выражений.

Что будут показывать *сегодня ночью* по пятому каналу?

8 сентября 2013 года состоялись выборы на пост мэра Москвы.

Через 2 недели состоится встреча с руководителем.

Какую телепередачу показывают *ежедневно в 7 часов вечера*?

Известны два основных подхода к выделению временных выражений. Первый основан на поиске в предложении определенных шаблонов [1, 2], второй — на применении методов машинного обучения [1]. В данной работе рассматриваются методы машинного обучения для выделения временных выражений в русскоязычных текстах.

Чтобы применять методы машинного обучения, необходим корпус текстов с размеченными временными выражениями. Так как для русскоязычных текстов такой корпус на данный момент не существует, то для получения обучающей выборки использовалась итеративная процедура разметки регулярными выражениями. В качестве исходных текстов бралось подмножество текстов корпуса проекта OpenCorpora.

Задача выделения временных выражений сводится к задаче классификации слова предложения на три класса – *B, I, O*. Меткой «*B*» отмечается начало временного

выражения, меткой «*I*» помечаются остальные слова временного выражения, меткой «*O*» помечаются все слова предложения, не входящие во временное выражение.

Чтобы сформировать вектор признаков для каждого слова, использовались грамматические характеристики слов, имеющиеся в текстах корпуса OpenCorpora, а также ряд признаков, основанных на написании слова.

Для классификации слов использовались случайные леса решающих деревьев (Random Forest, RF) [3] и случайные условные поля (Conditional Random Field, CRF) [4].

Модели RF и CRF были обучены и протестированы на обучающей и контрольной выборке текстов, размеченных вручную. Вычислительный эксперимент показал, что обе обученные модели имеют высокое качество выделения временных выражений: по 97% точности, агрегированная F_1 -мера при этом в обоих случаях равнялась примерно 91.5%. Оба метода улучшили результат разметки регулярными выражениями примерно на 1%.

Литература

1. *Poveda J., Surdeanu M., Turmo J.* A comparison of statistical and rule-induction learners for automatic tagging of time expressions in English // IEEE Proc. of the 14th International Symposium on Temporal Representation and Reasoning. 2007. P. 141–149.
2. *Reeves R.M. [et al.]*. Detecting temporal expressions in medical narratives // I. J. Medical Informatics. 2013. V. 82, N 2. P. 118–127.
3. *Breiman L.* Random forests // Mach. Learn. 2001. V. 45, N 1. P. 5–32.
4. *Lafferty J.D., McCallum A., Pereira F.C.N.* Conditional random fields: Probabilistic models for segmenting and labeling sequence data // Proceedings of the Eighteenth International Conference on Machine Learning. ICML '01 San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc, 2001. P. 282–289.

УДК 519.245

Исследование устойчивости существенно нелинейных регрессионных моделей к погрешностям в обучающей выборке

*Г.И. Рудой*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
0xd34df00d@gmail.com

Для анализа результатов физического эксперимента требуется восстановить функциональную зависимость между измеряемыми величинами. При этом требуется возможность экспертной интерпретации полученной зависимости исходя из некоторых теоретических моделей. Во многих случаях вид функциональной зависимости заранее известен либо необходимо сделать выбор между несколькими вариантами моделей.

Одним из методов, позволяющих строить структурно сложные интерпретируемые модели, является символьная регрессия [1]. Различные приближения обычно сравниваются по методу наименьших квадратов в предположении о нормальности распределения регрессионных остатков, при этом оптимизация параметров модели проводится, например, с помощью алгоритма Левенберга–Марквардта (АЛМ).

Однако при анализе физического эксперимента важное значение имеет не только величина оптимальных параметров искомой функциональной зависимости, но и

погрешность их определения, обусловленная погрешностями измеряемых в эксперименте величин. Для задачи линейной регрессии соответствующая задача точно решена в частном случае, когда погрешность определения регрессора пренебрежимо мала, а дисперсия зависимой переменной во всех экспериментальных точках одинакова. Для более сложного случая нелинейной регрессии и ситуации, когда необходимо учитывать погрешности как регрессора, так и зависимой переменной (возможно, различные в различных точках), подобная задача, насколько нам известно, не рассматривалась.

В настоящей работе соответствующая задача поставлена и предложен метод ее решения, включающий два этапа.

Сначала для данной выборки среди некоторого индуктивно порождаемого множества моделей F находится модель — параметрическая формула f , минимизирующая некоторый функционал качества (например, среднеквадратичную ошибку) [2].

Затем фиксируется структурный вид формулы f и генерируется некоторое «достаточно большое» число реализаций нормально распределенной векторной случайной величины ξ (размерностью, соответствующей размерности вектора независимых переменных в обучающей выборке) с заданной дисперсией, которые добавляются к объектам исходной обучающей выборки и носят характер случайного шума. Для каждой из зашумленных случайных выборок снова находятся оптимальные параметры формулы f . Далее по найденному множеству значений каждого параметра ω_i рассчитываются характеристики соответствующего распределения: среднее значение $\langle \omega_i \rangle$ и эмпирическое стандартное отклонение $D(\omega_i)$. Процедура повторяется для различных значений дисперсии зашумляющей случайной величины ξ , что позволяет определить зависимость стандартного отклонения параметров от значений дисперсии D_ξ . Вводится понятие устойчивости модели f по переменной x_j для параметра ω_i как отношение относительной погрешности параметра $D(\omega_i)/\langle \omega_i \rangle$ к относительной дисперсии независимой переменной x_i (являющейся i -й компонентой признаковового описания рассматриваемых объектов) $D_\xi/\langle x_i \rangle$. Максимум среди всех устойчивостей по всем независимым переменным x_j для всех параметров ω_i называется устойчивостью модели f .

В вычислительном эксперименте предложенный метод был применен для восстановления зависимости показателя преломления полимера n от длины волны λ . Оказалось, что для более корректной с физической точки зрения модельной формулы значение устойчивости и скорость ее изменения при увеличении экспериментальных ошибок измерения n и λ оказываются меньше, чем для некорректных моделей.

Введенную характеристику регрессионной модели (устойчивость) возможно использовать как критерий для выбора моделей наряду с такими параметрами, как структурная сложность модели и значение функционала качества.

Литература

1. *Sammut C., Webb G.I.* Symbolic Regression. Berlin: Springer, 2010. 954 p.
2. *Рудой Г.И., Стрижов В.В.* Алгоритмы индуктивного порождения суперпозиций для аппроксимации измеряемых данных // Информатика и ее применения. 2013. № 7. С. 44–53.

УДК 004.93

Построение обучаемого алгоритма распознавания научного контента в сети Интернет

*С.О. Воронов*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
rdk1.hrd@gmail.com

Создание современных систем агрегирования научной информации требует автоматического пополнения текстовой коллекции документами, находящимися в открытом доступе в сети Интернет. При этом возникает задача определения жанра документа [1]. В простейшем случае это классификация документов на научные и ненаучные. В более сложной постановке требуется более тонкая классификация документов на книги, статьи, сборники трудов, тезисы конференций, диссертации, квалификационные работы, учебники и т.д. Сложность задачи в том, что объём исходных данных огромен, например, база данных системы Антиплагиат содержит более 50 миллионов документов. При этом доля научного контента незначительна и составляет менее 1% документов. Несбалансированность обучающей выборки затрудняет применение стандартных методов машинного обучения. Более того, на начальном этапе создания системы нет ни обучающей выборки, ни обоснованной системы признаков.

В рамках данного исследования разработано инструментальное средство, позволяющее наиболее рациональным образом пополнять обучающую выборку, одновременно анализировать случаи ошибочной классификации, выявлять их причины и пополнять систему признаков.

Рассматриваются алгоритмы классификации документов на научные (класс +1) и ненаучные (класс -1) вида $a(x) = \text{sign}(f(x, w))$,

где $f(x, w)$ — дискриминантная функция, x — вектор признаков документа, w — вектор параметров.

Процесс обучения делится на раунды. На каждом раунде алгоритм классифицирует обучающую выборку документов, и выборка упорядочивается по убыванию значений дискриминантной функции. Затем эксперту предъявляются для классификации три приблизительно одинаковые по объёму группы документов: предположительно научные (с положительным $f(x, w)$), предположительно ненаучные (с отрицательным $f(x, w)$) и пограничные случаи (с $f(x, w)$, близким к нулю). Эксперт может также просмотреть любой документ и значения всех его признаков. Это позволяет на регулярной основе выдвигать гипотезы о причинах ошибочных классификаций и добавлять новые признаки для компенсации этих ошибок. Классифицированные экспертом документы добавляются в обучающую выборку, после чего происходит перенастройка вектора весов w и начинается следующий раунд.

Вопрос об отнесении документа к жанру научного неоднозначен даже для экспертов. Поэтому при разметке обучающей выборки предлагается ориентироваться прежде всего на формальные признаки. Например, наличие фраз «научное издание» в заголовке или «Доказательство» в начале абзаца.

Первая версия алгоритма не имела настраиваемых параметров w и использовала минимальный набор признаков: число греческих символов, число математических символов, число цифр, длина текста. Ошибка первого рода (научный документ классифицирован как ненаучный) составила 4.9%, ошибка второго рода (ненаучный документ классифицирован как научный) — 6.5%.

Обучение весов методом опорных векторов SVM [2] из библиотеки scikit-learn [3] языка программирования Python дало 2.0%, 7.0%. После выбора оптимального ядра (им оказалось радиальное ядро) и оптимизации его параметра ошибки составили 4.2%, 3.8%. Здесь и далее ошибки измерялись по стандартной методике 10-блочной перекрёстной проверки (10-foldcross-validation).

После добавления в качестве признаков 29 ключевых слов, характерных для оформления научных документов (аннотация, введение, главный редактор и т.д.), – 4.2%, 3.7%.

После добавления в качестве признаков 24 ключевых слов, характерных для использования в научных документах (аппроксимация, множество и т.д.), – 4.2%, 3.3%.

После добавления в качестве признаков с отрицательными весами 13 ключевых слов, характерных для оформления ненаучных документов (образовательная программа, заказчик, подрядчик, зачет, экзамен, профком и т.д.), – 4.2%, 3.2%.

Удаление признаков по одному из максимального набора признаков показало, что наиболее значимыми признаками являются число греческих букв и размер документа.

Литература

1. *Kanaris I., Stamatatos S.* Learning to recognize webpage genres // Information Processing and Management. 2009. P. 499–512.
2. *Burges C.J.C.* A tutorial on support vector machines for pattern recognition // Data Mining and Knowledge Discovery. 1998. V. 2. P. 121–167.
3. Scikit-learn, an open source machine learning library for the Python programming language. <http://scikit-learn.org/stable/>.

УДК 004.93'12

Балансировка данных методом оптимизации функционала полного скользящего контроля

*Е.Ю. Зайцев*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
zaytsev.yevgen@gmail.com

Рассматривается задача многоклассовой классификации. Данные считаются сбалансированными, если мощности классов, участвующих в классификации, приблизительно равны. Часто в реальных данных присутствуют малочисленные классы. Стоит учитывать тот факт, что часто цена ошибочной классификации малочисленных классов выше, чем цена ошибочной классификации объемных классов. Путем использования методов under- или over-sampling для балансировки данных можно добиться более корректной классификации.

Под весами балансировки x_i будем понимать коэффициенты, показывающие, во сколько раз нужно изменить объем i -го класса. Значение балансирующего веса выбирается путем оптимизации функционала полного скользящего контроля (complete cross-validation, CCV). После балансировки данных объем некоторых классов увеличится, некоторых уменьшится. Будем подбирать веса балансировки так, чтобы суммарный объем выборки оставался неизменным.

Обозначим через N – мощность полной выборки, l – мощность подвыборки, которая является обучающей в полном скользящем контроле, n_i – мощность i -го класса

в обучающей подвыборке. Тогда, при принятых выше ограничениях, выражение оптимальных балансировочных весов для i -го класса имеет вид

$$x_i = \frac{N\omega_i}{N + (\omega_i - 1)n_i},$$

где

$$\omega_i = \frac{l - (N - n_i)}{n_i}.$$

Для проведения эксперимента были взяты данные KDD CUP 99. В качестве алгоритма классификации выбран алгоритм k ближайших соседей (knn). При применении такого подхода к балансировке данных наблюдается значительное увеличение качества классификации.

Таким образом, предложен метод поиска коэффициентов балансировки данных, оптимизирующий функционал полного скользящего контроля и, следовательно, максимизирующий обобщающую способность.

Литература

1. Мендус В.И., Караваева Т.А., Ипатов А.С., Петрухин В.А., Вязовик Н.А., Кривцов Е.В., Корниенко А.И., Зухба А.В., Зайцев Е.Ю., Ситник А.А. Прогнозирование исхода диспутных циклов банковских международных платежных систем // Труды 55-й научной конференции МФТИ Всероссийской научной конференции «Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе». Управление и прикладная математика. 2012. Т. 2.
2. Воронцов К.В. Комбинаторный подход к оценке качества обучаемости алгоритмов // Мат. вопр. кибер. М.: Физматлит, 2004. Т. 13. С. 5–36.
3. Lohr., Sharon L. Sampling: Design and Analysis. 1999. ISBN 0-534-353614.
4. Воронцов К.В. Лекции по комбинаторным оценкам обобщающей способности алгоритмов. 2010.
5. Воронцов К.В. Лекции по статистическим алгоритмам классификации. 2007.
6. Воронцов К.В. Лекции по метрическим алгоритмам классификации. 2007.
7. Chawla N., Bowyer K., Hall L., Kegelmeyer W. SMOTE: Synthetic Minority Over-sampling Technique // Journal of Artificial Intelligence Research. 2002. V. 16. P. 341–378.

УДК 519.95

Быстрый алгоритм нахождения метрических сгущений с использованием матрицы парных расстояний в ранговых шкалах

*А.М. Катруца*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)

aleksandr.katrutsa@phystech.edu

Рассматривается задача кластеризации объектов, описанных в ранговой шкале. Как правило, для такой кластеризации необходима матрица парных расстояний, которая содержит N^2 элементов, где N – количество объектов. При этом сложность алгоритма кластеризации квадратична или субквадратична. В [1] предложен алгоритм, находящий метрическое сгущение и использующий редуцированную матрицу

парных расстояний размера $n \times N$, где $n \ll N$. Сложность такого алгоритма около $O(n^2N)$. Задача нахождения метрического сгущения ставится следующим образом. Рассмотрим множество $X = \{x_1, \dots, x_N\}$, состоящее из N объектов. Задана функция расстояния $\rho(x_i, x_j)$, определенная на всех парах объектов из X , для которой выполняются условия метрики. Требуется найти множество $C \in X$ – подмножество X , образующее метрическое сгущение. После нахождения метрического сгущения оно удаляется из выборки, и процедура поиска повторяется. Найденные сгущения объявляются искомыми кластерами.

Основная идея алгоритма заключается в следующем: объекты, принадлежащие искомому метрическому сгущению, равноудалены в смысле введенной метрики ρ от произвольного объекта множества X . В частности, они равноудалены от объектов некоторого подмножества X , называемого далее ρ -сетью. Поэтому построение ρ -сети мощности $n \ll N$ и редуцированной матрицы парных расстояний размера $n \times N$ позволит найти метрическое сгущение.

В работе исследуется зависимость величины среднего внутри- и межкластерного расстояния от параметров предложенного алгоритма и различных ранговых метрик ρ , предложенных в [1, 3]. Также проведено сравнение с алгоритмом k -modes из [2] на синтетических данных и реальных данных из репозитория UCI. Получено, что качество кластеризации предложенного алгоритма не уступает качеству алгоритма k -modes при значительном выигрыше в требуемой памяти.

Литература

1. Стрижов В.В., Кузнецов М.П., Рудаков К.В. Метрическая кластеризация последовательностей аминокислотных остатков в ранговых шкалах // Математическая биология и биоинформатика. 2012. Т. 7, № 1. С. 345–359.
2. Zhexue Huang. A Fast Clustering Algorithm to Cluster Very Large Categorical Data Sets in Data Mining // Research Issues on Data Mining and Knowledge Discovery. 1997. P. 1–8.
3. Shyam Boriah [et al.]. Similarity Measures for Categorical Data: A Comparative Evaluation // Proceedings of the eighth SIAM International Conference on Data Mining. 2008. P. 243–254.

УДК 004.93

Определение типа активности человека по данным с акселерометра

*Д.О. Перекрестенко*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
dmitry.perekrestenko@phystech.edu

В каждом современном мобильном телефоне есть сенсор акселерометра. Массовое распространение данных сенсоров открывает новые возможности применения data mining. В данной статье описана и оценена система, использующая временные ряды с телефонного акселерометра для распознавания физической активности человека. В работе рассматривается задача классификации временных рядов, полученных из акселерометра, по 4-м классам активности – бег и ходьба, а также процессы сидения и стояния. Ранее [1] задача решалась путем экспертного выбора признаков, таких как среднее значение ускорения для каждой координаты, время между пиками ускорения и т.д. После чего классифицирующей нейронной сети подавались

уже признаковые описания входных данных. В данной работе предложен алгоритм классификации, использующий метод Unsupervised Feature Learning, который позволяет создавать эффективные признаковые описания данных без человеческого вмешательства.

Подход реализуется с помощью двухслойной нейронной сети специальной конструкции. Сеть состоит из трех однослойных блоков. Первые два являются autoencoder'ами – однослойными нейронными сетями с весами, настроенными так, чтобы входной вектор временного ряда максимально совпадал с выходным. Веса скрытого слоя порождают признаки. Последний блок является классификатором, обучающимся на признаках, полученных из первых двух блоков. После настройки всех блоков по отдельности с помощью метода обратного распространения ошибки настраивается нейронная сеть в целом. В [2] был предложен похожий подход, отличие состоит лишь в том, что в качестве первых двух блоков использовались две RBM (Restricted Boltzmann Machines).

Результатом работы является алгоритм классификации временных рядов. Главным преимуществом данного алгоритма перед традиционными методами [1] являются универсальность алгоритма. В отличие от стандартного подхода не требуется работа эксперта для выбора признаков к каждой уникальной задаче.

Работа показала, что машинно-сгенерированные признаки дали лучший результат классификации, чем экспертные в работе [1]. Таким образом, в работе продемонстрирована возможность применения методов глубокого обучения (в частности машинной генерации признаков) к решению задачи распознавания временных рядов.

Литература

1. *Kwapisz J.R [at al.]*. Activity Recognition using Cell Phone Accelerometers // ACM SIGKDD Explorations Newsletter. 2010. V. 12, I 2. P. 74–82.
2. *Bengio Y. [at al.]*. Greedy layer-wise training of deep networks // Neural Information Processing Systems. 2006. V. 18. P. 1527–1554.

УДК 004.912

Эффективный алгоритм сравнения структурированных текстовых файлов на примере документов в формате LaTeX

К.В. Чувилин¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
kirill.chuvilin@gmail.com

Многие научные конференции и издательства принимают материалы от авторов в формате LaTeX. В каждом издательстве существуют определенные традиции и требования: оформление заголовков, списков, таблиц, библиографии, формул, чисел и многое другое. Ошибки, связанные с несоблюдением этих правил, называются *типографическими*. Зачастую тексты, присылаемые авторами, содержат значительное количество (десятки на страницу) таких ошибок, исправление которых производится корректорами вручную, причем обработка одной страницы может занять до двух часов.

В работе [1] рассматривается задача автоматизации процесса исправления типографических ошибок с помощью формально описываемых *правил преобразования документов*. Файлы формата LaTeX обладают естественной древовидной структурой (*синтаксическое дерево*), исследуя которую, можно получить всю необходимую

информацию для описания корректорской правки. Узлы этой структуры называются *токенами*. Правила удобно формулировать именно для деревьев. Предлагается автоматически синтезировать правила, используя корпус уже обработанных пар документов *чистовик–черновик*.

В работе [2] для построения различий между синтаксическими деревьями используется алгоритм Zhang-Shasha [3]. Однако практический опыт выявил недостатки его непосредственного применения. Сложность алгоритма пропорциональна произведению числа *ключевых корней* деревьев черновика и чистовика. В случае статей технической тематики, состоящих из четырех страниц, минимальное количество ключевых корней составляет около 4500. Это приводит к тому, что становится невозможным использовать сравнение для редактирования в режиме «онлайн». Кроме того, для работы алгоритма требуется хранить попарные расстояния между всеми поддеревьями чернового и чистового деревьев и соответствующими лесами. Это делает невозможным использование алгоритма для сравнения больших документов, соответствующих, например, главам книг. С другой стороны, существуют алгоритмы сравнения текстовых файлов, избавленные от подобных недостатков [4]. Но в этом случае возникают проблемы с качеством: полученное различие не учитывает структуру документов и в итоге не соответствует логике работы корректора и не позволяет выявлять верные закономерности.

В данной работе рассматривается гибридный алгоритм сравнения документов в формате LaTeX [5], использующий достоинства алгоритмов сравнения не форматированных текстов и синтаксических деревьев и позволяющий сравнительно быстро выявлять различия, учитывающие логическую структуру, даже для больших документов. Используются *упрощенные текстовые представления* документов в формате LaTeX, которые состоят из минимального количества символов, но не изменяют синтаксическое дерево. Это позволяет однозначно определить вид документа и уменьшить количество сравниваемых элементов. В первую очередь строятся последовательности фрагментов текстов сравниваемых документов. В качестве разделителей выбираются границы токенов, которые имеют потомков. Затем с помощью алгоритма Хиршберга находится отображение последовательностей текстовых фрагментов. Учитывается, что некоторые пары фрагментов могут иметь меньше различий, чем другие: в качестве цены замены одного фрагмента текста на другой используется относительное расстояние Левенштейна. Выделяются полностью удаленные и полностью добавленные фрагменты, а для остальных строится отображение символов. Выделяются удаленные, добавленные и не измененные токены, целиком состоящие из удаленных, добавленных или не измененных символов соответственно. Для деревьев, состоящих из остальных токенов, строится отображение с помощью алгоритма Zhang-Shasha.

Предлагаемый подход позволил в среднем в пять раз сократить количество токенов и шесть раз — ключевых корней перед началом сравнения деревьев. Таким образом время, необходимое для полного сравнения, уменьшается в три раза. Средняя точность получаемых отображений составляет 0,91 по отношению к алгоритму Zhang-Shasha.

Литература

1. Чувилин К.В. Использование синтаксических деревьев для автоматизации коррекции документов в формате LaTeX // Компьютерные исследования и моделирование. 2012. Т. 4, № 4. С. 871–883.

2. *Чувилин К.В.* Синтез правил коррекции документов в формате LaTeX с помощью сопоставления синтаксических деревьев // Доклады 15-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» ММРО-15. 2010. С. 597–600.
3. *Zhang K., Shasha D.* Simple fast algorithms for the editing distance between trees and related problems // SIAM Journal of Computing. 1989. N 18. P. 1245–1262.
4. *Hirschberg D.S.* A linear space algorithm for computing maximal common subsequences // Communications of the ACM. 1975. V. 18, N 6. P. 871–883.
5. *Чувилин К.В.* Гибридный алгоритм сравнения документов в формате LaTeX // Прикладная информатика. 2013. Вып. 46, № 4. С. 56–64.

УДК 004.931

Постановка задачи и поиск параметров марковских моделей для обнаружения локальных неоднородностей в сигналах со сложной структурой

*Е.В. Чувилина*¹

¹ Рыбинский государственный авиационный технический университет

им. П.А. Соловьёва

e.v.chuvilina@gmail.com

Создание систем обнаружения и распознавания остаётся сложной теоретической и технической проблемой. Для сигналов в прикладных задачах, являющихся очень сложными структурными объектами, математическая модель или неизвестна, или настолько сложна, что ее использование становится неконструктивным.

На сегодняшний день предложен ряд подходов, методов, алгоритмов для решения задач обнаружения изменений в сложных сигналах [1, 3–7]. Однако остается ряд нерешенных проблем, связанных с нестационарностью сложных объектов. Существующие подходы требуют, чтобы были известны полностью или частично вероятностные свойства потока случайных событий и условные вероятностные свойства наблюдаемого случайного процесса для фиксированной последовательности событий. Описания классов случайных процессов полагаются известными в том смысле, что исследователь должен формулировать свои представления об искомым особенностях сигнала в виде математических моделей, связанных с этими особенностями изменений вероятностных свойств сигналов, что в реальных задачах, как правильно, проблематично.

При математическом моделировании на основе марковских процессов возникают две противоположные задачи. Прямая задача состоит в расчете вероятностей соответствующих состояний и других характеристик процесса, параметры модели предполагаются известными. Обратная задача состоит в определении параметров модели на основе известных из эксперимента результирующих характеристик процессов.

В существующих работах марковские модели используются в рамках прямой задачи, параметры моделей полагаются заданными. Ставятся задача обнаружения локальных неоднородностей как задача обнаружения изменения свойств случайных процессов, задача определения параметров марковских моделей элементов сложных источников.

Задача обнаружения изменения свойств случайных процессов сформулирована Моттлем В. В. [7]. Пусть $T = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ – бесконечная ось дискретного времени, имеется $T_{t_0}^{t_0+N} = \{t \in T | t_0 \leq t \leq t_0 + N\}$ – некоторый ее фрагмент, на котором опре-

делено параметрическое семейство случайных процессов $S(c) = \{s_t; c\}$, задаваемое последовательностью условных плотностей распределений вероятностей q отчетов s_t относительно предыстории. Случайный процесс $S_{t_0}^{t_0+N} = (s_t, t_0 \leq t < t_0 + N)$ характеризуется скачкообразным изменяющимся значением параметра c . Причем число K моментов изменения может быть, как известно, так и неизвестно. Требуется, анализируя реализацию случайного процесса $S_{t_0}^{t_0+N}$, определить число K моментов скачкообразного изменения параметра c и оценить моменты t_1, \dots, t_K .

Параметрами моделей марковских процессов являются вероятности нахождения в каждом из состояний и вероятности переходов. А обнаружение изменений любой функции распределения или какой-либо иной вероятностной характеристики может быть сведено к обнаружению изменения математического ожидания в некоторой новой случайной последовательности, сформированной из исходной (диагностическая последовательность) [2].

Предлагается в качестве диагностических последовательностей рассматривать последовательности локальных фрактальных размерностей [5], последовательности элементов матрицы зависимости величины приращения сигнала от величины сигнала, последовательности векторов сноса сигнала [8]. Исследована информативность указанных признаков, которая вычисляется как отношение межклассового расстояния к внутриклассовому [8]. При этом элементы матриц зависимости величины приращения сигнала от величины сигнала, элементы векторов сноса будут являться параметрами марковской модели исследуемого процесса. Сбор статистики по этим параметрам позволит строить и использовать марковские модели для оптимального приема сигналов и обнаружения локальных неоднородностей.

Литература

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. 541 с.
2. Бродский Б.Е., Дарховский Б.С., Каплан А.Я., Шишкин С.Л. Непараметрическая сегментация электрических сигналов мозга // Автоматика и телемеханика. 1998. № 2. С. 23–32.
3. Гачков А.А. Рандомизированный алгоритм анализа финансовых рядов // Стохастическая оптимизация в информатике. 2009. № 5. С. 40–64.
4. Клигене Н., Телькснис Л. Методы обнаружения моментов изменения свойств случайных процессов // Автоматика и телемеханика. 1983. № 10. С. 5–56.
5. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Постмаркет, 2000. 352 с.
6. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
7. Моттль В.В., Мучник И.Б. Скрытые марковские модели в структурном анализе сигналов. М.: Физматлит, 1999. 352 с.
8. Чувилина Е.В. Информативность признаков для диагностики состояния подшипников на основе обнаружения локальных неоднородностей // Машинное обучение и анализ данных. 2013. Т. 1. С. 685–694.

УДК 004.93'11

**Применение Машины Релевантных Объектов в задачах
восстановления числовых зависимостей*****Н.А. Разин*¹, *Е.О. Черноусова*¹, *О.В. Красоткина*², *В.В. Моттль*²**¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

nrmanutd@gmail.com

В работе рассматривается задача беспризнакового распознавания образов в предположении, что объекты попарно сравниваются при помощи произвольной действительной функции [1]. Такой подход является гораздо более общим, чем традиционный метод потенциальных функций (кernels), требующий положительной полуопределенности матрицы функции сравнения объектов. Последнее требование в большинстве случаев является чрезмерным, причем обучение еще более усложняется, если существует несколько различных способов сравнительного представления объектов. В таких случаях экспериментатор вынужден решать задачу исключения как избыточных базисных объектов для сравнительного представления объектов обучающей совокупности, так и способов сравнения. В терминах общего пространства попарного сравнительного представления объектов предлагаемая постановка становится математически аналогичной классической задаче отбора признаков. Получившийся выпуклый критерий обучения аналогичен методу релевантных векторов Бишопа и Типпинга [2], но является существенно более общим, поскольку содержит структурный параметр, контролирующий селективность отбора.

Литература

1. *Duin R., Pekalska E, de Ridder D.* Relational discriminant analysis // Pattern Recognition Letters. 1999. V. 20 (11). P. 1175–1181.
2. *Bishop C., Tipping M.* Variational Relevance Vector Machines // Proceedings of the 16th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. 2000. Morgan Kaufmann. P. 46–53.

Секция современных методов выпуклой оптимизации

УДК 519.6

Оптимальные методы полиэдральной аппроксимации выпуклых тел

*Г.К. Каменев*¹

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
gkk@mail.ru

Рассматривается задача полиэдральной аппроксимации выпуклых компактных тел (ВКТ) в евклидовом пространстве. Точность аппроксимации оценивается как отклонение в метрике Хаусдорфа. Для любого ВКТ существует многогранник, отклонение которого не превышает заданное. Задача оптимальной аппроксимации обычно ставится как поиск многогранников из некоторого класса, минимизирующих отклонение в рассматриваемой метрике. Такие многогранники называются *многогранниками наилучшей аппроксимации* (МНА). Наибольший интерес представляют классы аппроксимирующих многогранников с заданным ограничением на сложность элементов гранной структуры, например с ограничением на число вершин или гиперграней, а также на норму f -вектора (максимальное число граней всех размерностей). МНА существуют, но способы их построения, за исключением единичных случаев, неизвестны. Известны общие порядковые оценки на точность МНА в зависимости от сложности их гранной структуры, а в случае достаточной гладкости их границы – асимптотически точные оценки, зависящие от поверхностных интегралов функций кривизны. Из этих оценок следует, что сложность аппроксимирующих многогранников быстро растет с ростом размерности. Для получения вершины или гиперграниц любого аппроксимирующего многогранника необходим хотя бы один вычислительный эксперимент с аппроксимируемым телом (например, решение задачи выпуклой оптимизации). Поэтому зависимости точности МНА от числа их вершин или гиперграней дают нижние оценки сложности методов, оптимальных по числу экспериментов с аппроксимируемым телом. Обзор современного состояния теории оптимальной полиэдральной аппроксимации ВКТ может быть найден, например, в [1] и [2].

Поскольку способы построения МНА неизвестны, для многих практических методов полиэдральной аппроксимации проблема оптимальности с точки зрения сложности гранной структуры не ставится. Не рассматривается обычно и проблема минимизации числа экспериментов с аппроксимируемым телом, необходимых для достижения заданной точности. Вместе с тем, используя результаты теории МНА, в большинстве случаев можно оценить близость многогранников, построенных тем или иным методом, к МНА. Критерием оптимальности метода может при этом служить эффективность аппроксимации: отношение отклонения многогранника, построенного рассматриваемым методом, к отклонению МНА с теми же значениями выбранных для исследования параметров. В этом отношении методы аппроксима-

ции можно разделить на оптимальные (гипотетические), асимптотически оптимальные и оптимальные по порядку (т.е. скорости сходимости).

Практически применимые методы полиэдральной аппроксимации могут быть разбиты на группы адаптивных и неадаптивных. В неадаптивных методах формируется набор экспериментов с аппроксимируемым телом (задача выпуклого программирования), обеспечивающий заданную точность в худшем случае для рассматриваемого класса ВКТ. Неадаптивные методы требуют априорной информации. Для ВКТ общего вида требуется, например, знание радиуса описанного шара. Неадаптивные методы при аппроксимации ВКТ общего вида далеки от оптимальности. Для гладких ВКТ неадаптивные методы оптимальны по порядку, но для получения оценок точности необходима, например, информация о минимальном радиусе кривизны границы. В гладком случае эффективность неадаптивных методов мала и быстро падает с ростом, например, асферичности аппроксимируемого тела.

Адаптивные методы не требуют априорной информации. Многогранник уточняется на основе информации, полученной на предыдущих итерациях. Среди адаптивных методов полиэдральной аппроксимации наиболее известен метод *уточнения оценок* (см. [4]), принадлежащий к классу хаусдорфовых или H -методов, введенному в [3]. H -методы подробно изучены теоретически и экспериментально (см. [2], [5]). Для них получены верхние оценки скорости сходимости в общем и гладком случаях, для случая гладких тел доказана оптимальность по порядку сложности гранной структуры и числу вычислений опорной функции аппроксимируемого тела. Доказано, что асимптотически по точности для гладких тел произвольной размерности отклонение многогранника в H -методах не более чем в 4 раза превышает отклонение МНА с тем же числом вершин. В докладе приводятся новые теоретические и экспериментальные результаты об оптимальности для H -методов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 13-01-00235 и 12-01-00916), ПФИ Президиума РАН П-15 и П-18.

Литература

1. *Бронштейн Е.М.* Аппроксимация выпуклых множеств многогранниками // Современная математика. Фундаментальные направления. Т. 22. Геометрия. 2007. С. 5–37.
2. *Каменев Г.К.* Оптимальные адаптивные методы полиэдральной аппроксимации выпуклых тел. М: Изд. ВЦ РАН, 2007. 230 с. ISBN 5-201-09876-2.
3. *Каменев Г.К.* Об одном классе адаптивных алгоритмов аппроксимации выпуклых тел многогранниками // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1992. Т. 32, № 1. С. 136–152.
4. *Lotov A.V., Bushenkov V.A., Kamenev G.K.* Interactive Decision Maps. Approximation and Visualization of Pareto Frontier. Appl. Optimization. V. 89. Kluwer Academic Publishers. Boston / Dordrecht / New York / London. 2004. 310 p. ISBN 987-1-4020-7631-2.
5. *Каменев Г.К.* Численное исследование эффективности методов полиэдральной аппроксимации выпуклых тел. М: Изд. ВЦ РАН, 2010. 118 с. ISBN 978-5-91601-043-5.

УДК 519.853.32

Решение задач квадратичного программирования с относительной точностью и ее применение в задачах механики деформируемого твердого тела

С.В. Шпирко¹, Ю.Е. Нестеров¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
shpirko@yahoo.com

Рассмотрим задачу безусловной оптимизации. Для получения оценки скорости сходимости методов нам необходимо знать абсолютную точность начального приближения. Как правило, данную оценку заменяют некоторой оценкой, зависящей от диаметра допустимого множества. В случае безусловной оптимизации такая оценка может быть слишком велика. Чтобы обойти данную проблему, авторы предлагают искать приближенное решение с относительной точностью: $f(\tilde{x}) \leq (1 + \delta) f(x^*)$.

Предложенная идея оказывается продуктивной для некоторых классов задач безусловной оптимизации, в частности для минимизации однородных выпуклых функций на аффинном множестве: $f^* = \min_x \{f(x) : Cx = b\}$, где целевая функция $f(x)$ является опорной для некоторого выпуклого компактного множества $Q : 0 \leq \text{int } Q$. В этом случае задача построения нижней и верхней однородной аппроксимации целевой функции $\gamma_0 \|x\| \leq f(x) \leq \gamma_1 \|x\|$ корректна и эквивалента приближенному нахождению эллипсоида Джона W для субдифференциала $f(x)$ в нуле: $\frac{1}{\gamma_1}W \subseteq Q \subseteq \frac{1}{\gamma_0}W$ [1].

В случае выпуклой оболочки конечного числа точек такой алгоритм был предложен Хачияном [2] и Нестеровым [3]. В настоящей работе мы развиваем данную технику на случай пересечения эллипсоидов. А именно, рассмотрим типичную оптимизационную задачу сверхбольших размеров:

$$\begin{aligned} \min_x f(x), \\ f(x) = \max_{1 \leq i \leq m} f_i(A_i x), \\ f_i(u_i) = \min_{\tau \leq 0} \{\tau : u_i \in \tau Q_i\}, \end{aligned}$$

матрицы $A_i: R^n \rightarrow R^{m_i}$ разреженные, множества Q_i «простые» и для них известны соответствующие эллипсоиды Джона W_i :

$$W_i \subseteq Q_i \subseteq \bar{\gamma} W_i \text{ для некоторых } B_i \succ 0, i = 1, \dots, m, \text{ где } W_i \stackrel{\text{def}}{=} \{u_i : \|u_i\|_{B_i} \leq 1\} \text{ и } \|x\|_B \stackrel{\text{def}}{=} \langle Bx, x \rangle^{\frac{1}{2}}.$$

Таким образом, нам необходимо построить «хороший» эллипсоид W для множества $Q = \bigcap_{i=1}^m \{x : A_i x \in Q_i\}$, или, что то же самое, найти $B \succ 0$:

$$\frac{1}{\gamma_2} \|x\|_B \leq f(x) \leq \frac{1}{\gamma_1} \|x\|_B.$$

Мы предлагаем итеративный процесс, обеспечивающий аппроксимацию

$$\frac{1}{\bar{\gamma}} \|x\|_B \leq f(x) \leq \sqrt{\kappa n} \|x\|_B, \text{ где } \kappa > 1 - \text{некоторый параметр.}$$

Для решения исходной задачи развиваются два метода субградиентного типа. Первый метод решает задачу за $\left\lfloor \frac{\bar{\gamma}^4 \kappa^2 n^2}{\delta^2} \right\rfloor$ число итераций. Второй, с рекурсивной стратегией обновления начального приближения, обеспечивает сходимость с более быстрой скоростью (число итераций метода пропорционально размерности n задачи).

В качестве области применения развитого в настоящей работе аппарата рассматривается задача нахождения оптимальной топологии деформируемого твердого тела, приводятся оценки сходимости для двумерного случая.

Литература

1. *Nesterov Yu.* Unconstrained Convex Minimization in Relative Scale // *Math. Oper. Res.* 2009. V. 34, N 1. P. 180–193.
2. *Khachiyan L.* Rounding of polytopes in the real number model of computation // *Math. Oper. Res.* 1996. V. 21, N 2. P. 307–320.
3. *Nesterov Yu.* Rounding of convex sets and efficient gradient methods for linear programming problems // *Optimization Methods and Software.* 2008. V. 23, N 1. P. 109–128.

УДК 519.6:519.852

Построение двойственного метода простой итерации для решения линейной задачи полуопределенного программирования

В.А. Стукалюк¹, В.Г. Жадан^{2,1}, Я.С. Пронин¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

vstukalyuk@yandex.ru

Линейная задача полуопределенного программирования (SDP – semidefinite programming) представляет собой одно из важных направлений математического программирования. Постановка задачи SDP была дана Р. Беллманом и К. Фаном [1] в 1963 году. Основными методами решения задач SDP стали методы внутренней точки, которые являются обобщениями соответствующих методов, предложенных ранее для задач линейного программирования. Первыми предложили прямой метод внутренней точки С.М. Анцыз и И.И. Дикин [3]. В дальнейшем указанный метод получил название *аффинно-масштабирующего*. После этого появились двойственные и прямо-двойственные методы. Впервые указанные методы, а также методы ньютоновского типа удалось обобщить на случай линейной задачи полуопределенного программирования Ю.Е. Нестерову и А.С. Немировскому [2]. В частности, было разработано множество способов построения ньютоновских направлений движения для прямо-двойственных методов SDP.

Целью данной работы является построение двойственного метода простой итерации для решения задачи полуопределенного программирования. В этом методе на основании необходимых условий для прямой и двойственной задач выбирается зависимость прямых переменных от двойственных, которая подставляется в условие допустимости для прямой задачи. Получившаяся система нелинейных уравнений решается с помощью метода простой итерации. При построении метода предложен способ использования всех точек допустимого множества, включая граничные. Это позволило расширить область сходимости метода. Для этого реализован механизм совместного движения в минимальной грани, а также в сопряженной к ней грани.

Литература

1. *Bellman R., Fan K.* On system of linear inequalities in Hermitian matrix variables // *Proceedings of Symposia in Pure Mathematics.* 1963. P. 746–748.

2. *Nesterov Y., A. Nemirovsky A.* Interior Point Polynomial Algorithms in Convex Programming // SIAM Publications, SIAM, Philadelphia. 1994. P. 405.
3. *Анцыз С.М., Дикин И.И.* Об одном численном методе решения задачи линейного программирования и некоторых ее обобщений // ДАН СССР. 174. 4, 1967. С. 747–748.
4. *Бабынин М.С., Жадан В.Г.* Барьерно-проективный метод для полуопределенного программирования // Сообщения по прикладной математике. М.: ВЦ РАН, 2007.
5. *Дикин И.И.* Метод внутренних точек в линейном и нелинейном программировании. М.: URSS, 2009. 120 с.
6. *Евтушенко Е.Г., Жадан В.Г.* Двойственные барьерно-проективные и барьерно-ньютоновские методы для линейного программирования // Журнал вычисл. матем. и матем. физики. 1994. Т. 36, № 7. С. 30–45.

УДК 591.714

Точность аппроксимации задачи максимизации полуопределенной квадратичной формы на булевом кубе при больших значениях максимума

*Ю.В. Максимов*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
yury.maximov@phystech.edu

Задача максимизации полуопределенной квадратичной формы на булевом кубе является классической NP-трудной задачей комбинаторной оптимизации. Стандартным подходом к решению задач такого типа является построение полуопределенной релаксации.

В работе [1] Ю.Е. Нестеровым был предложен подход, позволяющий оценить с константной точностью значение максимума формы на булевом кубе через решение задачи полуопределенной релаксации.

Представленная в докладе техника позволяет улучшить универсальную границу [1] при условии, что максимум полуопределенной квадратичной формы на булевом кубе принимает достаточно большое значение.

Литература

1. *Nesterov Yu.* Semidefinite relaxation and nonconvex quadratic optimization // Optimization Methods and Software. 1998. V. 9. Iss. 1–3. P. 141–160.

УДК 517.977.8

Применение методов выпуклой оптимизации для решения сильно выпукло-вогнутых седловых задач оптимального управления

*П.Е. Дзуреченский*¹, *Ю.Е. Нестеров*¹, *В.Г. Спокойный*²

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² Weierstrass Institute, Германия

pashadvur@hotmail.ru

В теории дифференциальных игр рассматриваются задачи управления системой с динамикой, заданной дифференциальным уравнением, в условиях помехи,

неопределенности или конфликта. В частности, рассматриваются игры двух лиц с противоположными интересами. Каждый из игроков выбирает свое управляющее воздействие на систему, стремясь достичь своей цели. В докладе рассматривается класс игр с линейной динамикой на конечном интервале времени и сильно выпукловогнутому целевым функционалом, состоящим из интегрального слагаемого, зависящего от управлений игроков, и слагаемых, зависящих от положения системы в фиксированном конечном наборе моментов времени. Первый игрок стремится минимизировать значение функционала путем выбора своего управления, второй – максимизировать. Рассматривается задача поиска оптимального гарантированного результата для каждого из игроков, которая сводится к задаче поиска седловой точки функционала на прямом произведении двух пространств функций, зависящих от времени. В предположении, что седловая точка существует, в докладе предлагается численный метод поиска цены игры (значения функционала в седловой точке), а также оптимальных стратегий управления для каждого из игроков. Метод строится следующим образом. В [1] предложен эффективный метод поиска слабого решения вариационного неравенства в конечномерном пространстве с липшицевым и монотонным оператором с точностью ε за $O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$ итераций. Дифференциальные уравнения динамики в рассматриваемой в докладе задаче сводятся к линейным ограничениям типа равенства. Это позволяет применить принцип Лагранжа и добавить ограничения в целевой функционал. Для получившейся эквивалентной задачи строится двойственная, которая оказывается конечномерной и, в свою очередь, сводится к задаче поиска слабого решения вариационного неравенства, причем оператор является липшицевым и монотонным. Для решения двойственной задачи применяется указанный метод из [1]. По информации, генерируемой при решении двойственной задачи, восстанавливается приближенное решение прямой задачи – цена игры и оптимальные стратегии. Производится оценка погрешности вычисления цены игры и невязки в линейных ограничениях. Доказывается, что описанная конструкция позволяет находить приближенное решение исходной задачи с точностью ε за $O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$ итераций.

Работа выполнена в рамках лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании (ПреМоЛаб), ФУПМ МФТИ, грант Правительства РФ дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. *Nesterov Yu.*, Dual extrapolation and its applications for solving variational inequalities and related problems // J. Mathem. Programming: Series B. 2007. V. 109, N 2. P. 319–344.

Секция структурных методов статистики и оптимизации

УДК 519.23+529.226

Неравенство концентрации для метода экспоненциального взвешивания

Д.М. Островский^{1,2}

¹ Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,

² Московский физико-технический институт (государственный университет)

cherhavla@gmail.com

В работе рассматривается задача оценивания неизвестного вектора $\mu \in \ell_2(1, \infty)$ в простейшей гауссовской линейной модели

$$Y_i = \mu_i + \sigma \xi_i, \quad i \in \mathbb{N},$$

где случайные величины ξ_i независимы и распределены по стандартному нормальному закону, а уровень шума $\sigma > 0$ для простоты полагается известным. Для решения данной задачи используется следующее семейство \mathcal{H}_0 проекционных оценок: $\hat{\mu}_i^m = 1\{i \leq m\} Y_i$. Качество оценок из этого семейства характеризуется их среднеквадратичным риском $r(\hat{\mu}^m, \mu) = E_\mu \|\hat{\mu}^m - \mu\|^2$, где E_μ – усреднение по мере, порожденной наблюдениями. Нетрудно показать, что этот риск имеет вид $r(\hat{\mu}^m, \mu) = \sum_{i=m+1}^{\infty} \mu_i^2 + \sigma^2 m$. Если бы нам был известен вектор μ , то, минимизировав это выражение по m , легко было бы найти лучшую (для данного μ) оценку в семействе \mathcal{H}_0 . Риск этой «оценки», которая в обычном смысле оценкой, конечно же, не является, принято называть *риском оракула* $r^{\mathcal{H}_0}(\mu)$.

Наша задача – построить на основе наблюдений и имеющихся оценок новую оценку, риск которой был бы близок к недостижимому на практике риску оракула. Для этого мы будем агрегировать оценки с помощью метода экспоненциального взвешивания. Данный метод, берущий свое начало в [1], состоит в следующем. В качестве оценки вектора μ используется выпуклая комбинация оценок из семейства \mathcal{H}_0 : $\bar{\mu}^\beta(Y) = \sum_{m \in \mathbb{N}} w^m(Y) \hat{\mu}^m(Y)$ с зависящими от наблюдений весами $w^m(Y) \sim \exp\left[\frac{-\hat{r}(Y, \hat{\mu}^m)}{2\beta\sigma^2}\right]$; здесь $\hat{r}(Y, \hat{\mu}^m)$ – несмещенная оценка риска оценки $\hat{\mu}^m$. Величина $\beta > 0$ является параметром метода. Целью является оценить, насколько величина квадратичной ошибки $\|\bar{\mu}^\beta - \mu\|^2$ отличается от риска оракула. Предельный случай $\beta = 0$ этого метода агрегации оценок соответствует классическому критерию Акаике [2]. Для него известно оракульное неравенство Кнайпа [3], контролирующее отклонение квадратичной ошибки оценивания от риска оракула. Аналогичные результаты для экспоненциального взвешивания при $\beta > 0$ до настоящего времени неизвестны. Сравнительно недавно при $\beta \geq 2$ были получены неравенства, оценивающие близость среднеквадратичного риска к риску оракула [4]. Но, к сожалению, эти неравенства не позволяют ничего сказать о концентрации ошибки оценивания около риска оракула. Чтобы выяснить, как происходит эта кон-

центрация, введем избыточный риск $\Delta^\beta(\mu) = \mathbb{E}_\mu \left[\|\bar{\mu}^\beta - \mu\|^2 - r^{\mathcal{H}_0}(\mu) \right]_+$. Для этой величины справедлив следующий результат.

Теорема. При всех $\beta > 0$ равномерно по $\mu \in \ell_2(1, \infty)$ выполнено неравенство

$$\Delta^\beta(\mu) \leq K\sigma^2 \sqrt{\frac{r^{\mathcal{H}_0}(\mu)}{\sigma^2}} + 2\beta\sigma^2 \log \left\{ \frac{r^{\mathcal{H}_0}(\mu)}{\sigma^2} \left[1 + \Psi_\beta \left(\frac{r^{\mathcal{H}_0}(\mu)}{\sigma^2} \right) \right] \right\},$$

где $K > 0$ – абсолютная константа, а $\Psi_\beta(r)$ – такая функция, что

1. $\Psi_\beta(r)$ ограничена для любого фиксированного $\beta > 0$;
2. $\Psi_\beta(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$;
3. слагаемое во второй строке неравенства является $o(1)$ при $\beta \rightarrow 0$.

Этот результат означает, что концентрация ошибки метода экспоненциального взвешивания при $\beta > 0$ происходит практически с той же скоростью, что и в неравенстве Кнайпа, а в пределе $\beta \rightarrow 0$ мы получаем в точности это неравенство.

Литература

1. *Nemirovski A.S.* Topics in non-parametric statistics // Lecture Notes in Math. Berlin: Springer-Verlag, 2000.
2. *Akaike H.* Information theory and an extension of the maximum likelihood principle // Proc. 2nd International Sympos. on Information Theory. 1971. P. 267–281.
3. *Kneip A.* Ordered linear smoothers // Annals of Stat. 1994. N 22. P. 835–866.
4. *Голубев Г.К.* Экспоненциальное взвешивание и оракульные неравенства для проекционных оценок // Проблемы передачи инф. 2012. Т. 48. С. 268–280.

УДК 519.651

Сравнение различных методов скорейшего спуска для квадратичной функции

А.В. Гаглоев¹, Б.Т. Поляк^{2,1}

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

gagloev.a.v@gmail.com

Среди методов поиска безусловного минимума функции $f(x)$ многих переменных можно выделить важный тип итерационных методов, в процессе которых строится последовательность точек x^k по следующему правилу:

$$x^{k+1} = x^k + h^k v^k,$$

где параметры $h^k \in \mathbb{R}_+^1$ и $v^k \in \mathbb{R}^n$ имеют смысл шага и направления соответственно. Пусть $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ – симметричная положительно определенная матрица с собственными значениями $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n$, f – целевая функция, $f(x) = \frac{1}{2} \langle Ax, x \rangle - \langle b, x \rangle$, где $x, b \in \mathbb{R}^n$, а $\langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \forall x, y \in \mathbb{R}^n$. Требуется найти $x^* = \arg \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$. Цель работы – сравнение эффективности вариантов методов скорейшего спуска, с выбором шага по правилу $h^k = \arg \min_{h \in \mathbb{R}^1} f(x^k + hv^k)$, для

следующих способов выбора направления:

1. $v^k = -f'(x^k)$ (градиентный скорейший спуск);
2. v^k – независимые случайные векторы, равномерно распределенные на единичной сфере $\langle v^k, v^k \rangle = 1$ (случайный скорейший спуск);
3. v^k – независимые случайные векторы с дискретным распределением $P\{v^k = e^j\} = p^j, j = \overline{1, n}$, где $\{e^j\}_{j=\overline{1, n}}$ – координатные векторы (координатный случайный спуск).

Оказывается, каждый из этих методов имеет свои достоинства и недостатки (некоторые результаты можно найти в [2]). Для наискорейшего градиентного спуска справедлива точная оценка, полученная Л.В. Канторовичем в 1947 г. [1]

$$\frac{f(x^{k+1})}{f(x^k)} \leq 1 - \frac{4}{(\sqrt{\mu} + \frac{1}{\sqrt{\mu}})^2}, \text{ где } \mu = \frac{\lambda_n}{\lambda_1} - \text{число обусловленности матрицы } A.$$

В качестве меры эффективности рассматриваемых случайных методов используется условное математическое ожидание $q(x^k) = E_{x^k} \frac{f(x^{k+1})}{f(x^k)}$. В случае $v^k \in R(S_1^{n-1})$ метод имеет в среднем линейную скорость сходимости, оценки для которой, в том числе и асимптотические, при $n \rightarrow \infty$ и $\mu \rightarrow \infty$ соответственно получены на основе неравенства $q(x^k) \leq 1 - \frac{\lambda_1 v_1^k}{\langle Av^k, v^k \rangle}$. Данный способ выбора направлений поиска минимума обладает преимуществом по сравнению с градиентным для малых размерностей рассматриваемого пространства $n = 2, 3$ и больших чисел обусловленности μ . Случайный координатный спуск с выбором вероятностей $p^j = \frac{\langle Ae^j, e^j \rangle}{\text{tr} A}, j = \overline{1, n}$, имеет линейную скорость сходимости, $q(x^k) \leq \frac{\lambda_1}{\text{tr} A}$ [4]. Несмотря на низкую скорость сходимости, в некоторых случаях данный метод является более предпочтительным по сравнению с градиентным благодаря его простоте с вычислительной точки зрения ($O(n)$ операций на один шаг вместо $O(n^2)$) [3].

Работа выполнена при поддержке Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, МФТИ, грант правительства РФ дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. Канторович Л.В. О методе наискорейшего спуска // ДАН СССР. 1947. Т. 56, № 3.
2. Поляк Б.Т. К вопросу о сравнении градиентного метода и метода случайного поиска // Автоматика и вычислительная техника. 1977. № 3. С. 57–60.
3. Nesterov Yu.E. Efficiency of coordinate descent methods on huge-scale optimization problems // SIAM Journal on Optimization, 2012. V. 22. P. 341–362.
4. Leventhal D., Lewis A.S. Randomized Methods for Linear Constraints: Convergence Rates and Conditioning // Math. Oper. Res. 2010. V. 35, N 3. P. 641–654.

УДК 519.714

Аппроксимация несбалансированных булевых функций схемами глубины 2

Ю.В. Максимов¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)

yury.maximov@phystech.edu

Представленное в докладе исследование мотивировано недавней работой [9], в которой показано, что сложность аппроксимации булевых функций схемами глубины 2 (в частности, дизъюнктивными нормальными формами) с мультипликативной

точностью $\varepsilon > 0$ существенно ниже, чем построение точной реализации булевой функции.

В работах [1–5, 7, 8] получен ряд результатов, свидетельствующих о том, что реализация булевых функций, принимающих значение 0 в относительно небольшом числе точек, существенно меньше, чем в общем случае. Естественным обобщением указанного свойства является свойство несбалансированности булевой функции: мощности прообразов нуля и единицы функции отличаются существенно. Функции указанной специфики находят широкие приложения в задачах анализа данных [6, 10, 11]. Особенно в тех случаях, когда требуется выразить ответ в терминологии предметной области (задачи медицинской диагностики, кредитного анализа, технической диагностики).

В настоящей работе основной упор сделан на исследование свойств несбалансированных булевых функций. Техника настоящего исследования во многом опирается на результаты работы [9] и фурье-анализ.

Литература

1. Дьяконов А.Г. Реализация одного класса булевых функций с малым числом нулей тупиковыми дизъюнктивными нормальными формами // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2001. Т. 41, № 5. С. 821–828.
2. Дьяконов А.Г. Построение дизъюнктивных нормальных форм в логических алгоритмах распознавания // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2002. Т. 42, № 12. С. 1899–1907.
3. Дьяконов А.Г. Тестовый подход к реализации дизъюнктивными нормальными формами булевых функций с малым числом нулей // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2002. Т. 42, № 6. С. 924–928.
4. Журавлев Ю.И., Коган А.Ю. Реализация булевых функций с малым числом нулей дизъюнктивными нормальными формами и смежные задачи // Докл. АН СССР. 1985. Т. 285, № 4. С. 795–799.
5. Журавлев Ю.И., Коган А.Ю. Алгоритм построения дизъюнктивной нормальной формы, эквивалентной произведению левых частей булевых уравнений нельсоновского типа // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1986. Т. 26, № 8. С. 1243–1249.
6. Журавлёв Ю.И., Рязанов В.В., Сенько О.В. Распознавание. Математические методы. Программная система. Практические применения. М.: ФАЗИС, 2006. 176 С.
7. Максимов Ю.В. Простые дизъюнктивные нормальные формы булевых функций с ограниченным числом нулей // Доклады Академии наук. 2012. Т. 445, № 2. С. 143–143.
8. Максимов Ю.В. Сравнительный анализ сложности булевых функций с малым числом нулей // Доклады академии наук. 2012. Т. 447, № 6. С. 607–609.
9. Blais E., Tan L.-Y. Approximating Boolean functions with depth-2 circuits. 2013. ECCC Technical Report 13-051. <http://eccc.hpi-web.de/report/2013/051/>
10. Boros E., Sepeck O., Kogan A., Kucera P. Exclusive and essential sets of implicates of Boolean functions. Discrete Applied Mathematics. 2010. V. 158, Iss. 2. P. 81–96.
11. Boros E., Crama Y., Hammer P.L., Ibaraki T., Kogan A., Makino K. Logical analysis of data: classification with justification. Annals of Operations Research. 2011. V. 188, Iss. 1. P. 33–61.
12. Lupanov O. Implementing the algebra of logic functions in terms of constant depth formulas in the basis // Dokl. Ak. Nauk. USSR. 1961. V. 136. P. 1041–1042.

УДК 519.651

Построение регрессии на гауссовских процессах по выборкам с полным факторным планом эксперимента

М.Г. Беляев^{1,2,3}, *Е.Р. Капушев*^{1,2,3}

¹ Datadvance,

² Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,

³ Московский физико-технический институт (государственный университет)
belyaevmichel@gmail.com

В работе рассматривается задача аппроксимации неизвестной зависимости по заданной обучающей выборке $S = \{x_i, y_i\}_{i=1}^N$, которая содержит конечный набор пар «точка» – «значение функции в точке». Одним из популярных методов решения этой задачи является регрессия на гауссовских процессах [1]. В рамках метода предполагается, что выборка порождена как реализация некоторого гауссовского процесса с ковариационной функцией из заданного параметрического семейства. Построение модели проводится с помощью метода максимума правдоподобия и сводится к оптимизации по параметрам модели следующей функции:

$$\tilde{l}(\theta, \lambda) = -\frac{1}{2}y^T (K + \lambda I)^{-1} y - \frac{1}{2} \log |K + \lambda I|,$$

где матрица $K = K(\theta)$ размера $N \times N$ содержит попарную ковариацию точек обучающей выборки, а θ – параметр ковариационной функции. Функция $\tilde{l}(\theta, \lambda)$ невыпукла и имеет большее число локальных минимумов. Ее оптимизация, как правило, проводится с помощью метода сопряженных градиентов.

Мы рассмотрим частный случай этой задачи, когда множество точек обучающей выборки $\Sigma = \{x_i\}_{i=1}^N$ является декартовым произведением: $\Sigma = \sigma_1 \times \sigma_2 \times \dots \times \sigma_K$, где $\sigma_k = \{x_{i_k}^k \in X^k\}_{i_k=1}^{n_k}$, $X_k \subset \mathbb{R}^{d_k}$. Такая структура данных часто встречается в задачах инженерного проектирования и обусловлена типичной постановкой эксперимента, в ходе которого строится обучающая выборка. Отметим две характерные особенности множества Σ . Это большой объем выборки (вплоть до $N = 10^7$), равный произведению мощностей факторов, и существенно неравномерное распределение точек $x_{i_k}^k$ в X_k . Вторая особенность отвечает знаниям из прикладной области, которые учитываются при генерации множества Σ , – большая плотность точек используется для областей с высоким градиентом моделируемой функции.

Указанные особенности существенно осложняют применение регрессии на гауссовских процессах. Сложность стандартного алгоритма составляет $O(N^3)$, что не позволяет использовать его для объемов выборки, существенно превосходящих $N \sim 10^4$. Неравномерное распределение точек обучающей выборки, соответствующее пространственной неоднородности функции, требует применения нестационарных ковариационных функций, которые на данный момент развиты достаточно слабо.

Для понижения вычислительной сложности мы воспользуемся аппаратом тензорной алгебры и свойствами произведения Кронекера [2]. Наиболее распространенные ковариационные функции (например, гауссовская) являются произведением ковариационных функций меньшей размерности. В совокупности со структурой множества Σ это означает, что матрица K будет произведением Кронекера матриц меньших размерностей. С другой стороны, множество значений $\{y_i\}_{i=1}^N$ представимо в виде K -мерного тензора. Переписав все операции (включая подсчет производных функции $\tilde{l}(\theta, \lambda)$) с помощью тензорных операций, мы получим сложность $O(N \sum n_k)$.

Вторая особенность может быть учтена с помощью предобработки данных – нелинейного преобразования $x_{i_k}^k \rightarrow \tilde{x}_{i_k}^k$, которое позволяет получить равномерное расстояние между точками множеств $\{\tilde{x}_{i_k}^k\}_{i_k=1}^{n_k}$. Это может быть сделано в предположении, что точки из факторов σ_k были получены из некоторого неизвестного распределения f_k . Оценив распределения f_k (например, с помощью ядерной оценки) по выборкам $\{x_{i_k}^k\}_{i_k=1}^{n_k}$, мы можем провести преобразование $\tilde{x}_{i_k}^k = f_k(x_{i_k}^k)$.

Предложенный метод позволяет решить некоторые задачи инженерного проектирования, обладающие указанными особенностями.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, МФТИ, грант правительства РФ дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. *Rasmussen C.E.* Gaussian processes for machine learning. MIT Press, 2006. 248 p.
2. *Беляев М.Г.* Аппроксимация многомерных зависимостей по структурированным выборкам // Искусственный интеллект и принятие решений. 2013. № 3. С. 24–39.

УДК 519.233, 519.213.2

Неравенства концентрации для семейства квадратичных форм

*Н.К. Животовский*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
nkzh90@gmail.com

В данной работе исследуются статистические модели, для которых параметры задаются некоторым набором уравнений вида

$$E[g(Z, \theta) | X] = 0 \leftrightarrow \theta = \theta_0,$$

где g – известная функция от $(d + q)$ -мерного случайного вектора $Z = (Y^T, X^T)^T$ и p -мерного вектора параметров θ , принадлежащего фиксированному множеству $\Theta(r)$, которое является шаром радиуса r с центром в истинном значении параметра θ_0 .

Обозначим наблюдаемую выборку \mathbf{Z} . Определим

$$M(\mathbf{Z}, \theta) = \sum_{i,j} g_i(\theta) g_j(\theta) w_{ij},$$

где $g_i(\theta) = g(Z_i, \theta)$, суммирование ведется по объектам наблюдаемой выборки, а веса w_{ij} выбраны так, что составленная из них квадратная матрица является положительно определенной. Можно показать, что

$$EM(\mathbf{Z}, \theta) = \sum_{i,j} b_i(\theta) b_j(\theta) w_{ij} + \sum_i E\varepsilon_i^2(\theta) w_{ii},$$

где $b_i(\theta) = Eg_i(\theta)$, $\varepsilon_i(\theta) = g_i - Eg_i(\theta)$. В случае, если параметрическое предположение истинно, то θ_0 доставляет минимум $\sum_{i,j} b_i(\theta) b_j(\theta) w_{ij}$.

По наблюдаемой выборке \mathbf{Z} можно оценить значение $EM(\mathbf{Z}, \theta)$, а следовательно, при известных значениях $E\varepsilon_i^2(\theta)$ мы имеем оценку θ_0 . Для доказательства того, что

соответствующая оценка концентрируется около искомого значения θ_0 , необходимо исследовать поведение эмпирического процесса

$$U(\theta) = \sum_{i,j} \varepsilon_i(\theta) \varepsilon_j(\theta) w_{ij}.$$

В работе при некоторых условиях на моменты $\varepsilon_i(\theta)$ доказывается, что в случае оптимального выбора радиуса r процесс $U(\theta)$ слабо изменяется в $\Theta(r)$. Это выражается равномерным по θ неравенством концентрации $U(\theta)$ около его математического ожидания.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании, МФТИ, грант правительства РФ дог. 11.G34.31.0073.

Литература

1. Hsu D., Kakade S.M., Zhang T. A tail inequality for quadratic forms of subgaussian random vectors // Electron. Commun. Probab. 2012. 17.
2. Spokoiny V. Parametric estimation. Finite sample theory // Ann. Statist. 2012. 40. P. 2877–2909.
3. Spokoiny V. Wilks Theorem for penalized maximum likelihood estimators // arXiv: 1205.0498.

УДК 621.391.1

О дискретном робастном сжатии отсчетов и обобщенной задаче Улама

Г.А. Кабатянский¹, В.Г. Спокойный²

¹ Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН,

² Humboldt-Universitat zu Berlin, Германия

kaba@iitp.ru

Рассматривается дискретный вариант задачи сжатия отсчетов (compressed sensing). В традиционной (непрерывной) постановке задачи сжатия отсчетов исследуется вопрос об экономном и эффективном восстановлении t -разреженного n -мерного вектора $x = (E_0, \dots, E_n)$ по его «отсчетам», то есть по скалярным произведениям $s_i = (x, h^{(i)})$ вектора x с заранее выбранными векторами $h^{(1)}, \dots, h^{(r)}$, см. [1, 2]. Если измерения s_i точные, то налицо традиционная задача теории кодирования, см. [3], но над нетрадиционным полем – вещественных или комплексных чисел. Но в этом случае все становится очень простым – можно взять коды Рида–Соломона и соответствующие алгоритмы декодирования [3]. Нетривиальность результатов [1, 2] и последующих работ состоит в том, что предложенные алгоритмы позволяют восстановить x и в случае неточности как линейных измерений (скалярных произведений), так и неточности измерений координат самого вектора. В дискретном случае неточность измерений координат уже заложена в разреженности вектора, см. [4], а вот неточность измерений, называемых в теории кодирования *координатами вектора-синдрома* дает новую для теории информации задачу – восстановление вектора-ошибки веса $\leq t$ при условии, что часть координат (но не более l) синдрома ошибочна. В частном случае $t = 1$ получается знаменитая проблема Улама о поиске с лжецами (l – число лжецов) [5].

В докладе доказываются верхние и нижние границы на минимальную величину числа r – избыточность кода или число вопросов в обобщенной задаче Улама. В частности, доказано, что $r = 4l(1 + o(1))$ при $t = \text{const}$ и растущем l .

Литература

1. *Donoho D.L.* Compressed sensing // IEEE Transactions on Information Theory. 2006. V. 52(4). P. 1289–1306.
2. *Candes E.J., Tao T.* Near-Optimal Signal Recovery From Random Projections: Universal Encoding Strategies? // IEEE Transactions on Information Theory. 2006. V. 52(12). P. 5406–5425.
3. *MacWilliams F.J., Sloan J.J.* The Theory of Error-Correcting Codes. North-Holland. Amsterdam, 1977.
4. *Candes E.J., Tao T.* Decoding by linear programming // IEEE Transactions on Information Theory. 2005. V. 51(12), P. 4203–4215.
5. *Pelc A.* Solution of Ulam’s Problem on Searching with a Lie // J. Comb.Theory. Ser. A. 1987. 44. P. 129–140.

УДК 519.157.3

Сложность алгоритма Markov Chain Monte Carlo применительно к задаче ранжирования веб-страниц

*Е.Ю. Клочков*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
eklochov@gmail.com

Рассмотрим задачу ранжирования веб-страниц. Имеется матрица переходных вероятностей P на графе с n вершинами. Необходимо найти стационарное распределение вероятностей π , которое удовлетворяет

$$\pi^T P = \pi^T.$$

Если запустить блуждающего по графу с соответствующими матрице P вероятностями человека, то через достаточно большое время $T_{mix}(\varepsilon)$ [1] распределение положения θ человека будет удовлетворять неравенству $\|\theta - \pi\|_2 < \varepsilon$.

В алгоритме Markov Chain Monte Carlo [1] предлагается запустить некоторое число таких человек и по финальным положениям этих человек оценить стационарное распределение вероятностей.

Предполагается, что матрица P имеет спектральную щель α . Так же предполагается, что ненулевые внедиагональные элементы матрицы P в пределах каждой строки равны. Это позволяет генерировать каждый шаг блуждающего человека за $O(\ln n)$.

С помощью bounded differences inequality [2] доказывается, что при правильном выборе числа человек и числа шагов для них МСМС дает оценку $\tilde{\pi}$ такую, что с вероятностью, не меньшей, чем $1 - \delta$, выполняется

$$\|\tilde{\pi} - \pi\|_2 < \varepsilon,$$

проведя при этом $O\left(\ln n \frac{\ln \delta^{-1}}{\alpha \varepsilon^2} \ln \sqrt{\frac{\ln \delta^{-1}}{\varepsilon^2}}\right)$ операций.

Работа выполнена при поддержке РФФИ 11-01-00494-а, 12-01-33007 мол-а-вед; Лаборатория Структурных Методов Анализа Данных в Предсказательном Моделировании, грант Правительства Российской Федерации №11.G34.31.0073.

Литература

1. *Гасников А.В., Дмитриев Д.* Об эффективных рандомизированных алгоритмах поиска вектора PageRank // Автоматика и телемеханика. 2013.
2. *Boucheron S., Lougosi G., Massart P.* Concentration inequalities using the entropy method // Ann. Probab. 2003. V. 31, N. 3. P. 1583–1614.

Секция теоретической информатики

УДК 519.1

Перечисление подграфов с заданной последовательностью степеней вершин

М.И. Исаев^{1,2}

¹ Ecole polytechnique, France,

² Московский физико-технический институт (государственный университет)

Isaev.M.I@gmail.com

Пусть G является простым неориентированным графом с n вершинами v_1, v_2, \dots, v_n и множеством ребер EG . Рассмотрим пространство $R^{|EG|}$ векторов $\vec{x} = (\xi_{\{j,k\}})$, где пара $\{j, k\}$ соответствует ребру $\{v_j, v_k\} \in EG$. Пусть политоп $P_G(\vec{s}) \subset R^{|EG|}$ определяется уравнениями $\sum_{j:\{v_j, v_k\} \in EG} \xi_{\{j,k\}} = s_k$ для $k = 1, 2, \dots, n$ и неравенствами $0 \leq \xi_{\{j,k\}} \leq 1$. Целочисленные точки в $P_G(\vec{s})$ для $\vec{s} \in N^n$ соответствуют помеченным подграфам графа G , имеющим заданную последовательность степеней вершин \vec{s} . Обозначим $S_G(\vec{s}) = |P_G(\vec{s}) \cap Z^{|EG|}|$.

Известно, что задача подсчета числа $S_G(\vec{s})$ является трудной с точки зрения теории сложности. Например, в случае $\vec{s} = (1, 1, \dots, 1)^T$ подсчет $S_G(\vec{s})$ эквивалентен перечислению совершенных паросочетаний графа G . Даже в случае полного графа $G = K_n$, точное выражение $S_G(\vec{s})$ неизвестно, и получены только приближенные асимптотические оценки, см. [1, 2].

В данном докладе будет показано, каким образом аналитический подход [1], [2] может быть распространен на более широкий класс существенно недвудольных графов. Стоит отметить, что рассматриваемый класс графов содержит почти все графы в определенном вероятностном смысле.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ №11-01-00398.

Литература

1. McKay B.D. Subgraphs of dense random graphs with specified degrees // Combinatorics, Probability and Computing. 2011. V. 20. P. 413–433.
2. Barvinok A., Hartigan J. An asymptotic formula for the number of non-negative integer matrices with prescribed row and column sums // Transactions of the American Mathematical Society. 2012. V. 364. P. 4323–4368.

УДК 519.681.4

Исследование функции высоты контекстно-свободных языков

А.А. Рубцов¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)

rubtsov99@gmail.com

В рамках исследования КС-языков возникает естественная задача об их автоматных преобразованиях, которая поставлена и описана в [5]. Эта задача также связа-

на со сложностной классификацией задачи регулярной реализуемости, описанной в [1, 2], для КС-фильтров. Автоматным преобразователем назовём детерминированный автомат с выходом (автомат Мура), автоматное преобразование определяется по преобразователю T естественным образом. Также автоматные преобразования задают естественное отношение порядка \leq_A . Будем говорить, что $L_1 \leq_A L_2$, если существует такой преобразователь T , что $T(L_2) = L_1$. Теорема Хомского–Щютценберже утверждает, что язык правильных скобочных выражений с двумя типами скобок D_2 является автоматически-полным относительно отношения порядка \leq_A , то есть любой КС-язык можно представить в виде образа языка D_2 при некотором автоматном преобразовании.

Исследуемый вопрос состоит в определении положения двух КС-языков относительно отношения порядка \leq_A . В качестве инструмента для исследования используются функции высоты. Под функцией высоты $h_L(n)$ КС-языка L будем понимать максимальную длину самого короткого слова, которое принадлежит L и автомату A с n состояниями, если $L(A) \cap L \neq \emptyset$.

Установлено, что функция высоты произвольного КС-языка ограничена снизу линейной функцией, а верхняя граница 2^{n^2} . Также получено, что автоматное преобразование КС-языка не увеличивает асимптотику функции высоты. Таким образом, используя функцию высоты, можно установить, что $L_1 <_A L_2$, то есть разделить КС-языки в рамках автоматной классификации.

Получена оценка асимптотики функции высоты для языка палиндромов, палиндромов со звёздочкой, верхняя граница для любого КС-языка, распознаваемого МП-автоматом со счётчиком. Установлена вычислительная сложность задачи регулярной реализуемости с указанными языками в качестве фильтров, а также место КС-языков с полиномиальной высотой в рамках сложностной классификации задачи регулярной реализуемости.

Работа поддержана грантом РФФИ 11-01-00398.

Литература

1. Вялый М.Н. О моделях недетерминизма для двусторонних автоматов // Труды VIII международной конференции «Дискретные модели в теории управляющих систем». М.: МаксПресс, 2009. С. 54–60.
2. Vyalyi M.N. On models of a nondeterministic computation // Proc. of CSR 2009. Springer Lecture Notes in Computer Science. 2009. V. 5675. P. 334–345.
3. Рубцов А.А. О регулярных языках-подсказках в модели обобщённых недетерминированных автоматов // Математические модели и задачи управления. М., 2011. С. 61–67. ISBN 978-5-7417-0350-2.
4. Рубцов А.А. Исследование на жёсткость моделей обобщённых недетерминированных автоматов // Труды 54-й научной конференции МФТИ «Управление и прикладная математика». 2011. Т. 1. С. 61–62.
5. Рубцов А.А. Исследование автоматных преобразований контекстно-свободных языков // Труды 55-й научной конференции МФТИ «Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе», Научной конференции «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук в области физики и астрономии», Всероссийской молодёжной научной конференции «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». Управление и прикладная математика. 2012. Т. 1. С. 154.

6. Хопкрофт Дж., Мотвани Р., Ульман Дж. Введение в теорию автоматов языков и вычислений. Изд. 2-е. М.: Вильямс, 2007.
7. Sipser M. Introduction to the Theory of Computation // PWS, 1997.

УДК 519.178

Группа автоморфизмов симметричных графов Кэли над группой Z_2^n . Отношение антиподальности

И.М. Хузиев^{1,2}

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² ООО «Яндекс»

ilnur.khuziev@yandex.ru

1. Исследованы группы автоморфизмов компонент связности заданного класса графов.
2. Обобщены результаты из работы [2] на случай несвязного графа при некоторых ограничениях на параметры.
3. Введено отношение антиподальности, и его свойства исследованы для заданного класса графов.
4. В заданном классе графов каждая вершина имеет ровно одну антиподальную. Отношение инвариантно относительно автоморфизмов графа.
5. Рассмотрена оракульная задача поиска антиподальной вершины. Предъявлен рандомизированный алгоритм нахождения антиподальной вершины.
6. Сложность алгоритма полиномиальна по степени графа.

Литература

1. Мак-Вильямс Ф. Дж., Слоэн Н. Дж. А. Теория кодов, исправляющих ошибки. М.: Радио и связь, 1979.
2. Красин В.Ю. О слабых изометриях булева куба // Дискретн. анализ и исслед. опер. Сер. 1. 2006. 13:4 С. 26–32.

УДК 519.174.1

Устойчивость в задаче поиска минимального разреза в графе

И.В. Козлов¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)

volokno@inbox.ru

Задача комбинаторной оптимизации называется устойчивой, если ее решение сохраняется при возмущении входных параметров, не превышающих некоторого порогового значения – радиуса устойчивости. В работах [1, 2] для некоторых NP-трудных задач о разрезах построены точные полиномиальные алгоритмы в предположении об определенной устойчивости входа.

В работе показано, как строить ускоренные алгоритмы для достаточно устойчивых полиномиальных задач. Подход иллюстрируется на примере известной задачи о поиске минимального разреза (min cut). Заданы граф, весовая функция. Требуется найти множество ребер с минимальным суммарным весом (с минимальной пропускной способностью в случае ориентированного графа), при удалении которых граф распадается на 2 компоненты связности.

Под радиусом устойчивости понимается определение из работы Билу и Линиала [3]. Пусть $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ – вход задачи и $\gamma \geq 1$. Вход w' называется γ -возмущением w , если $\forall u, v \in V, w(u, v) \leq w'(u, v) \leq \gamma w(u, v)$. Вход w называется γ -устойчивым, если существует разрез, остающийся минимальным при всех γ -возмущениях w' входа w . Радиусом устойчивости задачи MINCUT называется максимальное $\gamma \geq 1$, при котором вход задачи является γ -устойчивым.

Доказаны следующие утверждения:

Теорема 1. В n -устойчивой задаче min cut точное решение может быть найдено за время $O(n^2)$.

Теорема 2. В неориентированном графе радиус устойчивости может быть найден за время $O(n^2m)$.

Аналогичные результаты получены для задачи поиска максимального потока в сети и двойственной к ней задаче поиска минимального разреза в сети.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ №11-01-00398.

Литература

1. Linial N. [et.al.] On the practically interesting instances of MAXCUT // STACS. 2013. P. 526–537.
2. Makarychev K., Makarychev Y., Vijayaraghavan A. Bulu-Linial stable instances of max cut and minimum multiway cut // arXiv 1305.1681. 2013. (дата обращения: 27.10.2013).
3. Bilu Y., Linial N. Are stable instances easy? // Innov. Comp. Sci. 2010. P. 332–341.

УДК 512.622

Тождества глубины 3 с многочленами

А.В. Бабенко¹, М.Н. Вялый²

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

alina.v.babenko@gmail.com

В работе рассматриваются тождества с многочленами, заданные в виде схем глубины 3 (см. [1]). Приведены оценки рангов тождеств глубины 3 для произвольного поля \mathbb{F} . Также в данной работе улучшены оценки для рангов простых минимальных тождеств для доказательства нижних оценок.

Задача проверки тождества связана с классификацией полиномов по сложности вычисления. Входом задачи является многочлен над полем \mathbb{F} . На выходе требуется ответить, является ли исходный многочлен тождественно нулевым.

На данный момент известно несколько вероятностных алгоритмов для решения этой проблемы (см. [2]), но вопрос о существовании детерминированного полиномиального алгоритма остается открытым. Детерминированные полиномиальные алгоритмы известны лишь для случаев с ограничениями (например, схемы с ограниченным верхним слоем и глубиной 3).

В работе используются арифметические схемы для представления полинома. Арифметическая схема — ориентированный ациклический граф с одним стоком (называемый выходом). Каждая вершина-источник (вход) обозначена либо переменной x_i , либо элементом соответствующего поля \mathbb{F} . Каждый внутренний узел помечен знаками + или \times , обозначающими аддитивные и мультипликативные выходы соответственно. Принято ранжировать данные узлы по слоям таким образом, чтобы в каждом слое были вершины одного типа.

Говорят, что схема вычисляет полином $f \in \mathbb{F}[x_1, \dots, x_n]$, если выход вычисляет f . Схема называется формулой, если выходная степень в графе равна 1. Размером схемы называется количество узлов в ней. Глубина – это длина наибольшего пути от листового узла до стока. Степень схемы – формальная степень полинома (вычисляется рекурсивно).

Схемой глубины 3 называется сумма произведений линейных форм над полем \mathbb{F} . Вводится понятие ранга схемы как ранг семейства линейных форм данной схемы, рассматриваемых как вектора над полем \mathbb{F} . Для простых минимальных тождеств существует оценка на ранг в работе [3], квадратично зависящая от величины верхнего слоя схемы. Оценка на ранг является характеристикой простоты схемы, а также позволяет построить эффективные алгоритмы решения задачи для случая маленьких рангов. В данной работе была улучшена оценка для случая $\mathbb{F} = \mathbb{R}$, что позволяет сделать вывод о том, что известная оценка на ранг тождеств является завышенной. В частности, получено точное значение максимального ранга тождеств указанного вида с 4 переменными, оно равно 4.

Литература

1. *Saxena N., Seshadhri C.* Polynomial identity testing for depth 3 circuits // Computational Complexity, V. 16 P. 115–138.
2. *Zhi-Zhong Chen, Ming-Yang Kao* Reducing randomness via irrational numbers // STOC'97 Proceedings of the twenty-ninth annual ACM symposium on Theory of computing. 1997. P. 200–209.
3. *Saxena N., Seshadhri C.* From Sylvester-Gallai Configurations to Rank Bounds: Improved Black-Box Identity Test for Depth-3 Circuits // Proceedings of the 51st Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS). 2010. P. 21–29.

УДК 519.713.2

Построение плотных множеств слов, попарно различных конечными автоматами небольшого размера

Р.А. Гимадеев¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
renat@phystech.edu

Одной из важных задач комбинаторики слов является задача подсчета количества состояний конечного детерминированного автомата, необходимых для различения произвольной пары слов длины n двоичного алфавита. На данный момент известно, что это число оценивается снизу $\log n$, а сверху полиномом от n . В данной работе доказано, что почти все слова длины n (за исключением о-малого от их общего числа) различаются автоматами с $O(\log^2 n)$ состояниями, и это дает надежду доказать, что, скорее всего, реальная асимптотика искомой величины расположена ближе к нижней оценке, чем к верхней. Чтобы это доказать, множество слов длины n , которое обладает нужными свойствами, строится конструктивно. Основная идея конструктива — взять только те слова, в которые любое подслово длины $L = 2 \log n$ входит не более константы k раз. В силу проведенных комбинаторных оценок почти все слова длины n именно такие. Для того чтобы различить коротким автоматом любую пару таких слов, достаточно найти подслово w длины L , чтобы наборы его вхождений в данные два слова отличались. Пусть первое различное вхождение — s -е. Номер буквы, с которого оно начинается, будет меньше, чем n , и

найдется модуль $m < \log n$, по которому вхождения дают разные остатки. Можно построить автомат, который будет считать, сколько слов w входит в данное слово, и параллельно хранить остаток от длины прочитанного префикса по модулю m . Такой автомат может определить, какой остаток по модулю m имело s -е по счету вхождение подслова w , а значит, и различить наши два слова. В таком автомате будет состояний, что не превосходит.

Вторая часть работы связана с построением как можно более плотного множества, которое различалось бы автоматами с $\log n$ состояниями. Выясняется, что можно построить множество слов из элементов, которые попарно различаются такими автоматами. Эти слова строятся так — по всему слову равномерно распределяются метки, после этого слова легко различаются автоматом, который обнуляет всю информацию в ближайшей метке, а анализирует только слова между определенными соседними метками.

Работа поддержана грантом РФФИ 11-01-00398.

Литература

1. *Gimadееv R.A., Vyalyi M.N.* Identical relations in symmetric groups and separating words with reversible automata // Proc. of CSR 2010. Springer Lecture Notes in Computer Science. 2010. V. 6072. P. 144–155.
2. *Robson J.M.* Separating strings with small automata // Information Processing Letters. 1989. V. 30. P. 209–214.
3. *Currie J., Petersen H., Robson J.M., Shallit J.* Separating words with small grammars // J. Automata, Languages, and Combinatorics. 1989. V. 4. P. 101–110.
4. *Леонтьев В.К.* Задачи восстановления слов по фрагментам // Дискретный анализ и исследование операций. 1995. Т. 2, вып. 2. С. 26–48.
5. *Леонтьев В.К., Сметанин Ю.Г.* Информационные задачи на множестве слов // Итоги науки и техники. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. ВИНТИ, 2000. С. 41–71.
6. *Хопкрофт Дж., Мотвани Р., Ульман Дж.* Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. М.–СПб.–Киев: Вильямс, 2002.
7. *Bach E., Shallit J.* Algorithmic number theory. V. 1. Efficient algorithms. Cambridge, MA: MIT Press, 1996.
8. *Krasikov I., Roditty Y.* On a reconstruction problem for sequences // J. Comb. Theory. 1997. Ser. A. V. 77, N 2. P. 344–348.
9. *Robson J.M.* Separating words with machines and groups // Informatique theorique et Applications. 1996. V. 30. P. 81–86.

Секция систем математического обеспечения

УДК 004.65

Обмен данными между корпоративными информационными системами на основе сервис-ориентированной архитектуры

К.С. Гудков^{1,2}

¹ Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем,

² Московский физико-технический институт (государственный университет)

`goudkovks@rambler.ru`

Для эффективной совместной работы компаний требуется взаимодействие их информационных систем. Если обмен данными существенно влияет на функционирование информационной системы, то рекомендуется подход, связанный с интеграцией и репликацией данных [1]. Если обмен данными необходим только для выполнения бизнес-процессов, связанных с взаимодействием, и не затрагивает внутренних бизнес-процессов, то интеграция информационных систем является чересчур трудоёмким и неоправданным решением. В этом случае более целесообразным является использование сервис-ориентированной архитектуры [2, 3]. Пусть выполняются следующие условия

- Существует набор приложений, которым необходим доступ к данным сторонних информационных систем.
- Доступ к этим данным можно получить при помощи веб-сервисов SOAP (Simple Object Access Protocol).
- Доступ к части веб-сервисов является ограниченным. С одной стороны, используются защищённые физические каналы связи, с другой стороны, SOAP-запросы подписываются при помощи электронной цифровой подписи (ЭЦП).
- Каждое из приложений используется множеством клиентов.

Необходимо модифицировать приложения, чтобы они могли осуществлять функциональность, связанную с обработкой данных, получаемых от внешних веб-сервисов SOAP. Самый простой метод добиться этого – использовать генерацию прокси-классов на одном из языков программирования высокого уровня (C#, Delphi, Java, ...) на основе языка описания веб-сервисов и доступа к ним WSDL (Web Services Description Language). При этом функциональность по добавлению ЭЦП необходимо вынести в отдельное серверное приложение. В результате клиентское приложение формирует запрос, серверное добавляет к нему ЭЦП и посылает SOAP-запрос к веб-сервису. Веб-сервис возвращает ответ серверному приложению, которое передаёт его клиентскому приложению, которое изначально инициировало запрос. При таком подходе наличие защищённого физического канала связи и установка криптопровайдеров (например, КриптоПро CSP) необходимы только на сервере, присутствует возможность продвинутой журнализации взаимодействия с веб-сервисами.

В работе приводится описание обмена данными между корпоративными информационными системами на основе сервис-ориентированной архитектуры. Приво-

дятся рекомендации по организации доступа к защищённым веб-сервисам из клиентских приложений. Все рекомендации были проверены на практике при создании серверного приложения, осуществляющего добавление ЭЦП к SOAP-запросам клиентских приложений.

Литература

1. *Гудков К.С.* Математическая модель управления справочниками административно-территориального деления стран СНГ в корпоративных информационных системах // Прикладная информатика. 2010. № 5(29). С. 117–124.
2. *Климов В.В., Савинов Н.Л.* Система динамической композиции веб-сервисов на основе их WSDL и OWL-S описаний // Научная сессия МИФИ-2010: сб. науч. тр. 2010. Т. 2. С. 62–64.
3. *Климов В.В., Климов В.П., Миронос С.А.* Построение гибких и совместимых программных продуктов с использованием технологии web-сервисов // Научная сессия МИФИ-2010: сб. науч. тр. 2010. Т. 2. С. 79–80.

УДК 004.75

Онтологическое моделирование средств управления семантического портала

*Н.Г. Рогова*¹

¹ Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем
rogova@fgosniias.ru

В настоящее время применение семантически развитых технологий в сфере информационных систем имеет решающее значение, поскольку позволяет эффективно исполнять запросы на выборку взаимосвязанных данных из различных источников.

В последние годы как в России, так и за ее пределами, для разных предметных областей были разработаны различные онтологии – развитые формы представления метаданных. Анализ разработок показывает, что к настоящему времени не существует доработанной онтологии, которую можно было бы положить в основу при проектировании информационно-справочного портала.

Поэтому задача разработки онтологии прикладной области и формализации на ее основе структуры информационно-справочных порталов, построенных по принципам Semantic Web, является актуальной.

Цель настоящей работы – моделирование онтологии прикладной области и разработка принципов для построения информационно-справочной системы консульского портала на основе данной онтологии.

В ходе исследования были использованы методы построения онтологий, логический анализ и обобщение, методы объектно-ориентированного проектирования и теории графов.

В результате разработана онтология поддержки документов сопровождения – мощный аппарат для описания семантики предметной области, что является ключевым отличием от большинства смежных работ.

Разработана методология построения информационно-справочного портала, отличительной особенностью которой является применение технологий Semantic Web для более гибкого и выразительного описания семантики портала. Разработка онтологии деятельности дает возможность различным системам интегрировать данные, повторно использовать информацию, обеспечивать обмен данными на основе

онтологий. Возможность интеграции данных обеспечит оперативный доступ к информации и позволит активизировать деятельность, повысить ее качество и эффективность, а также будет способствовать развитию инновационной деятельности.

Применение разработанной методологии является также экономически целесообразным, поскольку позволяет минимизировать возможные ошибки при изменении данных, сократить затраты на автоматизацию и информатизацию, на содержание и развитие портала.

УДК 004.75

Распределенные базы данных, используемые в транспортных компаниях с удаленными офисами

*И.А. Меньшиков*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)

`menshivan@phystech.edu`

В работе рассматриваются вопросы коммуникации баз данных территориально удаленных филиалов транспортной компании. Объектом исследования являются функционирующие базы данных, реализованные на одинаковой схеме так, что каждый филиал компании фактически работает со своей локальной базой. Между базами уже существует обмен данными, однако этот обмен не автоматизирован: выборка экспортных данных происходит вручную, нет канала связи между офисами, кроме электронной почты.

Требования, выдвигаемые к лицам, ответственным за поддержку работы баз данных компании, следующие: создать автоматический обмен данными, включающий в себя как пересылку оперативной информации (как информация о грузах, отправляемых из склада, связанного с одним офисом, на склад, связанный с другим офисом), так и синхронизацию имеющейся нормативно-справочной информации, например словарей, таких как словарей рейсов, грузов, складов, тарифов, используемых всеми филиалами, у которых они должны быть соответственно между $n(n > 2)$ офисами, среди которых есть один главный, где хранится стратегическая информация компании, в остальных же собрана информация о локальных перевозках, платежах и т.д. Обмен должен обеспечивать целостность и достоверность данных после каждого обмена информацией, при этом необходимо разграничить права офисов на чтение данных (к примеру, чтение информации о финансах компании), изменение данных (к примеру, словарей данных) и для записей базы данных определять офис, где они были созданы.

Цель данной работы – провести анализ предметной области, произвести классификацию данных (что является словарем, что – оперативными данными, и т.д.), провести реинжиниринг существующей схемы баз данных для удовлетворения вышесказанных требований и возможности обслуживать как коммуникацию баз данных, так и прикладной интерфейс к базе данных; выявить ограничения, накладываемые на систему коммуникации баз данных, как то: безопасность передачи данных, нагрузка на отдельные узлы системы и временные накладные при обмене информацией, такие как сервер-отправитель, сервер-получатель, промежуточный сервер для соединения и т.д., синхронность работы отправителя и получателя. На основании этих данных найти наиболее оптимальный вариант пересылки информации среди таких технологий, как веб-сервисы, Java Message Service и др. Затем предполагается выбрать наиболее оптимальный продукт, реализующий данную технологию по таким критериям, как надежность, стоимость и др. Для работы с данными посред-

ством объектно-реляционного отображения Hibernate в настоящей работе предполагается выбрать наиболее подходящую стратегию отображения таблиц БД в Java-объекты POJO, с помощью аннотаций описать в классах схему БД и определиться со стратегией генерации ключей для таблиц. Далее будет необходимо рассмотреть вопрос о том, как послать и принять полученный POJO-объект, ответ на который зависит от реализации средства связи между базами данных. К примеру, если выбрана технология JMS, которая предполагает пересылку сообщений типа String, то в качестве варианта преобразования Java-объекта в строку можно использовать Java-сериализацию, xml-разметку или специальные шаблоны, предоставляемые для JMS-сообщений продуктом Apache Camel.

Конечным итогом работы должен стать реализованный программный комплекс, удовлетворяющий вышеперечисленным требованиям. Стоит отметить, что в Интернете можно найти отдельные руководства по тому, что использовать для интеграции и как её проводить в отдельно поставленных задачах, приводятся сравнения технологий и продуктов, иллюстрируются примеры их использования. В работе необходимо учитывать уже накопленный опыт других работ с подобными комплексами. Однако в каждой конкретной задаче необходимо проводить анализ оптимальности и совместимости на каждом этапе реализации системы.

Литература

1. Hibernate Reference Documentation <http://www.hibernate.org>
2. http://en.wikipedia.org/wiki/Web_service
3. <http://ru.wikipedia.org/wiki/JMS>
4. http://ru.wikipedia.org/wiki/Apache_Camel
5. <http://ru.wikipedia.org/wiki/POJO>
6. http://en.wikipedia.org/wiki/Java_EE_Connector_Architecture
7. <http://www.ibm.com/developerworks/ru/library/ws-jcajms/>
8. <http://www.ibm.com/developerworks/ru/library/ws-soa-infoserv1/>
9. *Snyder B., Davies R., Bosanac. D. ActiveMQ in Action. Manning, 2009. 381 p.*

УДК 004.4'2

Обзор систем семантического управления персональной информацией

А.А. Бездушный¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
andrey.bezdushny@gmail.com

В настоящее время происходит бурный рост объема публикуемой в сети Интернет информации. Вследствие этого также растет интерес к системам управления личной информацией и знаниями – Personal Information Management Systems, позволяющим пользователям управлять этой информацией и совместно работать с ней.

В 2004 году Leo Sauermann ввел понятие **Semantic Desktop** [1] – подход к организации данных на персональном компьютере, в котором любой объект на компьютере – файл, e-mail или событие календаря, рассматривается как RDF-ресурс с уникальным идентификатором. Наиболее популярные системы, разработанные в соответствии с принципами Semantic Desktop – Gnowsis [2], Haystack [3], IRIS [4], SemEx [5], MindRaider [6]. Архитектура указанных систем схожа во многих аспектах. В основе RDF-представления данных лежит OWL-онтология, описывающая

классы ресурсов, используемых в системе. Данные в систему могут поступать двумя способами – либо пользователь самостоятельно создает экземпляры классов, описанных в онтологии, либо ресурсы поступают из внешнего источника, такого, как электронная почта или календари.

В работе проводится сопоставление различных частей указанных систем. Рассмотрим каждый из пунктов сравнения по отдельности.

Системная онтология. Под системной онтологией подразумевается OWL-онтология, определяющая набор стандартных классов. Зачастую классы, определенные в системной онтологии, используются при импорте данных из сторонних источников. Наиболее типичные классы системной онтологии – Project, Person, Email, File и др.

Создание пользовательской онтологии. Поскольку в системной онтологии невозможно задать все классы, необходимые пользователям для организации своих знаний, многие системы предоставляют интерфейсы для расширения стандартной онтологии. В ряде исследований было показано, что пользователь зачастую не желает создавать сложные структуры данных, поэтому одним из ключевых критериев данного требования является простота предоставляемого интерфейса.

Интерфейсы просмотра, создания и редактирования ресурсов. Аналогично созданию онтологии, при создании и редактировании ресурсов простота и интуитивная понятность интерфейсов являются ключевым фактором. Не менее важно, чтобы интерфейс просмотра ресурса сочетался с интерфейсом редактирования, например, поддерживалось встроенное редактирование полей при просмотре.

Импорт и анализ данных, созданных другими приложениями. Поскольку большая часть информации, с которой работает пользователь, напрямую или косвенно формируется сторонними приложениями, важным направлением работы является автоматический импорт этой информации в систему. В процессе импорта переданные данные разбираются системой и приводятся к структурированному виду. При этом структура создаваемых ресурсов соответствует классам, определенным в системной онтологии. Получение метаданных в этом процессе возможно не только из самих импортируемых данных, но и из внешних источников. Например, при импорте научной публикации сведения об авторах и цитировании можно получить из онлайн-репозитория публикаций. Не менее важным пунктом при импорте является автоматическое обнаружение дубликатов в загружаемых сведениях.

Классификация и поиск похожих ресурсов. Во время импорта, а также при ручном создании ресурсов задача определения категории, к которой относится новый ресурс, может быть переложена с пользователя на систему. Ресурсы в системе могут быть классифицированы в соответствии с принципами, разработанными для сравнения и категоризации RDF-данных, опубликованных в сети. Поиск схожих ресурсов необходим для ассоциативной навигации по ресурсам системы.

На данный момент многие из поставленных выше требований не реализованы в существующих системах управления информацией. Наиболее интересным из них является задача автоматической привязки локальных ресурсов к ресурсам Linked Open Data, что позволит получать из глобальной сети дополнительную информацию о загруженных в систему ресурсах, а также находить в сети другие ресурсы, потенциально интересные пользователю.

Литература

1. *Sauermann L., Schwarz S.* Introducing the gnowsis semantic desktop // Proceedings of the International Semantic Web Conference. 2004.

2. *Sauermann L. [et al.]*. Semantic desktop 2.0: The gnowsis experience // The Semantic Web-ISWC 2006. Berlin–Heidelberg: Springer, 2006. P. 887–900.
3. *Karger D.R. [et al.]*. Haystack: A customizable general-purpose information management tool for end users of semistructured data // Proc. of the CIDR Conf. 2005.
4. *Cheyner A., Park J., Giuli R.* IRIS: Integrate, Relate. Infer. Share, sri international menlo park ca // 4th Jnt. Semantic Web Conf. 2005. P. 15.
5. *Dong X.L., Halevy A.* A platform for personal information management and integration // Proceedings of VLDB 2005 PhD Workshop. 2005. P. 26.
6. *Dvorak M.* MindRaider. 2012. <http://mindraider.sourceforge.net/>

УДК 004.4'2

Прототипирование системы семантического управления персональной информацией

*А.А. Бездушный*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
andrey.bezdushny@gmail.com

Целью данной работы является выработка требований и прототипирование системы, предоставляющей пользователю возможность организовывать персональную информацию в соответствии со стандартами семантической паутины и Linked Open Data. Предлагаемое решение соответствует подходу Semantic Desktop [1], введенному Leo Sauermann. Semantic Desktop – подход к организации данных на персональном компьютере, в котором любой объект на компьютере – файл, e-mail или событие календаря, рассматривается как RDF-ресурс с уникальным идентификатором. Такая организация данных позволяет пользователю формировать собственное информационное пространство в структурированном виде, а также автоматически пополнять его данными, полученными из глобальной сети.

В работе приводится ряд требований, предъявляемых к системе, рассмотрим основные принципы организации прототипа системы, удовлетворяющего этим требованиям. Система должна представлять собой веб-портал, для того чтобы поддерживать возможность совместной работы пользователей системы. По умолчанию должна быть определена системная онтология, содержащая ряд базовых классов, таких как Project, Person, Publication, File, Email и др. Интерфейс должен позволять пользователю импортировать в систему часть файлов, хранящихся на его локальном компьютере. Свойства созданных в системе ресурсов должны автоматически заполняться на основании содержимого файлов и сведений, полученных из внешних источников. Интерфейс системы должен позволять категоризировать созданные ресурсы, например, создать новый экземпляр класса Project и связать с ним загруженные файлы.

Важной частью системы является привязка созданных в системе ресурсов к ресурсам Linked Open Data, позволяющая предлагать пользователю новую, потенциально интересную ему информацию на основании уже заведенной в системе. Данное требование предлагается реализовать в виде автоматического поиска новых научных статей на основании уже имеющихся в системе. Чтобы сформировать максимальное количество метаданных о загруженных в систему статьях, при разборе их содержимого предлагается находить соответствующие записи в онлайн-репозиториях публикаций (CiteCeerX, DBPL). Один из возможных способов реализации этого описан в работе PDFMeat [2]. Поскольку в онлайн-репозиториях

каждой публикации соответствует список схожих статей, эту информацию система может автоматически предоставлять пользователю.

Данный сценарий подходит для поиска публикаций, схожих с конкретной статьей, загруженной в систему, но не пригоден при поиске публикаций, схожих с группой статей. Для решения этой задачи предлагается создать единый RDF-репозиторий научных публикаций. В созданном репозитории каждой паре статей необходимо проставить коэффициент «схожести», вычисленный, например, на основании методов анализа цитирования [3]. Для поиска публикаций, схожих с группой статей в таком репозитории, предлагается разбить все хранящиеся в репозитории публикации на кластеры в соответствии со значениями их схожести между собой. Для разбиения на кластеры репозиторий должен быть представлен в виде графа публикаций, в котором каждому ребру графа соответствует значение схожести его вершин. Кластеризация графа производится на основании одного из распространенных алгоритмов [4]. Разбив публикации в репозитории на кластеры, можно найти, в какой из них попадают статьи, загруженные пользователем в систему, и представить пользователю другие статьи из этого кластера, наиболее схожие с теми, что он загрузил в свое информационное пространство.

Для наполнения единого RDF-репозитория публикаций предлагается создать ряд адаптеров к различным онлайн-репозиториям. Благодаря результатам работ RKBExplorer [5], в рамках которых были созданы RDF-выгрузки библиографических сведений наиболее популярных онлайн-репозиториях публикаций (CiteCeerX, DBPL, IEEE), большая часть адаптеров сможет осуществлять простой импорт RDF ресурсов. Поскольку наборы статей онлайн-репозиториях частично пересекаются, отдельной задачей при организации единого репозитория является нахождение и устранение дубликатов, а также проставление взаимных библиографических ссылок между статьями из разных репозиториях.

На данный момент существующие системы семантического управления информацией во многом не соответствуют представленным выше требованиям. Большинство систем являются программами, работающими на локальном компьютере пользователя, а поэтому не могут обеспечить возможность совместной работы различных пользователей в общем информационном пространстве. Вопрос привязки локальных ресурсов к ресурсам Linked Open Data также является малоизученным.

Литература

1. *Sauermann L., Schwarz S.* Introducing the gnows semantic desktop // Proceedings of the International Semantic Web Conference. 2004.
2. *Aumüller D., Rahm E.* PDFMeat: managing publications on the semantic desktop // Proceedings of the 20th ACM international conference on Information and knowledge management. ACM. 2011. P. 2565–2568.
3. *Boyack K.W., Klavans R.* Co-citation analysis, bibliographic coupling, and direct citation: Which citation approach represents the research front most accurately? // Journal of the American Society for Information Science and Technology. 2010. V. 1, N 12. P. 2389–2404.
4. *Schaeffer S.E.* Graph clustering // Computer Science Review. 2007. V. 1, N 1. P. 27–64.
5. *Glaser H., Millard I.C., Jaffri A.* RKBExplorer.com: a knowledge driven infrastructure for linked data providers // European Semantic Web Conference: Research and Applications. Berlin Heidelberg: Springer, 2008. P. 797–801.

УДК 004.624

Стандарт RSS. Унифицированное представление данных для их обработки

Р.Р. Яубатыров^{1,2}

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, ² Московский физико-технический институт (государственный университет)
yaubatyrov@gmail.com

Интернет представляет собой гигантское хранилище информации, объем которой удваивается каждый год. Такое разнообразие материалов может быть полезным лишь при эффективном доступе к ним, что оказывается не просто осуществить на практике [1]. С одной стороны, количество источников новостей в сети постоянно возрастает, осложняя поиск конкретных данных пользователем. С другой, существующий формат представления информации в сети Интернет – HTML – не удобен для автоматической её обработки, что затрудняет обмен материалами между информационными агентствами и заинтересованными в посетителях веб-сайтами.

Уже к концу 1990-х годов назрела необходимость использования некоего унифицированного формата представления данных не только с целью их визуализации, но и дальнейшего использования [2]. Для решения данной задачи было создано несколько основанных на XML форматов, в числе которых Channel Definition Format (CDF) от Microsoft, Meta Content Framework от Apple и RSS [3], разработанный Netscape и др. Благодаря открытости для разработчиков, отсутствию рекламы и навязывания определенного контента (как, например, CDF) широкое распространение получил именно RSS. Однако первоначальный вариант оказался излишне сложным и запутанным, что в дальнейшем привело к созданию нескольких несовместимых между собой версий формата. Ответом стало появление нового конкурента в лице Atom, более функционального, более четко стандартизованного и лишённого типичных недостатков RSS-формата [4]. Тем не менее на сегодня благодаря повсеместному распространению RSS все еще удерживает наибольшую популярность. Последней и самой используемой является версия 2.0, имеющая простую семантику, но позволяющая расширять функционал с помощью модулей.

Итак, RSS-лента представляет собой информационную выжимку произвольного содержания с четко определенной структурой. Используя данный стандарт, службы синдикации обеспечивают одновременную публикацию одних и тех же данных на различных страницах, сайтах и мобильных устройствах, а также доставку информации пользователям [5].

В данной статье рассматриваются наиболее распространенные подходы к созданию RSS-лент и проводится сравнение различных методов обновления контента [6, 7]. В качестве примера реализации приводится новостная лента для торговой площадки.

Таким образом, современные системы синдикации интернет-новостей решают проблему поиска необходимой информации. Стандарт RSS позволяет без проблем обмениваться материалами между веб-сайтами, а также предоставлять их конечному пользователю в простом и удобном виде. Однако без внимания остаются такие задачи, как обобщение данных, их обработка и анализ. В настоящее время перспективным направлением обобщения информационных потоков является контент-мониторинг, который, возможно, станет темой следующей статьи.

Литература

1. Ландэ Д.В. <http://www.infostream.ua/publ/iaa/> Эффективный сбор новостей.
2. http://en.wikipedia.org/wiki/Web_syndication Веб-синдикация.
3. <http://en.wikipedia.org/wiki/RSS> Формат RSS.
4. http://en.wikipedia.org/wiki/Atom_%28standard%29 Формат Atom.
5. Богданов Б., Шуров И. <http://old.computerra.ru/2006/650/282802/> Синдикация с агрегацией. Журнал «Компьютерра» №30 от 24 авг. 2006 г.
6. <http://rss.net.ua/2009/09/rss-market18/> Подходы к созданию RSS-лент.
7. <http://rss.net.ua/2009/09/rss-market08/> Общие, сегментированные, специальные, персонализированные RSS-ленты. Преимущества и недостатки.
8. <http://www.slideshare.net/umarali1981/difference-between-rdf-odata-and-gdata> Сравнение форматом RDF, ODATA, GDATA.

УДК 004.65:536.21+536.22+536.23

Прототипирование библиотеки теплофизических свойств веществ

*Р.И. Хайруллин*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
rena-2006@yandex.ru

Теплофизические свойства веществ – набор естественнонаучных данных по физическим, химическим, эксплуатационным свойствам. Такие данные широко представлены в печатных пособиях и мировых БД для широчайшего круга веществ: чистых и растворов, органических и неорганических, наноструктур и материалов, характеризующихся технологией изготовления. Особенность этих данных – их преимущественное использование для работы вычислительных приложений, обеспечивающих расчет химического и фазового равновесий, тепло и массообмена, моделирование различных технологических и природных процессов. Для каждого из указанных классов веществ существуют свои физические модели и связанные с ними словари понятий и логические структуры. Как следствие возникла потребность в хранении данных такого рода в единой библиотеке в соответствии с их форматом и структурой.

Терминологический словарь таких наук, как физика, химия, материаловедение и др., достаточно формализован, чтобы лечь в основу онтологического описания. Один из первых стандартов обмена термодинамическими данными, получивший название COSTAT (Codata STAndart Thermodynamics), был разработан Термодинамическим Исследовательским Центром США, а также создана система наименований химических соединений и описания науки химии в целом.

Для концептуального моделирования была разработана OWL-онтология, описывающая объекты, необходимые структуры данных, логические правила добавления и вычисления недостающих данных. Однако в связи с многообразием систем и форматов представления данных, а также из-за зависимости номенклатуры свойств и характеристик от класса веществ, диапазона параметров, влияния внешних факторов построение произведено для суженной области, в рассмотрение вошли только чистые вещества (смеси и растворы исключаются). Несмотря на введенное ограничение, предметная область охватывает достаточно широкий объем публикуемой информации. Все разнообразие данных сводится к набору функций, их описывающих, и совокупности констант. Варьируя такие наборы, а также ограничения и

связи, накладываемые на функции и константы, можно добиться гибкости в способности онтологии охватить многообразие видов данных и форм их представления.

Перейдем к описанию модели. Схема данных опирается на четыре главных класса: *Вещества*, *Свойства*, *Функции* и библиографические данные (*Численные значения свойств*). Каждый экземпляр класса *Вещества* имеет характерный набор константных свойств с определенными значениями (*Константы*), и данные со значениями свойств из справочников и публикаций (*Численные значения свойств*). Разумеется, любое вещество рассматривается в определенных условиях окружающей среды (*Условия среды*), то есть задан набор свойств с определенными значениями (*Значения свойств для определенных условий*). В свою очередь условия среды существуют в рамках определенного агрегатного состояния, причем учтено также, что некоторые данные для вещества могут быть даны для фазового равновесия или в окрестности критических точек, а некоторые вещества существуют только в определенном агрегатном состоянии. Любому агрегатному состоянию соответствует набор свойств, причем есть свойства, имеющие смысл только в этом состоянии, к примеру, упругость характерна только твердым веществам. Свойствам соответствуют размерности, одному свойству может соответствовать несколько размерностей, одни и те же данные могут быть представлены с разными размерностями. Любое число, полученное опытным путем, имеет ошибку, причем ошибки могут быть разных видов (*Ошибки*). Перейдем к последней группе классов: *Функции* и *Области Определения*. Вместе они решают задачу вычисления свойств по формулам при контроле допустимой области изменения аргумента, а также при установленных соотношениях между свойствами, которые могут выполняться с некоторой точностью. *Вычислительные функции* содержат указание на вычисляемое свойство, тип и величину погрешности ($F = S - \frac{H}{T}$ – это соотношение выполняется с некоторой априорно задаваемой точностью $|F - (S - \frac{H}{T})| \leq \delta$), результатом является значение свойства, помещаемое в БД. *Проверочные функции* – это булевские функции, проверяющие, выполняется ли заданное соотношение с требуемой точностью. По построенной онтологии создана реляционная модель в системе PostgreSQL для хранения опубликованных данных с соответствующей функциональностью и логикой связей.

Итогом разработки проекта станет web-приложение с клиент-серверной архитектурой. Для разработки программного кода выбран фреймворк Grails, использующий компилируемый на стандартной Java-машине язык Groovy, стек web-технологий, таких как Hibernate, HTML, CSS, JavaScript.

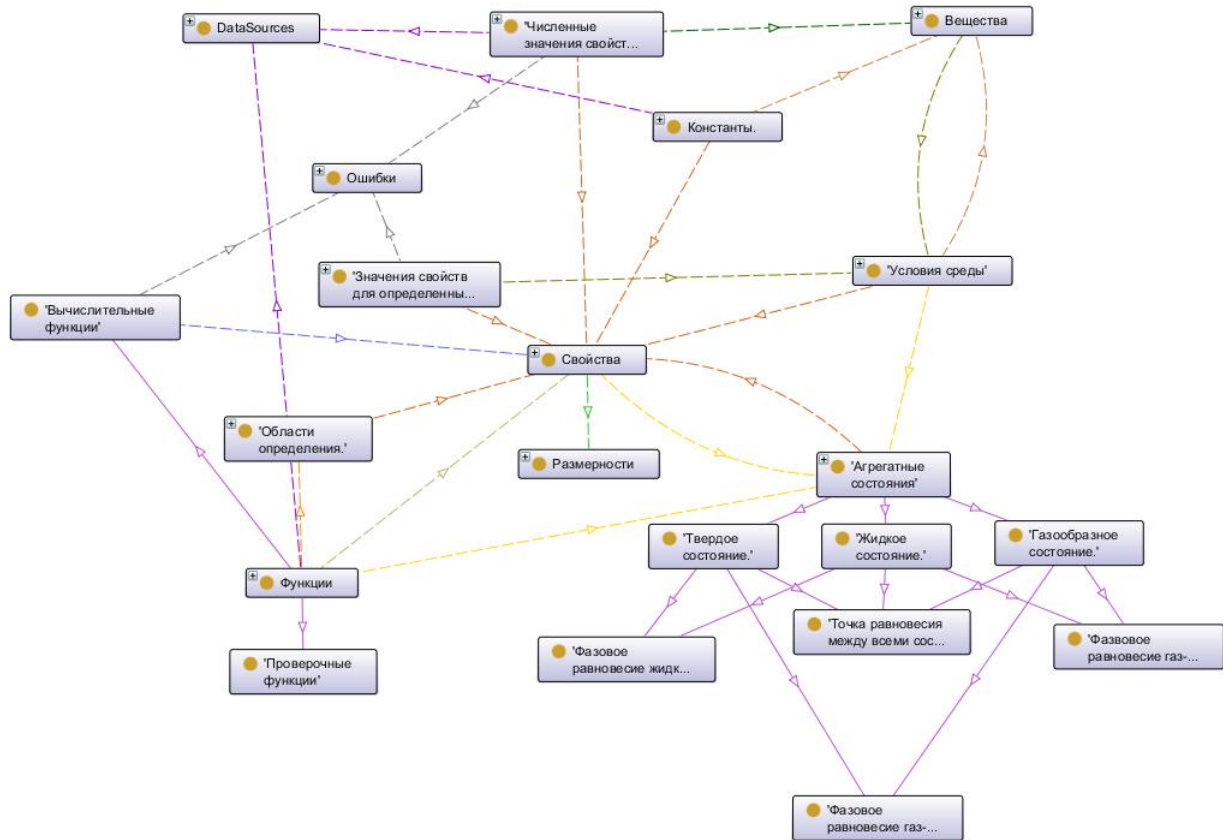


Рис. 1.

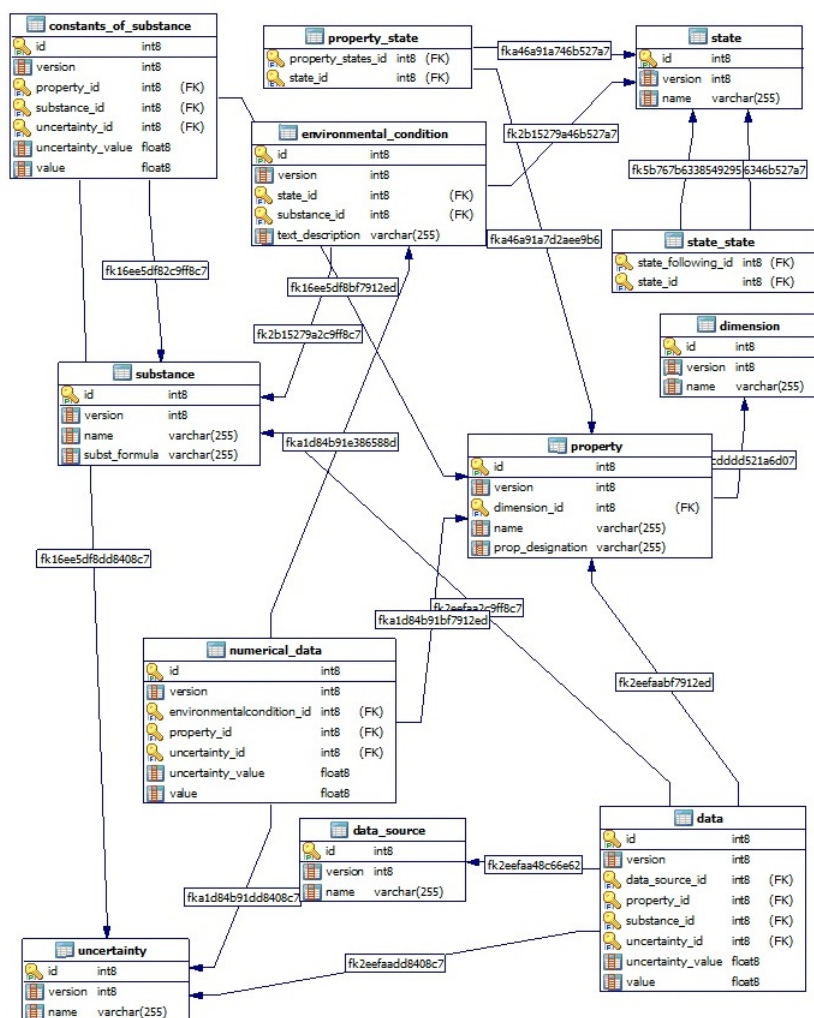


Рис. 2.

Литература

1. *Еркимбаев А.О., Зицерман В.Ю., Кобзев Г.А., Фокин Л.Р.* Логическая структура физико-химических данных. Проблема стандартизации и обмена численными данными // Журнал физической химии. 2008. Т. 82, № 1. С. 20–31.
2. *Еркимбаев А.О., Жижченко А.Б., Зицерман В.Ю., Кобзев Г.А., Сон Э.Е., Сотников А.Н.* Интеграция баз данных по свойствам вещества. Подходы и технологии. Научно-техническая информация. Сер.2. Информационные процессы и системы. ВИНТИ РАН. 2012. № 8. С. 1–8.
3. *Еркимбаев А.О., Зицерман В.Ю., Кобзев Г.А., Серебряков В.А., Шиолашвили Л.Н.* Интеграция данных по свойствам веществ и материалов на основе онтологического моделирования предметной области // Труды XV Всероссийской объединенной конференции «Интернет и современное общество» (IMS-2012). СПб., 2012. С. 38–47.

УДК 519.688

Сравнение трёхмерных микротомографических изображений путём их совмещения

И.А. Варфоломеев¹, И.В. Якимчук²

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет),

² Московский научный центр «Шлюмберже»

i3v@mail.ru

В настоящее время активно развиваются методы численного моделирования различных свойств породы (тепло- и электро- физических, фильтрационных и проч.) на основе трёхмерных моделей. Для получения данных моделей используются рентгеновская микротомография, магнитно-резонансная томография, позитрон-эмиссионная томография и проч. Естественным образом возникает проблема совмещения различных трёхмерных моделей (т.е. моделей, полученных на разных устройствах, и/или моделей, полученных до/после определённого воздействия на образец). Задача осложняется, с одной стороны, большими размерами изображений (30–160 ГБ), а с другой стороны, трудоёмкостью выделения «особенностей» изображения, обычно используемых при совмещении, например, фотографий [1].

Для решения данной задачи нами была создана программа, которая позволяет совмещать трёхмерные изображения не только между собой, но и с двумерными изображениями. Последнее применение (в перспективе) может использоваться для продолжения данных о минерализации, полученных при помощи сканирующего электронного микроскопа, на весь объём трёхмерного образца.

В работе приводится вариант метода совмещения, основанный на площадях и рассматривающий только аффинные преобразования, причём изменение масштаба считается малым (т.к. изображения, полученные современными сканерами, геометрических искажений практически не имеют). Поиск преобразования яркости при совмещении трёхмерных изображений не производится по схожим причинам.

Реализованная программа использовалась при изучении влияния различных методов замораживания на целостность внутренней структуры образца [2]. Сравнительный анализ совмещённых трёхмерных изображений позволил выделить и охарактеризовать изменения, свойственные для различных методов заморозки и типов пород.

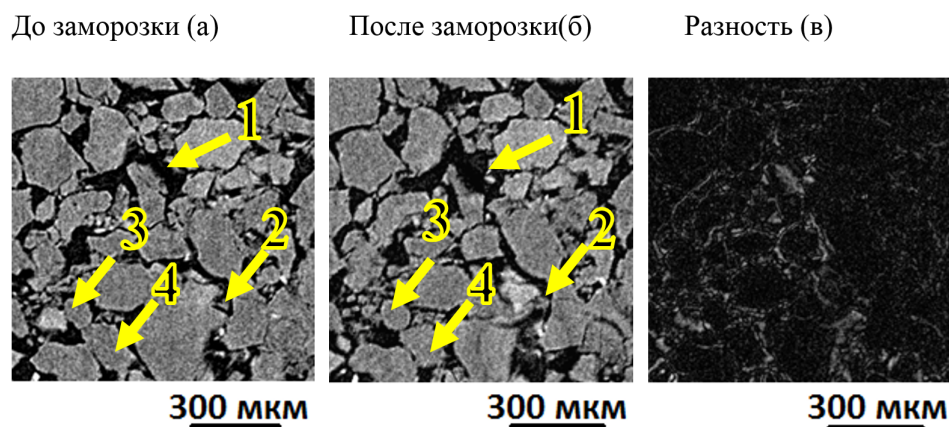


Рис. 1. Характерные структурные изменения глинистого песчаника: 1 – растрескивание зерен (стрелка), 2 – появление трещин (стрелка), 3 – миграция частиц (стрелка), 4 – изменение межзернового контакта (стрелка)

Литература

1. *Zitova B., Flusser J.* Image registration methods: a survey // Image Vision Computing. 2003. V. 21. P. 997–1000.
2. *Надеев А.Н., Казак А.В., Коротеев Д.А., Коробков Д.А., Большчев Е.А., Лебедев С.В.* Изучение изменений в структуре слабосцементированных горных пород методом рентгеновской микротомографии // Нефть. Газ. Новации. 2013. Т. 4. С. 23–26.

УДК 004.658.6

Реализация интеграции баз данных с использованием web-сервисов на основе Java

*А.В. Полиев*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
poliyev@gmail.com

Одной из важных задач в любой крупной компании является обеспечение надежной информационной связи между всеми её отделениями. Данная работа посвящена исследованию способов поддержания баз данных во всех отделениях компании в актуальном состоянии. Целью исследования было создание удобного инструмента автоматической синхронизации баз данных.

Универсальным способом взаимодействия между географически отдаленными базами данных является взаимодействие по глобальной сети Интернет в рамках протокола HTTP. В качестве координатора действий по синхронизации данных выступает специальный web-ресурс, называемый web-сервисом [2]. Также в каждом отделении компании устанавливается специальная программа, называемая web-клиентом, которая следит за обновлениями данных и при необходимости сообщает web-сервису, о произошедшем типе изменения данных, а также необходимую информацию об этом изменении. Далее web-сервис, основываясь на полученной информации, составляет необходимые запросы к базам данных, передает их на все web-клиенты, которые в свою очередь выполняют полученный запрос в базе данных.

В работе рассматриваются вопросы программной реализации построения системы синхронизации баз данных. Во всех компонентах программного комплекса был использован фреймворк Spring [1], который является интегрированной средой для упрощения разработки. Для взаимодействия между web-сервисом и web-клиентом используются архитектурные подходы SOAP (Simple Object Access Protocol – простой протокол доступа к объектам) и RESTful (Representational State Transfer – передача репрезентативного состояния). Для работы с базами данных использовалась устойчивая интегрированная среда Hibernate [3]. Она генерирует необходимые SQL-вызовы и позволяет создать абстрактный уровень доступа приложения к данным для того, чтобы облегчить работу с различными типами баз данных.

Тестирование полученного решения показало работоспособность этого варианта реализации и его соответствие целям и требованиям исходной задачи.

Литература

1. Spring Web Services Reference Documentation.
<http://docs.spring.io/spring-ws/site/reference/html/>

2. *Elliott J.* Hibernate: A Developer's Notebook. 1st ed. O'Reilly Media, 2004.
3. Deploying web services with WSDL. Part 2: Simple Object Access Protocol (SOAP). <https://www.ibm.com/developerworks/library/ws-intwsdl2/>

УДК 623, 517.977.1

Распределение сети беспилотных летательных аппаратов по территории с целью информационного покрытия целей ***Я.С. Пронин*^{1,2}, *В.А. Стукалюк*², *И.А. Костромин*²**

¹ Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем,

² Московский физико-технический институт (государственный университет)
pronin.yakov@gmail.com

Современные информационные технологии и элементная база день ото дня расширяют потенциал и грани применения БПЛА как в военной, так и в гражданской сфере. Можно встретить научные статьи об использовании БПЛА в сельскохозяйственной деятельности, в картографии, в промышленности и экологическом мониторинге местности. Но основная и перспективная область применения беспилотных летательных средств – военная сфера. В эпоху сетевых и информационных технологий остро стоят вопросы выбора оптимальных интеллектуальных решений с использованием автоматизированных систем управлений.

Основываясь на потребности постоянного информационного контроля театра боевых действий, возникает следующая задача: имеется командный пункт, есть фиксированное количество беспилотных летательных аппаратов с ограниченными радиусами радиосвязи и ограниченными возможностями по разведыванию территории, есть несколько целей разной важности, которые необходимо разведать, также на ситуацию влияет сложный рельеф местности. Учитывая вышеописанные условия, требуется построить распределенную по территории сеть беспилотных летательных аппаратов, начиная с позиции командного пункта, заканчивая позициями вражеских целей, таким образом, чтобы разведанная информация своевременно поступала по цепочке на командный пункт. При этом нужно обеспечить минимальные затраты ресурсов.

Описанная задача была смоделирована и решена с использованием различных градиентных методов оптимизации. Для построения цепочки беспилотных летательных аппаратов был построен итерационный процесс, который прокладывал путь от командного пункта к каждой цели, учитывая важность целей, количество имеющихся беспилотных летательных аппаратов, возможности радиосвязи, возможности по разведыванию целей, а также особенности рельефа местности. Был реализован графический интерфейс с возможностью загрузки реальных географических карт и привязки этих карт к реальным географическим системам координат.

Литература

1. *Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В.* Курс методов оптимизации: учеб. пособие. 2-е изд. М.: Физматлит, 2005. 368 с.
2. *Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю., Бондаренко А.В., Осоков М.В., Моржсин А.В.* Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения: курс лекций и практических занятий. М.: Физматкнига, 2010. 672 с.
3. *Веремеенко К.К., Желтов С.Ю., Ким Н.В., Козорез Д.А., Красильщиков М.Н., Себряков Г.Г., Сытало К.И., Черноморский А.И.* Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных

- летательных аппаратов / под ред. М.Н. Красильщикова, Г.Г. Себрякова. М.: Физматлит, 2009. 556 с.
4. Лисейцев Н.К., Максимович В.З., Еремин Н.А., Дорогов А.В., Карасев Д.А., Чежулаев А.А. Беспилотные самолеты вертикального взлета и посадки. Выбор схемы и определение проектных параметров / под ред. д-ра техн. наук, проф. Н.К. Лисейцева. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009. 140 с.
 5. Современное состояние и перспективы развития беспилотных авиационных систем XXI века / под ред. академика РАН Е.А. Федосова. М.: ГосНИИАС, 2005. 195 с.

УДК 004.623

Автоматизированный сбор информации в сети Интернет

*В.В. Костин*¹

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
kosvic11@mail.ru

В современном мире Интернет стал всемирным репозиторием информации, которую используют как обычные пользователи ПК, так и крупные корпорации, чтобы решить различные вопросы, связанные с информацией. При сборе информации используются как автоматически работающие агенты, так и менее тривиальные методы [1]. Общепринятым является разбиение задачи предварительной обработки данных на 3 этапа: консолидация, трансформация и очистка [2]. В работе обращается пристальное внимание на взаимодействие поисковых агентов и поисковых систем. Отдельно рассмотрены современные решения для поиска и обработки информации в Интернете на естественном языке.

В разделе рассматриваются методы автоматического сбора информации, их актуальность. Рассматриваются возможности и эффективность применения роботов для сбора информации [3], методов машинного обучения роботов, пользовательской настройки машин, возможности применения нейронных сетей, приводятся сравнения эффективности работы всех методов.

Взаимодействие поисковых агентов и поисковых систем

В разделе рассматриваются методы обработки данных, размещенных в различных форматах (как структурированных — DAML, RDF, OWL, так и слабоструктурированных — например, HTML), выделяются современные тенденции развития данного направления. Рассматриваются вопросы обнаружения информации (и связанных с этим проблем синхронизации поисковых роботов, корректировки поведения при повторном поиске и взаимодействию с онтологией с целью узконаправленного поиска), формулирования запросов (и применения методов машинного обучения для корректировки запросов пользователя на естественном языке), управления информацией (автоматической фильтрации результатов запросов, определения ценности полученных результатов). Отдельно анализируется взаимодействие поисковых агентов и поисковых машин, их особенности, актуальные проблемы и современные решения.

Современные решения в области сбора информации

В разделе приводится анализ имеющихся средств для автоматического поиска информации в сети. Анализ производится с точки зрения оценки эффективности применения для поиска информации по научным текстам.

Заключение

В работе анализируются методы поиска информации в сети Интернет, проводится сравнение различных систем поиска информации, выделяются оптимальные решения для поиска информации по научным трудам.

Литература

1. *Jansen B.J. [et al.]*. Automated gathering of Web information: An in-depth examination of agents interacting with search engines //ACM Transactions on Internet Technology (TOIT). 2006. V. 6, N 4. P. 442–464.
2. *Пахлин Н.Б., Орешков В.И.* Бизнес-аналитика: от данных к знаниям. СПб.: Питер, 2009. 624 с.
3. *Stoica A.* A Study on The Information Gathering Method for Penetration Testing //Journal of Security Engineering. 2008. V. 5, N 5. P. 10.

УДК 004.912

Обзор методов и методик интеллектуального анализа текста

*В.В. Костин*¹

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
kosvic11@mail.ru

Введение

Термин *интеллектуальный анализ текста* является не до конца устоявшимся в научном сообществе, и разные специалисты дают ему разные определения – как любая система, которая анализирует большие объемы текстов на натуральном языке и выделяет лексические или лингвистические структуры с целью выделения потенциально полезной (и с определенной вероятностью верной) информации [1]; как поиск новой, ранее неизвестной информации при помощи компьютера путем автоматического извлечения информации из различных печатных ресурсов [2]. В данной работе проведен обзор современных методов, методик и решений для интеллектуального анализа текста. Разбор каждого из методов в работе сопровождается примерами и рассмотрением актуальных проблем области.

Обработка неформатированного текста

В данном разделе работы рассматриваются основные способы обработки текста в случае, если на вход подается неформатированный текст на естественном языке. Рассматриваются различные методы для выделения информации для упрощения работы специалистов с большими массивами информации, оценка схожести, близости различных документов (в том числе научных публикаций), выделения структурированной информации. Отдельно рассматриваются особенности разбора научных текстов, их специфика и особенности применения тех или иных методов, их преимущества и недостатки в данном вопросе.

Обработка структурированного текста

В разделе проводится обзор методов обработки структурированного текста. Рассматриваются анализ документов из сети Интернет в форматах HTML, XML и др., выделение основной информации, метаданных документа. Рассматривается возможность применения обучающихся алгоритмов и задач, для которых они применимы. Рассматривается сетевой интеллектуальный анализ («web mining»), особенности анализа документов сети (в частности, эффективность анализа гиперссылок документов с целью кластеризации), основные направления исследований данного направления.

Обработка научных текстов

В данном разделе рассматриваются методы поиска информации, выделения правил, логических связей из текста, формулирование и поиск правил, еще не установленных научным сообществом [3]. Рассматривается возможность и актуальность применения различных методов с точки зрения анализа научных текстов.

Современные средства интеллектуального анализа текста

В разделе рассматриваются современные программное обеспечение и средства для анализа текста описанными ранее методами. Рассматриваются преимущества и недостатки каждого из продуктов, проводится сравнительный анализ, оценивается актуальность с точки зрения анализа научных текстов.

Заключение

В работе подчеркивается актуальность интеллектуального анализа текста, широка областей его применения и перспективность развития данного направления.

Литература

1. *Sebastiani F.* Machine learning in automated text categorization // ACM computing surveys (CSUR). 2002. V. 34, N 1. P. 1–47.
2. *Berry M.W.* Automatic Discovery of Similar Words. Survey of Text Mining: Clustering, Classification and Retrieval 2004. P. 24–43.
3. *Swanson D.R., Smalheiser N.R.* An interactive system for finding complementary literatures: a stimulus to scientific discovery // Artificial intelligence. 1997. V. 91, N 2. P. 183–203.

УДК 528.9:004.65

Создание системы харвестинга для портала «Геомета»

К.А. Косолапов¹

¹ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
kosolapov.ka@gmail.com

Портал «Геомета» является информационной базой для пространственных данных. Портал представляет разностороннее взаимодействие с ресурсами, метаданными об этих ресурсах и прикладными схемами. Для загрузки данных используются несколько разных механизмов, одним из них является харвестер. Харвестер — это часть системы, которая обращается к другим интернет-ресурсам в соответствии с некоторым сценарием для получения информации и сохранения ее в локальном хранилище.

Со временем выросло количество географически раздельно работающих версий портала, и стало ясно, что система харвестинга должна отделиться от портала в отдельную систему. Это уменьшит нагрузку на серверы каждой отдельной инсталляции. Раздельная архитектура также позволяет производить модификацию харвестера без потребности пересобирать и перезапускать «Геомету».

Основной рабочей структурой харвестера является запрос. Запрос — структура, содержащая важные для харвестинга поля: адрес узла для получения данных, время начала, регулярность в сутках, а также дополнительная информация для каждого протокола (протоколом в данном случае называется некий специфицированный метод подключения к конечному узлу для сбора информации).

Перечислим основные требования: возможность работы с любым пользователем по заранее установленному протоколу, предоставление пользователю возможность

модифицировать запрос и просматривать информацию по его выполнению. К основным требованиям также относится безопасность. Пользователь должен иметь доступ только к запросам, созданными им. Должна быть реализована система аутентификации пользователей. В дополнение следует сделать возможность удобного расширения набора протоколов, с помощью которых система может производить харвестинг.

Для выполнения первого требования была создана спецификация для запросов от пользователя. Спецификация гарантирует, что данные, принятые от пользователя, будут либо успешно сформированы в запрос, либо будет выдана ошибка с комментарием о том, какие данные не соответствуют требуемому формату. Для получения запросов было решено использовать веб-сервисы на основе Axis 2.

В ходе разработки был достаточно подробно изучен процесс харвестинга, использовавшийся до отделения. На его основе было создано решение, отвечающее всем поставленным требованиям. Были выведены дальнейшие пути развития системы. Одним из планируемых улучшений является кэширование данных в хранилище харвестера для ускорения выполнения запросов.

Литература

1. *Атаева О.М., Кузнецов К.А., Серебряков В.А., Филиппов В.И.* Портал интеграции пространственных данных «GeoMeta». М.: ВЦ РАН, 2010. С. 7.
2. *Ethan Cerami* Web Services Essentials: Distributed Applications with XML-RPC, SOAP, UDDI & WSDL. Sebastopol: O'Reilly & Associates, 2002. 290 с.
3. Apache Axis2/Java (<http://axis.apache.org/axis2/java/core/>)

УДК 004.89

Создание научной социальной сети на основе существующих электронных библиотек

*Л.А. Алимпиев*¹

¹ Московский физико-технический институт (государственный университет)
leo.alimpiev@gmail.com

В последнее время широкое распространение получили научные электронные библиотеки и базы научных публикаций. Их количество растёт и зачастую их функционал ограничен текстовым поиском статей.

В данной работе описывается архитектура и возможности научной социальной сети, основанной на информации из различных электронных библиотек. Основные этапы работы системы:

1. Сбор научных публикаций из электронных библиотек.
2. Извлечение профилей авторов публикаций (поиск их домашних страниц и применение методов Information Extraction [1]). Схема профиля расширяет онтологию Friend-Of-A-Friend.
3. Интеграция полученных данных. Решение проблемы совпадения имен различных авторов.
4. Тематическое распределение публикаций.

В результате система предоставляет такие сервисы поиска, как

1. Поиск профиля автора публикации.
2. Поиск экспертов по данной тематике.

3. Поиск наиболее активных исследователей на данной конференции.
4. Поиск связей между исследователями.

Возможности системы не ограничиваются поиском, так как она включает в себя функции социальной сети. Следовательно, возможно редактирование имеющихся и создание новых профилей, добавление новых публикаций.

Литература

1. Information Extraction techniques and challenges.
<http://www.ru.is/faculty/hrafn/Papers/grishman97information.pdf>
2. *Brickley D., Miller L.* Foaf vocabulary specification // Namespace Document:
<http://xmlns.com/foaf/>. August 2010.
3. *Tang Jie, Zhang Jing, Yao Limin, Li Juanzi, Zhang Li, Su Zhong.* ArnetMiner: Extraction and Mining of Academic Social Networks // Proceedings of the Fourteenth ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (SIGKDD'2008). P. 990–998.

УДК 004.4'24

Спецификация и анализ семантически-аннотированных моделей потоков работ с помощью темпоральных дескрипционных логик

Ф.В. Яременко¹

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
yaremenkofv@gmail.com

На сегодняшний день существует большое количество способов и средств моделирования информационных систем, деятельности предприятия и других прикладных областей. Модель ИС можно разбить на две составляющие: динамическую (деятельность, операции) и статическую (представление структур, сопоставление объектов и субъектов). В работе для моделирования динамической составляющей используется Business Process Model and Notation (BPMN) [www.bpmn.org], для статической – Web Ontology Language (OWL) [1].

BPMN позволяет представить потоки работ в виде графических диаграмм, которые легко читаются аналитиками, инженерами и программистами. Отличительной особенностью BPMN является возможность создания исполняемых диаграмм, т.е. процессы, моделируемые этими диаграммами, могут быть исполнены автоматизированной средой выполнения.

OWL является мощным языком концептуального моделирования и имеет стандартизованную спецификацию W3C. В основе OWL лежит формализм дескрипционных логик [2]. Средства, реализующие логический вывод, позволяют находить скрытые отношения, конфликты и пропущенные элементы в OWL-онтологии.

В данной работе предлагается связать динамическую и статическую составляющие модели ИС с помощью семантических аннотаций. Аннотация – это дополнительная информация, связанная с какой-либо частью документа. В семантическом аннотировании дополнительная информация содержит определения понятий, используемых в документе. В большинстве случаев определения понятий представлены в онтологии. Аннотации могут быть в виде комментариев или в виде метаданных. Метаданные – это данные о данных, которые предназначены для облечения

понимания, использования и управления данными [3]. Семантическое аннотирование потоков работ – это сопоставление метаданных с операциями и ресурсами, входным и выходным параметрами потока работ. Семантическое аннотирование представления потока работ даёт возможность разрабатывать единую целостную модель потока работ в контексте предметной области, в которой сущности связаны не только между собой, но с операциями, которые производятся над ними.

В работе предлагается аннотировать элементы BPMN-диаграмм утверждениями об индивидах OWL (ABox). В процессе анализа модели ABox-утверждения преобразуются в формулы дескрипционной логики. Каждому элементу BPMN-диаграммы ставится в соответствие атомарный предикат, истинный только в момент прохождения этого элемента потоком работ. BPMN-диаграммы преобразуются в формулы темпоральной логики линейного времени (LTL) над множеством атомарных предикатов, соответствующих элементам диаграмм [4]. «Темпоральные логики – это логики, в которых истинностное значение логических формул зависит от момента времени, в котором вычисляются значения этих формул» [5]. Связь аннотации с элементом диаграммы BPMN выражается с помощью формулы темпоральной дескрипционной логики: атомарные предикаты, соответствующие элементам диаграмм, связываются импликацией с формулами дескрипционной логики, полученными из ABox-утверждений. Языки темпоральных дескрипционных логик сочетают в себе выразительность языков дескрипционных и темпоральных логик [6].

При разработке сложных моделей встаёт вопрос об их корректности, так как высока вероятность допустить ошибку или неполно описать предметную область. Процесс оценки корректности модели включает в себя формальную верификацию модели. В работе [5] формальная верификация определяется как «приемы и методы формального доказательства (или опровержения) того, что модель программной системы удовлетворяет заданной формальной спецификации».

При верификации модели требования к системе также выражаются на языке формул темпоральной дескрипционной логики. Строится конъюнкция из формул, полученных из аннотированной модели BPMN+OWL и формул, выражающие требования для верификации. Полученная конъюнкция проверяется на всеобщность, которая означает, что модель соответствует заданным требованиям.

Литература

1. OWL web ontology language overview // W3C recommendation / ed. by D. L. McGuinness. 2004. V. 10, N 2004-03. P. 10.
2. The description logic handbook: theory, implementation, and applications / ed. by F. Baader. Cambridge university press, 2003.
3. *Lin Y.* Semantic annotation for process models: Facilitating process knowledge management via semantic interoperability: дис. – Norwegian University of Science and Technology, 2008.
4. *Lam V.S.W.* A Precise Execution Semantics for BPMN // IAENG International Journal of Computer Science. V. 39.
5. *Карпов Ю.Г.* MODEL CHECKING. Верификация параллельных и распределенных программных систем. BHV-St. Petersburg, 2010.
6. *Baader F., Ghilardi S., Lutz C.* LTL over description logic axioms // ACM Transactions on Computational Logic (TOCL). 2012. V. 13, N 3. P. 21.

УДК 004.4'24

Обзор языка SWRL (Semantic Web Rule Language)

*Ф.В. Яременко*¹

¹ Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
yaremenkofv@gmail.com

SWRL (Semantic Web Rule Language) [1] – это язык, стандартизованный консорциумом W3C, объединяющий RuleML (Rule Markup Language) и OWL DL (Web Ontology Language, Description Logic) [2].

RuleML (Rule Markup Language, который также стал Rule Modeling Language и Rule MetaLogic) – объединённое семейство XML-сериализуемых языков правил. Фундаментом RuleML является Datalog – подмножество Prolog. Правило представляет собой некоторую инструкцию, с помощью которой можно получить новую информацию (факты) на основе уже имеющейся. В общем виде ее можно записать в виде предложений: «Если (условие), то (вывод)». Одним из подязыков RuleML является Reaction RuleML, который позволяет описывать события и действия. С помощью конструкций Reaction RuleML можно описать поведение сложной информационной системы, декларативно задать поток управления.

Для задания субъектов правил в SWRL используется OWL DL. Язык OWL позволяет описать объекты предметной области с помощью стандартизованной спецификации. OWL является мощным языком концептуального моделирования. С его помощью, к примеру, можно легко закодировать большую часть схем сущность–связь и UML-диаграмм. «Язык OWL DL предназначен для пользователей, которым нужна максимальная выразительность при сохранении полноты вычислений (все логические заключения, подразумеваемые той или иной онтологией, будут гарантированно вычислимыми) и разрешимости (все вычисления завершатся за определенное время)» [3].

SWRL позволяет задавать правила, которые могут быть выражены в терминах концептов OWL и из которых может проводить логический вывод утверждений о OWL-индивидах. В SWRL определены основные встроенные предикаты для основных математических и строковых операций. Одной из наиболее мощных функций SWRL является поддержка предикатов, определённых пользователями [4].

К достоинствам SWRL можно отнести следующие:

1. Лёгкая читаемость правил – эксперты и аналитики легко могут прочитать и понять правила, а также написать свои собственные.
2. Концептуальное моделирование предметной области.
3. Декларативный стиль.
4. Вывод новых фактов с помощью логического вывода.

Несмотря на то, что RuleML и OWL DL обладают свойством логической разрешимости (т.е. существует алгоритм проверки выводимости формулы из аксиом), SWRL в общем случае неразрешим. Существуют подходы, сужающие SWRL при помощи ввода ограничений на конструкции языка, при которых все утверждения в подязыке SWRL разрешимы.

Литература

1. *Horrocks I.* [et al.]. SWRL: A semantic web rule language combining OWL and RuleML // W3C Member submission. 2004. V. 21. P. 79.
2. *Antoniou G., Van Harmelen F.* Web ontology language: Owl // Handbook on ontologies. Springer Berlin Heidelberg, 2004. P. 67–92.

3. OWL web ontology language overview // W3C recommendation / ed. by D.L. McGuinness. 2004. V. 10. N 2004-03. P. 10. 4.
4. *O'Connor, Martin J. [et al.]*. Developing a Web-Based Application using OWL and SWRL // AAAI Spring Symposium: AI Meets Business Rules and Process Management. 2008. P. 93-98.

Научное издание

Труды
56-й научной конференции МФТИ:
Всероссийской научной конференции
«Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном
информационном обществе»

Всероссийской молодежной научно-инновационной конференции
«Физико-математические науки: актуальные проблемы и их решения»
25–30 ноября 2013 года

Управление и прикладная математика. Том 1

Составители:
А.В. Гасников, Е.Г. Молчанов

Редакторы:
В.А. Дружинина, И.А. Волкова, О.П. Котова, Л.В. Себова

Набор и вёрстка:
*Д.М. Казённова, Е.А. Казённова, Н.Е. Кобзева, Н.Г. Петракова, Е.В. Пруцкова,
А.В. Рожнев, Э.Ю. Хлебус*

Подписано в печать 11.11.2013. Формат 60 × 84 1/8
Усл. печ. л. 19,5. Уч.-изд. л. 12,4. Тираж 30 экз. Заказ № 353.

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт
(государственный университет)»

141707, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
E-mail: rio@mail.mipt.ru

Отдел оперативной полиграфии «ФИЗТЕХ-ПОЛИГРАФ»
141707, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
E-mail: polygraph@mipt.ru
тел. (495)408-84-30